Experimentalphysik II
Übungen

Mitschriebe ausgearbeitet von
Philipp Basler, Nils Braun, Larissa Bauer

26. Juli 2011

Inhaltsverzeichnis

Physik II (Elektrodynamik)
1. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 14.04.11, Besprechung 20.04.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 1: Elektrische Kraft und Gravitationskraft (4 Punkte)

a) Vergleichen Sie die Coulomb-Kraft, die zur Abstoßung zwischen zwei Protonen führt mit der Gravitationskraft der beiden Protonen, die anziehend wirkt.

b) Wie viel Mal größer als die bekannte Protonenmasse müsste die Masse der Protonen sein, damit beide Kräfte sich das Gleichgewicht halten?

c) Betrachten Sie nun zwei Bleikugeln von jeweils gleicher Masse, m = 10 kg, die sich im Abstand r voneinander befinden. Welche gleiche Ladung q muss auf beiden Kugeln aufgebracht werden, um eine Kompensation der durch Gravitation bestehenden Anziehungskraft zwischen den Kugeln zu bewirken? Vergleichen Sie die dazu benötigte Anzahl von Ladungen mit der Anzahl von Bleiatomen pro Kugel.

Aufgabe 2: Elektrostatische Abstoßung (3 Punkte)

Zwei Kugeln mit gleichen elektrischen Ladungen und je einer Masse von m = 0,3 kg werden im Vakuum an einem Punkt mit zwei isolierten Fäden von je l = 0,2 m Länge am gleichen Punkt aufgehängt. Sie werden gleich stark elektrostatisch aufgeladen und die Fäden bilden danach einen Winkel von 45°. Wie groß sind die Ladungen auf den Kugeln?

Aufgabe 3: Rechenübungen zum Nabla-Operator (3 Punkte)

a) Berechnen sie den Gradienten, $grad\ f$, des skalaren Feldes:

$$f(x,y,z) = \frac{30}{2+x^2+y^2+z^2} = \frac{30}{2+r^2}$$

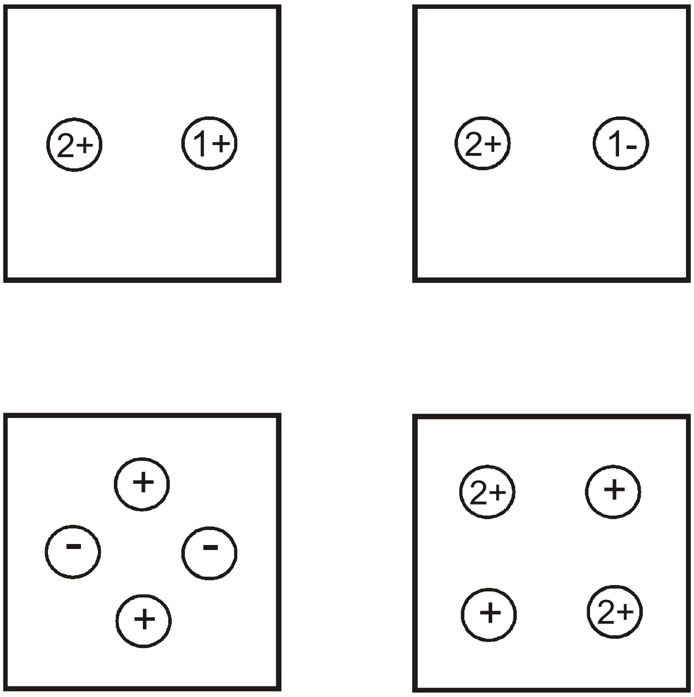
b) Das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}$ einer gleichmäßig rotierenden Flüssigkeit sei gegeben durch $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = (0,0,\omega)$ und $\vec{r} = (x,y,z)$. Zeigen Sie, dass dieses Vektorfeld quellenfrei ist, d.h. seine Divergenz verschwindet ($div\ \vec{v} = 0$).

c) Berechnen Sie die Rotation des Geschwindigkeitsfeldes von $\vec{v}$ (aus Teil b)), $rot\ \vec{v} = ?$

Rückseite beachten

Aufgabe 4: Feldlinien (4 Punkte)

Zeichnen Sie die ***E***-Felder für folgende Punktldungen:



Hinweis:

Falls Sie zum Lösen der Aufgaben Konstanten benötigen, entnehmen Sie diese bitte der Literatur!

1. Aufgabe: Elektrische Kraft und Gravitationskraft

(a) Die Formeln für Coulombkraft und Gravitationskraft sind gegeben durch

$$|F_C| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2} \qquad |F_G| = \gamma\frac{m^2}{r^2}$$

Das Verhältnis ist dann

$$\frac{F_C}{F_G} = \frac{q^2}{m^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0\gamma} = 1,237 \cdot 10^{36}$$

(b) Es muss gelten

$$|F_C| = |F_G|$$

Dies führt mit $m' = a \cdot m$ zu

$$a = \frac{q}{m\sqrt{4\pi\varepsilon_0\gamma}} = 1,112 \cdot 10^{18}$$

(c) Wieder benutzen wir die gleichen Formeln wie oben und erhält

$$q = m\sqrt{4\pi\varepsilon_0\gamma} = 5,376 \cdot 10^9 \ e$$

Mit der Formel $n = \frac{m}{M}$ erhält man, dass die Bleikugeln jeweils $2,89 \cdot 10^{25}$ Atome besitzen. Damit müssen $1,851 \cdot 10^{-16}$ Elektronen pro Atom vorhanden sein.

2. Aufgabe: Elektrostatische Abstoßung

Durch die beiden Dreiecke in der Skizze erhält man

$$\tan\left(\frac{45°}{2}\right) = \frac{|F_C|}{|F_G|} = \frac{q^2}{r^2 4\pi\varepsilon_0 mg}$$

und

$$\sin\left(\frac{45°}{2}\right) = \frac{r}{2l} \Rightarrow r = \sin\left(\frac{45°}{2}\right) \cdot 2l$$

Da wir auf die Ladung q kommen wollen, ergibt sich

$$q = 4l\sin\left(\frac{45°}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi\varepsilon_0 mg\tan\left(\frac{45°}{2}\right)} = 1,78 \ \mu C$$

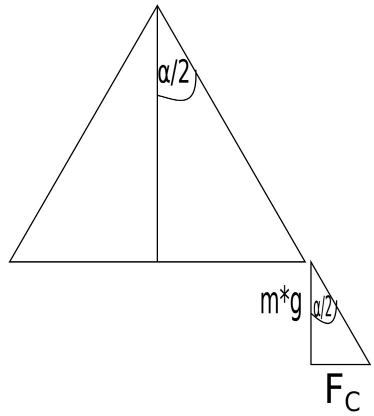


Abbildung 1: Skizze

3. Aufgabe: Rechenübungen zum Nabla-Operator

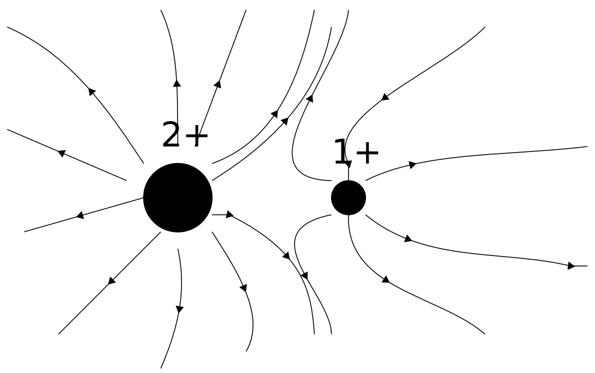
(a) $\nabla f(\overrightarrow{r}) = -\frac{60}{(2+\overrightarrow{r})^2}$

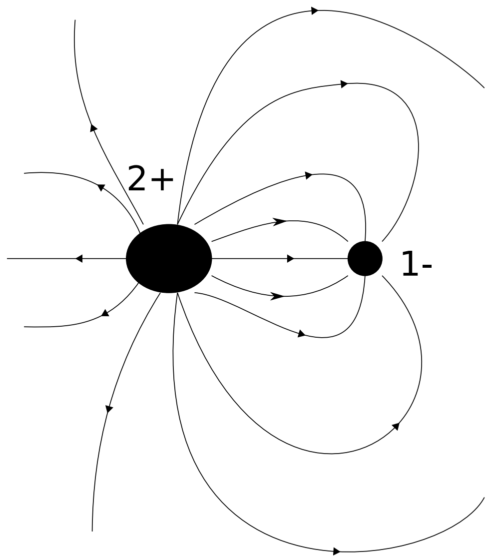
(b) $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{w} \times \overrightarrow{r} = \omega \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$ und damit

$$\mathrm{div}(\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = 0$$

(c) $\mathrm{rot}(\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = \omega \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

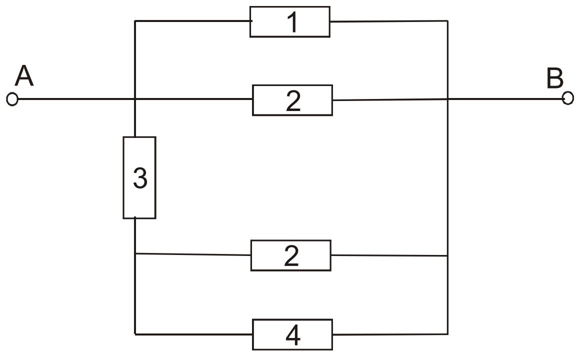
4. Aufgabe: Feldlinien





Physik II (Elektrodynamik)
2. Übungsblatt — SS 2011
Ausgabe: 21.4.11, Besprechung 27.4.11 — G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 5: (5 Punkte)



Die Bauteile in nebenstehendem Netzwerk sollen Widerstände sein. Berechnen Sie

a) den Gesamtwiderstand des Netzwerks, wenn die Zahlen auf den Bauteilen ihren Widerstand in Ohm bedeuten.

Zwischen die Anschlussklemmen A und B wird eine Spannung von U = 20 V angelegt.

b) Welche Spannung kann über dem Widerstand mit R = 3 Ω gemessen werden?

c) Welcher Gesamtstrom fließt in der Anordnung? Und welcher Strom fließt durch den Widerstand mit R = 4 Ω bzw. R = 3 Ω?

Aufgabe 6: (2 Punkte)

Eine Halogenglühbirne hat im kalten Zustand einen Widerstand von R = 0,7 Ω. Laut Aufdruck auf dem Gehäuse nimmt sie bei einer Spannung von U = 12 V die Leistung P = 20 W auf.

Schätzen Sie die Temperatur der Glühwendel im Betrieb ab!

Aufgabe 7: (5 Punkte)

Zwei Punktladungen q_1 und q_2 befinden sich auf der x-Achse bei x_1 und x_2. Eine dritte Punktladung q_3 hat von der Ladung q_1 und von der Ladung q_2 den gleichen Abstand r (und liegt zunächst nicht auf der x-Achse).

a) Wie groß ist die auf die Ladung q_3 wirkende Kraft, $\vec{F}$, wenn $q_2 = -4 \cdot q_1$ ist?

b) Wie groß ist $\vec{F}$, wenn $q_2 = q_1$ ist?

c) Die Ladung q_3 befindet sich nun auf der x-Achse. Skizzieren Sie den Verlauf der Kraft $F(x)$ auf die Ladung q_3 für die unter a) und b) gegebenen Ladungen q_1 und q_2, wenn q_3 entlang der x-Achse bewegt wird (von $-\infty$ bis ∞). Gibt es Stellen, an denen die resultierende Kraft auf die Ladung q_3 null ist? Wenn ja, berechnen Sie diese.

Zahlenwerte: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$ cm, $q_1 = 10^{-9}$ C, $q_3 = 0{,}5 \cdot 10^{-9}$ C, r = 2,5 cm

Aufgabe 8: (2 Punkte)

Gegeben ist ein nichtleitender Würfel der Kantenlänge a, dessen eine Ecke sich im Ursprung befindet. Die drei anliegenden Kanten zeigen in die positive x-, y- und z-Richtung. Der Würfel besitzt eine Ladungsverteilung von $\rho(x,y,z) = \rho_0\,(2x^2 + 4yz - 3xz)$.

Berechnen Sie die Gesamtladung des Würfels durch Integration der Ladungsverteilung über das Würfelvolumen.

5. Aufgabe: Widerstandsnetzwerk

(a) Zuerst berechnet man die einzelnen Gesamtwiderstände in der Schaltung. Dazu benutzt man für Paralellschaltungen

$$R_{ges} = \frac{1}{\sum\limits_n \frac{1}{R_n}}$$

und für Reihenschaltungen

$$R_{ges} = \sum_n R_n$$

Man beginnt in der Parallelschaltung unten und erhält

$$R_{24} = \frac{4}{3}\ \Omega$$

Weiter geht es mit dem dazu in Reihe geschaltenen Widerstand mit 3 Ω:

$$R_{324} = \frac{13}{3}\ \Omega$$

Dazu parallel geschalten sind die beiden restlichen Widerstände. Somit erhält man:

$$R_{ges} = \frac{26}{45}\ \Omega$$

(b) Über und Unter A herrscht die gleiche Spannung $U = 20V$. Da in der Reihenschaltung von R_3 und $R_{2,4}$ der gleiche Strom herrscht, wird die Spannung im Verhältnis $R_3 : R_{2,4}$ geteilt , also $3 : \frac{3}{4}$. Somit ergibt sich beim 3Ω Wiederstand :

$$U_3 = \frac{U_0}{R_{324}} \cdot R_3 = \frac{20V}{\frac{13}{3}\Omega} \cdot 3\Omega = \frac{180}{13}V$$

(c) Gesamtstrom :

$$I_{ges} = \frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{20V}{\frac{26}{45}\Omega} = \frac{450}{13}A$$

$$I_3 = \frac{U}{R_{324}} = \frac{20V}{\frac{13}{3}\Omega} = \frac{60}{13}A$$

$$U_4 = U_0 - U_3 = 20V - \frac{180}{13}V = \frac{80}{13}V$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{\frac{80}{13}V}{4\Omega} = \frac{20}{13}A$$

6. Aufgabe: Temperaturabhängige Glühlampe

Mit der Formel

$$P = \frac{U^2}{R}$$

erhält man für $U = 12\ V$ den Widerstandswert von

$$R = 7,2\ \Omega$$

Nimmt man jetzt $R \propto T$ an, dann erhält man (mit $T_{kalt} = (20 + 273)K$)

$$T_{warm} = 3013,7K$$

7. Aufgabe: Punktladungen im Koordinatensystem

(a) Man benutzt das Superpositionsprinzip und erhält mit der Formel

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1 q}{\vec{r_1}^2}\frac{\vec{r_1}}{|\vec{r_1}|} + \frac{Q_2 q}{\vec{r_2}^2}\frac{\vec{r_2}}{|\vec{r_2}|}\right)$$

die sich vereinfacht zu

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{r^3}\vec{r_1} + \frac{q_2 q_3}{r^3}\vec{r_2}\right)$$

mit

$$\vec{r_1} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ \sqrt{r^2 - (1,5)^2} \end{pmatrix} \qquad \vec{r_2} = \begin{pmatrix} -1,5 \\ \sqrt{r^2 - (1,5)^2} \end{pmatrix}$$

Mit dem Wert von r erhält man schließlich

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\begin{pmatrix} 0,00096 \cdot q_1 \cdot q_3 - 0,00096 \cdot q_2 \cdot q_3 \\ 0,16 \cdot q_1 \cdot q_3 + 0,16 \cdot q_2 \cdot q_3 \end{pmatrix}$$

und

$$|F|^2 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 0.0256 \cdot q_1^2 \cdot q_2^2 + 0.05119631362 \cdot q_1 \cdot q_2^2 \cdot q_3 + 0.0256 \cdot q_3^2 \cdot q_2^2$$

Für die in der Aufgabe gegebene Beziehung erhält man

$$F = 2.763630843 \cdot 10^{-5}\ N$$

oder

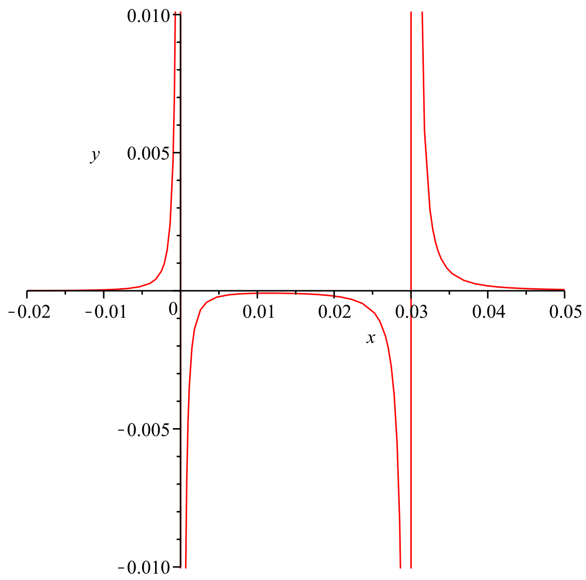
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2.158033126 \\ -1.726426501 \end{pmatrix} \cdot 10^{-5}\ N$$

(b) Jetzt erhält man

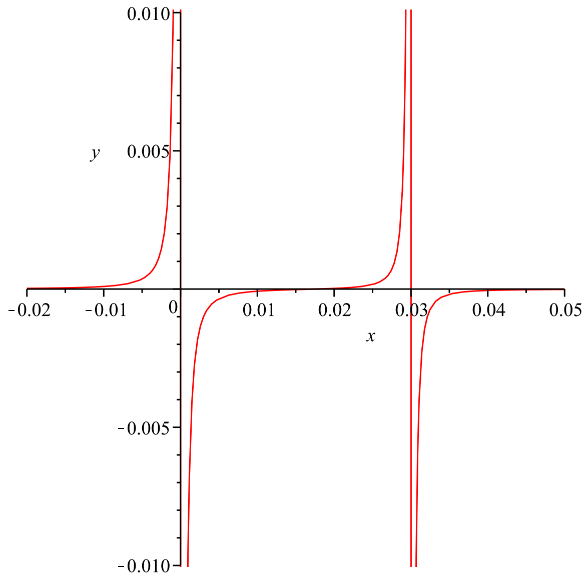
$$F = 1.150951001 \cdot 10^{-5}\ N$$

in y-Richtung

(c) Für $q_2 = -4 \cdot q_1$ erhält man



und als kräftefreier Punkt $x = -3\ cm$. Für $q_1 = q_2$ erhält man folgende Zeichnung und als kräftefreier Punkt $x = 1,5\ cm$.



8. Aufgabe: Geladener Würfel

Man benutzt

$$Q = \int_V \rho(r)\ dV$$

und setzt ein:

$$Q = \rho_0 \int_{x=0}^{a} \int_{y=0}^{a} \int_{z=0}^{a} 2x^2 + 4yz - 3xz\ dz\ dy\ dx = \frac{11}{12}\rho_0 a^5$$

Physik II (Elektrodynamik)
3. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 28.4.11, Besprechung 4.5.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 9: (3 Punkte)

a) Erklären Sie kurz(!) die „Wheatstonesche Brückenschaltung“ (schauen Sie den Begriff nach, falls Sie ihn nicht kennen): Skizze, was wird gemessen bzw. eingestellt?
b) Was ist eine strom-, was eine spannungsrichtige Schaltung? Machen Sie jeweils eine Skizze.

Aufgabe 10: (3 Punkte)

Ein Drehspulinstrument mit einem Innenwiderstand von 20 Ω zeigt Vollausschlag bei einer Stromstärke von 1 mA. Wie lässt sich (mittels Parallel- oder Reihenschaltung mit jeweils einem geeigneten Widerstand) der Messbereich des Geräts so verändern, dass man

a) eine Stromstärke von maximal 5 A,
b) eine Spannung von maximal 200 V messen kann?

Aufgabe 11: (3 Punkte)

Eine Batterie entspricht der Serienschaltung einer idealen Spannungsquelle mit U_0 und einem Innenwiderstand R_i. Der variable Widerstand eines Verbrauchers im Außenkreis sei R_a.

a) Bei welchem Wert von R_a ist die am Verbraucher erzeugte Joule´sche Wärmeleistung P_a maximal?
b) Welcher Strom fließt dann im Außenkreis?
c) Welchen Wert hat P_{max}?

Aufgabe 12: (3 Punkte)

Ein Kraftwerk liefert eine mittlere Leistung von 120 KW an eine 10 km entfernte Kleinstadt. Die Übertragungsleitungen haben einen Gesamtwiderstand von 0,4 Ω. Nehmen Sie an, dass das Netz mit Gleichstrom betrieben wird und berechnen Sie den Leistungsverlust, wenn die Leistung

a) bei 240 V oder
b) bei 24 kV übertragen wird.

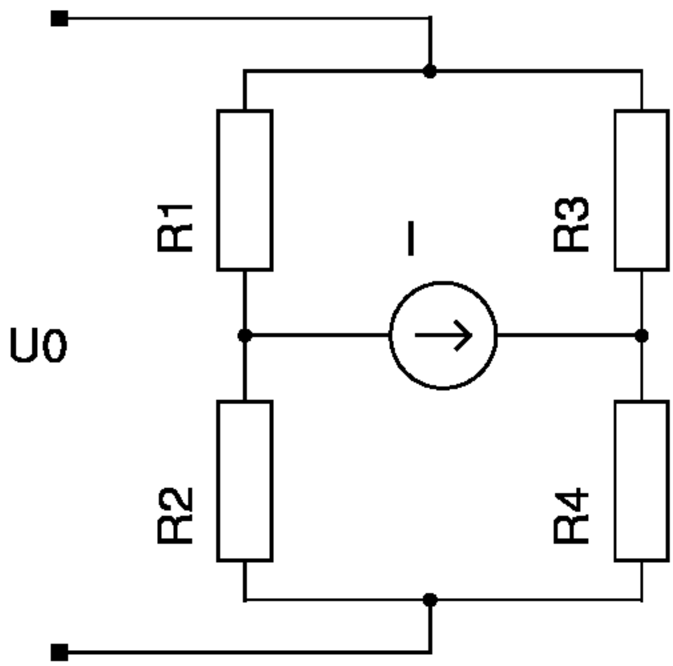
Aufgabe 13: (1 + 4 = 5 Punkte)

Zwei Punktladungen +q und –q liegen auf der z-Achse des Koordinatensystems, wobei +q bei z = +1/2 d und –q bei z = –1/2 d liegt.

a) Berechnen Sie das Potential dieses statischen Dipols.
b) Berechnen Sie eine Näherung für das Potential für große Abstände (r >> d, Fernfeld) und berechnen Sie daraus auch das elektrische Feld dieses Dipols (E_x, E_y, E_z). Benutzen Sie dazu das Dipolmoment. Skizzieren Sie das elektrische Feld des Dipols (Fernfeld). Geben Sie auch die Komponenten des elektrischen Feldes senkrecht und parallel zur Dipolachse an.

9. Aufgabe: Wheatstonesche Brückenschaltung

(a) Die Wheatstonesche Brückenschaltung wird zum Beispiel so aufgebaut:



Bei 3 variablen Wiederständen werden diese so eingestellt, dass der Spannungsmesser in der Mitte keine Spannung zwischen R_{12} und R_{34} anzeigt. Somit kann der vierte Widerstand beliebig genau gemessen werden, denn bei einer angezeigten Spannung von 0 erhält man gerade:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Der Vorteil dieser Schaltung liegt im sehr empfindlichen Nullabgleich des Spannungsmessgerätes.

(b) Skizzen für Spannungs und Stromrichtige Schaltungen

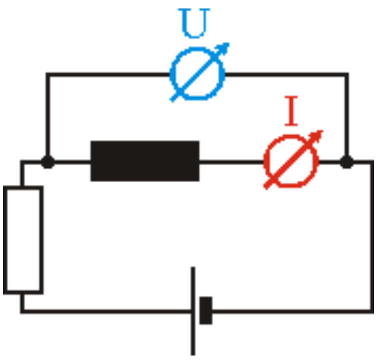


Abbildung 2: Stromrichtige Schaltung, Strom wird direkt am Wiederstand gemessen

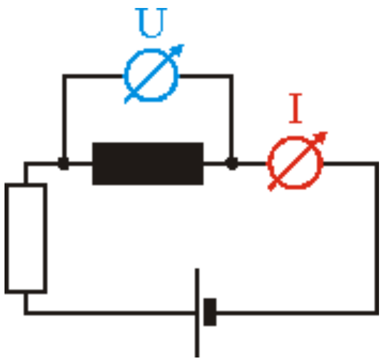


Abbildung 3: Spannungsrichtige Schaltung, Spannung wird direkt am Wiederstand gemessen

10. Aufgabe: Drehspulinstrument

(a) Um eine gesamte Stromstärke von 5 A messen zu können, schließt man einen Widerstand R_2 parallel zum Messgerät an. Der Gesamtwiderstand ergibt sich dann mit

$$R_{ges} = \left(\frac{1}{20}\Omega + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

Bei einer Parallelschaltung ist die Spannung in allen Zweigen gleich. Um also am Messgerät einen Strom von $I_1 = 1\ mA$ messen zu können, muss die Gesamtspannung

$$U_0 = R_1 \cdot I_1 = 20\Omega \cdot 1mA = 2 \cdot 10^{-2}\ V$$

betragen. Für den Gesamtstrom (der ja $I_0 = 5\ A$ betragen soll) erhält man dann

$$\frac{U_0}{I_0} = R_{ges}$$

und schließlich für den Stauntwiderstand R_2:

$$R_2 = \frac{20}{4999}\Omega \approx 0.00400080016\Omega$$

(b) Diesmal benutzt man eine Reihenschaltung mit dem Widerstand R_2 um eine Spannung von $U_0 = 200\ V$ messen zu können. Der Gesamtwiderstand beträgt dann

$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

Da die Stromstärke bei einer Reihenschaltung immer gleich bleibt, gilt für die Gesamtspannung U_0, die ja $200\ V$ betragen soll

$$U_0 = R_{ges} \cdot I_0 = I_0(R_1 + R_2)$$

Der Strom I_0 soll $1\ mA$ betragen und R_1 ist bekannt mit $20\ \Omega$. Damit ist R_2 festgelegt mit

$$R_2 = \frac{U_0}{I_0} - R_1 = 199980\ \Omega$$

11. Aufgabe: Batterie

(a) Für die Wärmeleistung gilt $J_a \propto P_a$

$$P_a = R_a I^2 = R_a \left(\frac{U}{R_i + R_a} \right)^2$$

Maximum von R_a :

$$\frac{dP_a}{dR_a} = \frac{U^2(R_i - R_a)}{(R_i + R_a)^3} = 0$$

$\Longrightarrow$

$$R_i - R_a = 0 \implies R_i = R_a$$

Hinreichende Bedinung :

$$\frac{d^2 P_a}{dR_a^2} = \frac{2U^2(R_a - 2R_i)}{(R_i + R_a)^4}$$

$$\frac{d^2 P_a(R_i)}{dR_a^2} = -\frac{1}{8}\frac{U^2}{R_i^3} < 0$$

Also ist bei $R_a = R_i$ ein Maximum vorhanden

(b) Der Strom im Außenkreis ist dann:

$$I = \frac{U}{2R_i}$$

(c) Diese Anpassung nennt man Leistungsanpassung:

$$P_{max} = R_i \left(\frac{U}{2R_i}\right)^2 = \frac{1}{4}\frac{U^2}{R_i}$$

12. Aufgabe: Widerstand von Übertragungsleitungen

Das Kraftwerk liefert eine Leistung von $P_0 = 120\ kW$ und in den Leitungen fällt eine Leistung von $P = U \cdot I$ als Wärme ab. Beim Benutzer kommt also noch

$$P_{rest} = P_0 - P = P_0 - R \cdot I_0^2$$

an. Die Gesamtstromstärke errechnet sich aus $P = U \cdot I_0$. Für $U = 240\ V$ erhält man also $P_{rest} = 20\ kW$ und für $U = 24\ kV$ $P_{rest} = 120,99\ kW \approx 120\ kW$

13. Aufgabe: Nah- und Fernfeld

Das Potential eines elektrischen Feldes ist gegeben durch

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

und das Dipolmoment durch

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ qd \end{pmatrix}$$

(a) Setzt man die beiden einzelnen Potentiale, die von deinen beiden einzelnen Ladungen entstehen, zusammen, so erhält man

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z-\frac{d}{2})^2}} + \frac{-q}{\sqrt{x^2+y^2+(z+\frac{d}{2})^2}}\right)$$

und vereinfacht

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{r^2-dz+\frac{d^2}{4}}} + \frac{-q}{\sqrt{r^2+dz+\frac{d^2}{4}}}\right)$$

(b) Es gilt

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{r^2\left(1-\frac{zd}{r^2}+\frac{d^2}{4r^2}\right)}} + \frac{-q}{\sqrt{r^2\left(1-\frac{zd}{r^2}+\frac{d^2}{4r^2}\right)}}\right)$$

Da $r >> d$, gilt $\frac{d^2}{r^2} \approx 0$ und für ein kleines x auch $\frac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \frac{x}{2}$. Damit erhält man aus

$$\sqrt{r^2\left(1 \pm \frac{zd}{r^2} + \frac{d^2}{4r^2}\right)}^{-1}$$

schließlich

$$\frac{1}{r}\left(1 \mp \frac{zd}{2r^2}\right) \text{ und } \varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\varepsilon_0\pi}\frac{qdz}{r^3}$$

Allgemeiner hat man

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\varepsilon_0\pi}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} \qquad \text{mit } \vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ qd \end{pmatrix}$$

Für das Elektrische Feld gilt :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

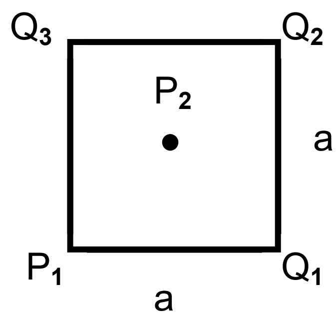
Also

$$\vec{E} = \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^5}\begin{pmatrix} 3zx \\ 3zy \\ 3z^2 - r^2 \end{pmatrix} = \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^5}\left(3z\vec{r} - r^2\vec{e}_z\right)$$

Der Betrag der senkrechten Feldstärke ist dann

$$E_\perp = \frac{3qdz}{4\pi\varepsilon_0 r^5}\sqrt{x^2+y^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\cos(\theta)\sin(\theta)}{r^3}$$

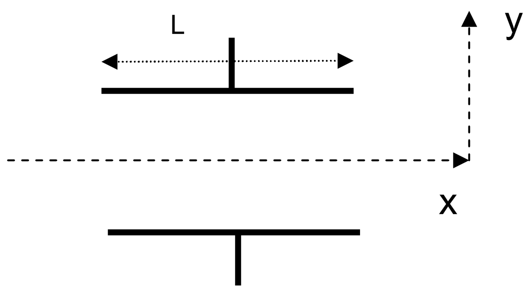
Aufgabe 14: (3 Punkte)



In drei Ecken eines Quadrats mit der Kantenlänge a befinden sich die Punktladungen Q_1, Q_2 und Q_3.
Berechnen Sie das Potential ϕ des Ladungssystems in den Punkten P_1 (Eckpunkt) und P_2 (Mittelpunkt) sowie die Spannung U zwischen den beiden Punkten.

Zahlenwerte: a = 4 cm, Q_1 = +100 pC, Q_2 = –200 pC und Q_3 = +300 pC.

Aufgabe 15: (0,5 + 2 + 1 + 0,5 = 4 Punkte)



Ein Elektron bewegt sich mit der kinetischen Energie E_{Kin} längs der x-Achse in einer Kathodenstrahlröhre und tritt damit in den Ablenkkondensator ein. Zwischen den Ablenkplatten der Länge L wirkt das elektrische Feld E_y in y-Richtung, außerhalb ist $\vec{E} = 0$.

a) Welche Beschleunigungsspannung hat das Elektron durchlaufen (rechnen Sie nicht relativistisch)?
b) Wie lautet die Bahnkurve y(x) der Elektronen im Bereich zwischen den Ablenkplatten?
c) Welchen Abstand von der x-Achse hat das Elektron am Ende der Platten und welchen Winkel schließt dann die Bewegungsrichtung des Elektrons mit der x-Achse ein?
d) In welcher Entfernung von der x-Achse trifft das Elektron auf einem im Abstand b vom Ende der Ablenkplatten entfernten Leuchtschirm auf?

Zahlenwerte: $E_{Kin} = 3\cdot 10^{-16}$ J, L = 4 cm, $E_y = 2\cdot 10^4$ N/C, b = 12 cm

Aufgabe 16: (2 Punkte)

Skizzieren Sie die Geschwindigkeit eines Elektrons als Funktion seiner Beschleunigungsspannung sowohl klassisch als auch relativistisch!
Tragen Sie dabei die Beschleunigungsspannung logarithmisch auf (im Bereich $1\text{ V} \le U \le 10^8\text{ V}$).

Aufgabe 17: (4 Punkte)

Eine Vollkugel vom Radius R ist homogen mit Ladung gefüllt. Die Ladungsdichte sei ρ.
Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und dann das Potential ϕ als Funktion des Abstandes r vom Kugelmittelpunkt ($0 < r < \infty$). Skizzieren Sie die beiden Größen.

Die Anmeldung zur Vorleistung ist offen:
Bitte melden Sie sich bis **spätestens 12. Juli** für die Elektrodynamik in **QISPOS** an!
(gilt für Bachelor: Phys, Geo, Met. Alle anderen werden von ihren Tutoren angemeldet)

14. Aufgabe: Potential von Punktladungen

Nach dem Superpositionsprinzip addieren sind einzelne elektrische Felstärken und durch die Linearität des Integrals auch die dazugehörigen elektrischen Potentiale zum Gesamtpotential. Für Punkt P_1 gilt also

$$\phi_{P_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_3}{a} + \frac{Q_2}{a\sqrt{2}} + \frac{Q_1}{a}\right) = 57\ V$$

und für den Mittelpunkt P_2 durch $Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 200\ pC$ das Potential

$$\phi_{P_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2Q_{ges}}{a\sqrt{2}}\right) = 63,58\ V$$

Die Potentialdifferenz beträgt also

$$U = \Delta\phi = \phi_{P_2} - \phi_{P_1} = 5,58\ V$$

15. Aufgabe: Elektron im E-Feld

(a) Durch die Beschleunigungsspannung erhält das Elektron die Energie $E_{el} = e \cdot U$, also gilt

$$U = \frac{E_{kin}}{e} = 1875\ V$$

(b) In x-Richtung handelt es sich um eine konstante Bewegung ohne Beschleunigung mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0, die durch $E_{kin} = \frac{1}{2}mv_0^2$ gegeben ist:

$$x(t) = v_0 t \qquad t^2 = \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = x^2\frac{m}{2E_{kin}}$$

In y-Richtung handelt es sich um eine beschleunigte Bewegung, wobei die Kraft der Beschleunigung durch die elektrische Kraft entsteht:

$$F_{el} = E_y e = ma \qquad a = \frac{E_y e}{m}$$

Die Bewegungsgleichung lautet dann

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 \implies y(x) = \frac{eE}{4E_{kin}}x^2$$

(c) Die Ablenkung in y-Richtung am Ende ist gegeben durch

$$y(L) = \frac{L^2 e E_y}{4E_{kin}} = 4.27\ mm$$

Der Ablenkungswinkel α ergibt sich durch den Quotient der beiden Geschwindigkeiten

$$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x}$$

Wobei für $t = \frac{L}{v_x}$ gilt $v_y = \frac{E_y e}{m}\frac{L}{v_x}$ und $v_x = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}$ Also ergibt sich

$$\tan(\alpha) = \frac{LeE_y}{2E_{kin}} \implies \alpha \approx 12.04°$$

(d) Da nach dem Austritt aus dem Kondensator keine beschleunigende Kraft mehr wirkt, fliegt das Elektron danach auf einer Geraden mit Steigungswinkel α weiter. Die Ablenkung auf dem Schirm ergibt sich dann wieder mit

$$\tan(\alpha) = \frac{s_y}{b} \implies s_y = b\tan(\alpha) \approx 2.6cm$$

Für die Gesamtablenkung zur $x-$Achse gilt dann $s_{y,ges} = y(L) + s_y \approx 3cm$

16. Aufgabe: v(U)-Plot

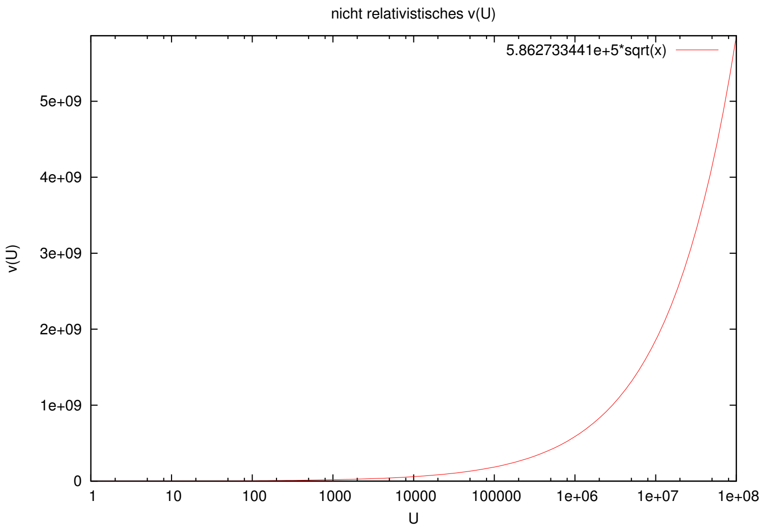


Abbildung 4: v(U) nicht relativistisch

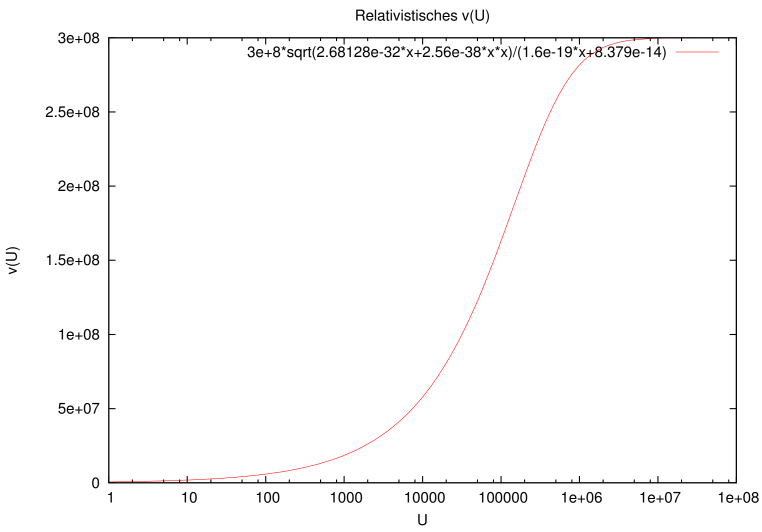


Abbildung 5: v(U) relativistisch

17. Aufgabe: Homogene Vollkugel mit Ladung

(1) Außenraum :
$dQ = E\varepsilon_0 dA \implies Q = \int E\varepsilon_0 dA$ Also ergibt sich

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Innenraum :

$$\frac{Q_{innen}}{Q} = \frac{r^3}{R^3} \implies E_{innen}(r) = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

(2) Außenraum :
$\varphi(r) = -\int\limits_{\infty}^{r} E(r')dr' = -\int\limits_{\infty}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}dr' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

Innenraum :
$\varphi(r) = -\int\limits_{\infty}^{R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}dr' - \int\limits_{R}^{r} \frac{Qr'}{4\pi\varepsilon_0 R^3}dr' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(r^2 - R^2)\right) = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(3 - \frac{r^2}{R^3}\right)$

Physik II (Elektrodynamik)
5. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 12.5.11, Besprechung 18.5.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 18: (4 Punkte)

Berechnen und skizzieren Sie die radiale Abhängigkeit des elektrischen Feldes ***E(r)*** und des elektrischen Potentials $\varphi(r)$ (für $0 < r < \infty$) folgender Objekte mit jeweils dem Radius R:

a) homogen geladener unendlich langer Draht

b) unendlich langer Draht, bei dem die Ladung nur auf der Oberfläche ist.

Aufgabe 19: (1 + 2 = 3 Punkte)

Ein Zylinderkondensator besteht aus zwei leitenden Hohlzylindern mit der Länge L und den Radien R_1 und $R_2 > R_1$, die konzentrisch angeordnet sind. Der Innenzylinder trägt die Ladung Q_1 und der Außenzylinder die Ladung $Q_2 = -Q_1$. Der Kondensator befindet sich im Vakuum.

a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke ***E(r)*** zwischen den Zylinderwänden. Es ist $L >> R_1, R_2$, so dass die Integration über die Stirnseiten des Zylinderkondensators ebenso wie Effekte auf $\vec{E}$ aufgrund der endlichen Länge L vernachlässigt werden können.

b) Berechnen Sie die Kapazität des Zylinderkondensators, indem Sie zunächst die Potential-differenz zwischen den Zylindern ermitteln.

Aufgabe 20: (1 + 1 + 2 = 4 Punkte)

An der Erdoberfläche beträgt die elektrische Feldstärke etwa E = 130 V/m.

a) Wie groß ist die Kapazität der Erde, wenn sie als leitende Kugel betrachtet wird (kurze Herleitung)?

b) Wie groß sind die Gesamtladung auf der Erdoberfläche und die Spannung, wenn angenommen wird, dass in höheren Schichten der Atmosphäre keine elektrischen Ladungen vorhanden sind?

c) Welche Werte ergeben sich, wenn eine Gegenladung (auf einer Kugelschale) im Abstand h = 10 km von der Erdoberfläche angenommen wird?

Aufgabe 21: (2 Punkte)

a) Berechnen Sie die Kapazität C eines Plattenkondensators, dessen Kondensatorplatten die Maße 200 mm x 30 mm haben und einen Luftspalt von 1 mm aufweisen.

b) Welche Ladung befindet sich auf den Platten, wenn der Kondensator an eine 12 V Batterie angeschlossen und voll geladen ist?

c) Wie groß ist das elektrische Feld ***E*** zwischen den Platten?

d) Schätzen Sie ab, wie groß die Fläche des Kondensators sein müsste, wenn er eine Kapazität von 1 F haben soll (gleicher Luftspalt wie unter a))

Aufgabe 22: (1 Punkt)

Berechnen Sie den Energieinhalt folgender Kondensatoren: 100000 μF / 16V bzw. 4 μF / 8 kV.

18. Aufgabe: Unedlich langer Draht

Betrachte $\lambda = \frac{\text{Ladung}}{\text{Länge}}$
Mit Gauss folgt

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{l \cdot \lambda}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{l\lambda}{\varepsilon_0 2\pi r l} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

Annahme: Fläche des Zylinders (umschließt Draht) steht senkrecht auf dem Feld. Verwende $\varphi(r) = \int\limits_r^R E(s)ds = \left[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(|r|)\right]_r^R = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(|\frac{r}{R}|)$

(a) Im Draht :

Verhältnis angewandt ergibt : $Q(r) = l\lambda\frac{r^2}{R^2} \implies E(r) = \frac{\frac{1}{\varepsilon_0}l\lambda\frac{r^2}{R^2}}{2\pi r l} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R^2}r$

$$\varphi(r) = -\int\limits_R^r E(s)ds = \int\limits_r^R E(s)ds = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(R^2 - r^2)$$

(b) $r < R \implies$ Keine eingeschlossene Ladung $\implies E(r) = 0 \implies \varphi(r) = const$

19. Aufgabe: Zylinderkondensator

(a) Wir stellen uns das Volumen zwischen den beiden Kondensatorzylindern aus konzentrischen Zylindern vor. Ein solch ein Zylinder hat die Fläche

$$A = 2\pi L R$$

und umschließt gerade den inneren Zylinder, also insgesamt ein Volumen mit der Gesamtladung Q (das ist gerade der innere Zylinder). Die Anwendung des Gaußschen Satzen ergibt

$$\int\limits_F \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int\limits_V \frac{\mathrm{dQ}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

und da $\vec{E}$ immer senkrecht auf A steht, schließlich

$$E = \frac{Q}{2L\pi\varepsilon_0 R}$$

(b) Um U zu berechnen integrieren wir über die Feldstärke E von einem zum anderen Zylinder. Dies ergibt

$$U = -\int_{R_1}^{R_2} E \text{ dR} = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2L\pi\varepsilon_0 R} \text{ dR} = \frac{Q}{2L\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Mit der Formel $Q = C \cdot U$ erhält man dann noch

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}$$

20. Aufgabe: Geladene Erdoberfläche

(a) Betrachte Potentialdifferenz zwischen Zwei Kugel ($R_2 > R_1$) :
$U(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$
Falls $R_2 \to \infty$, so ist dies die Spannung in der inneren Kugel.
Mit $CU = Q$ folgt $C = R_{Erde} 4\pi\varepsilon_0 \approx 0.7\ mF$

(b) Für die Ladung gilt

$$\int_F E dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Da hier das Feld immer senkrecht zur Fläche steht, ergibt sich $dA = 8\pi r dr$
Somit

$$Q = 4\varepsilon_0 E \pi r^2 \approx 586.6\ kC$$

Für die Spannung ergibt sich

$$U = \frac{Q}{C} = E \cdot R_{erde} \approx 828.1\ MV$$

(c) $R_2 = R_{Erde} + 1E4$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_{erde}} + \frac{1}{R_2}} \approx 0.45\ F$$

Ladung bleibt erhalten.

$$U = \frac{Q}{C} \approx 1.3\ MV$$

21. Aufgabe: Plattenkondensator

(a) Die Fläche der Kondensatorplatten sind gerade jeweils

$$A = 200\ mm \cdot 30\ mm = 0.006\ m^2$$

Mit der Formel für die Kapazität erhält man mit $d = 1\ mm$

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 5.3124 \cdot 10^{-11}\ F = 53.124\ pF$$

(b) Mit der Formel $Q = C \cdot U$ erhält man

$$Q = 637.488\ pC$$

(c) Aus dem Gaußschen Satz und dem Senkrechtstehen von E und A erhält man direkt

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = 12\ k\frac{V}{m}$$

(d) Die Fläche müsste um den Faktor

$$\alpha = 1.88 \cdot 10^{10}$$

größer sein, also insgesamt

$$112\ km^2$$

betragen (das ist größer als die Fläche von Bruchsal!)

22. Aufgabe: Energie von Kondensatoren

Die Kondensatoren haben die Energien

$$W_1 = \frac{1}{2}CU^2 = 12.8\ J$$

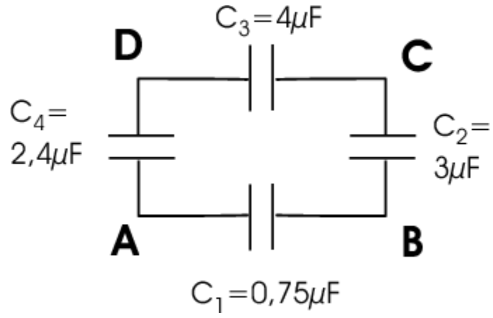
und

$$W_2 = 128\ J$$

Physik II (Elektrodynamik)
6. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 19.5.11, Besprechung 25.5.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 23: (1 + 2 = 3 Punkte)

Zwischen je zwei Eckpunkten des dargestellten Netzwerkes von Kondensatoren kann man mit einem Messgerät einen Kapazitätswert bestimmen.



a) Welche Gesamtkapazitäten liegen zwischen den Punkten AB, AC, AD, BC, BD und CD?

b) An das Netzwerk der 4 Kondensatoren wird zwischen den Punkten A und C eine Spannung von 20 V angelegt. Welche Spannungen misst man zwischen den Punkten B und D?

Aufgabe 24: (3 + 2 = 5 Punkte)

In einem Plattenkondensator wird eine dielektrische Flüssigkeit gegen die Schwerkraft zwischen den vertikal angeordneten Kondensatorplatten nach oben gezogen, wenn an den Kondensator Spannung angelegt wird. Die Flüssigkeit ist Nitrobenzol ($C_6H_5NO_2$, Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 36$, Dichte $\rho = 1{,}20\ \mathrm{g/cm^3}$), der Plattenabstand ist d = 1 cm und die angelegte Spannung U = 10 kV. Randeffekte sowie Oberflächenspannung des Dielektrikums sollen vernachlässigt werden.

a) Geben Sie die Steighöhe (Gleichgewichtslage) der dielektrischen Flüssigkeit im Kondensator an, wenn während des gesamten Versuchs der Kondensator mit der Spannungsquelle verbunden bleibt.

b) Nach dem Einstellen eines Gleichgewichts wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt. Untersuchen Sie, ob (ggf. wie) sich die Steighöhe dadurch ändert.

Hinweis: Betrachten Sie die Energieänderung im Kondensator, um die Kraft des Kondensatorfeldes, die der Gewichtskraft der Flüssigkeit entgegen wirkt, zu berechnen.

Aufgabe 25: (1 + 0,5 + 1,5 = 3 Punkte)

a) Eine dünne ausgedehnte dielektrische Platte mit der Dielektrizitätskonstanten ε wird in ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_a$ gebracht. Wie groß ist die elektrische Feldstärke $\vec{E}_i$ in der Platte, wenn die Oberflächennormale parallel zu $\vec{E}_a$ steht?

b) Die Platte kann in einen Kondensator mit der Kapazität C_0 hinein geschoben werden.

i. Welche Energie ist in dem Kondensator gespeichert, wenn die Spannung U anliegt, und das Dielektrikum ihn vollständig ausfüllt?

ii. Wie teilt sich die Feldenergie in die Energie des leeren Kondensators und die Energie, die im Dielektrikum gespeichert ist, auf?

Hinweis: Die Polarisation im Dielektrikum ergibt sich aus vielen Dipolen. Überlegen Sie sich dazu, welche Energie zur Erzeugung eines Dipols nötig ist, und gehen Sie dabei von einer linearen Rückstellkraft aus.

Aufgabe 26: **(1 + 0,5 + 0,5 = 2 Punkte)**

a) Wie groß ist das Drehmoment, das ein Dipol im Feld eines Plattenkondensators erfährt? Der Dipol besteht aus zwei Elementarladungen mit $Q = +/- 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C und gleicher Masse im Abstand $d = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ cm. Der Plattenkondensator hat einen Plattenabstand von L = 1 cm und ist auf U = 5000 V aufgeladen. Der Dipol bildet einen Winkel von $\alpha = 45°$ mit der Feldrichtung.

b) Wie stellen Sie das Drehmoment in Vektorschreibweise dar (mit Dipolmoment)?

c) Wie groß ist die potentielle Energie des Dipols im elektrischen Feld, wenn der Dipol parallel oder antiparallel zum Feld ausgerichtet ist?

Aufgabe 27: **(4 Punkte)**

In Materie, deren dielektrische Eigenschaften durch Relaxationszentren bestimmt sind, strebt die Polarisation P(t) dem Gleichgewichtswert P_0 zu mit der Rate: $dP/dt = (P_0 - P(t))/\tau$.

In der Vorlesung wurde diskutiert, dass beim Anlegen eines elektrischen Feldes E(t) mit stufenförmigem Verlauf dies zu einem exponentiellen Verlauf der Polarisation mit der Zeitkonstante τ führt.

Beim Anlegen eines Wechselfeldes $E(t) = E_0 \cos \omega t$ strebt die Polarisation dem momentanen (aber nie erreichbaren) Gleichgewichtswert, $P_0 = \chi_0\, \varepsilon_0\, E(t)$, zu. Berechnen Sie den „in Phase“ liegenden Anteil $\chi'(\omega)$ der dynamischen Suszeptibilität $\chi(\omega)$ und ihren „außer Phase“ liegenden Anteil $\chi''(\omega)$ mit Hilfe des Ansatzes: $P(t) = \chi'(\omega)\, \varepsilon_0\, E_0 \cos \omega t + \chi''(\omega)\, \varepsilon_0\, E_0 \sin \omega t$.

Skizzieren Sie $\chi'(\omega)$ und $\chi''(\omega)$ als Funktion von $\omega\tau$ für $0{,}01 < \omega\tau < 100$ (logarithmische Skala).

Bemerkung: Es wird hier die Notation aus der Vorlesung benutzt, χ' und χ'' sind keine Ableitungen!

23. Aufgabe: Kondensatorschaltungen

(a) Falls C_1 und C_2 parallel sind, so gilt $C_{12} = C_1 + C_2$
Falls C_1 und C_2 in Reihe sind, so gilt $\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

AB $C_{AB} = C_{432} + C_1 = \left(\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} + C_1 = 1.75\ \mu F$

AC $C_{AC} = C_{43} + C_{12} = \left(\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1}\right)^{-1} = 2.1\ \mu F$

AD $C_{AD} = C_4 + C_{123} = C_4 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} \approx 2.92\ \mu F$

BC $C_{BC} = C_2 + c_{134} = C_2 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}\right)^{-1} = 3.5\ \mu F$

BD $C_{BD} = C_{23} + C_{14} = \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_4}\right)^{-1} \approx 2.29\ \mu F$

CD $C_{CD} = C_3 + C_{124} = C_3 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4}\right)^{-1} = 4.48\ \mu F$

(b) Auf beiden Wegen von A nach C befindet sich eine Spannungsdifferenz von $20\ V$. Für die Ladung auf den jeweiligen Kondensatoren gilt also:

$$Q_4 = Q_3 = C_{34} \cdot 20\ V = 30\ \mu C \qquad Q_1 = Q_2 = C_{12} \cdot 20\ V = 12\ \mu C$$

An den jeweiligen Kondensatoren erhält man also die Spannungen

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 16\ V \quad U_2 = 4\ V \quad U_3 = 7.5\ V \quad U_4 = 12.5\ V$$

Die Spannungsdifferenz ist damit $3,5\ V$.

24. Aufgabe: Schwebendes Dielektrikum

(a) Die Gewichtskraft ist

$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot h \cdot d \cdot l \cdot g$$

Die Energie im halbgefüllten Kondensator ist

$$E = \varepsilon_0 \frac{1}{2} \frac{l}{d} U^2 \cdot (h\varepsilon_r + h_{ges} - h)$$

und damit die Kraft

$$F_K = \varepsilon_0 \frac{1}{2} \frac{l}{d} U^2 (\varepsilon_r - 1)$$

Insgesamt erhält man

$$h = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 U^2(\varepsilon_r - 1)}{d^2 g\rho} \approx 1.31\ cm$$

(b) Da Ladung nicht abfließen kann und an der Kapazität des Kondensators nichts geändert wird, bleibt die Spannung erhalten und somit ändert sich nicht die Energie und damit nicht die Kraft im Feld und dadurch auch nicht die Höhe.

25. Aufgabe: Dielektrikum

(a) Im leeren elektrischen Feld gilt

$$E_a = \frac{\sigma_{frei}}{\varepsilon_0}$$

mit Dielektrikum

$$E_i = \frac{\sigma_{frei} - \sigma_{pol}}{\varepsilon_0}$$

Also gilt mit $\sigma_{pol} = \chi\varepsilon_0 E_i$ schließlich

$$\frac{E_a}{E_i} = \varepsilon$$

$D_i = \varepsilon_0 E_i + P = \varepsilon_0 E_i(1+\chi) = \varepsilon_0\varepsilon_r E_i$
$D_a = \varepsilon_0 E_A = \varepsilon_0\varepsilon_r E_i$
Also

$$\frac{E_a}{E_i} = \varepsilon_r$$

(b) (i) Die Energie ist

$$E = \frac{1}{2}C\varepsilon U^2$$

(ii) $W = \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}qEx = \frac{1}{2}pE$
$P = \frac{np}{V}$, also $W_D = n\frac{1}{2}Ep = \frac{1}{2}EPV = \frac{1}{2}\chi E^2\varepsilon_0 V = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}\chi(Ed)^2 = \frac{1}{2}C_0U^2\chi$

26. Aufgabe: Drehmoment

(a) Bezeichne $\vec{d}$ den Verbindungsvektor zwischen den zwei Ladungen und φ den Winkel mit $\varphi = 45°$.
$\vec{M} = \vec{d} \times \vec{F} \implies M = |\vec{M}| = -\sin(\varphi)Q \cdot d \cdot \frac{U}{L} \approx -2.83E - 24\ Nm$

(b) $\vec{M} = \vec{d} \times \vec{F} = q(\vec{d} \times \vec{E}) = \vec{p} \times \vec{E}$

(c) $dW = -Md\varphi \implies W(\varphi) = \cos(\varphi)Qd\frac{U}{L} + C$. Lege C fest über $W(90°) = 0 \implies C = 0$. Vektoriell betrachtet ergibt sich dann damit $W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$. Also ist bei antiparallelität die potentielle Energie am größten und bei parallelität am kleinsten.

27. Aufgabe: Suszeptibilität bei Wechselfeldern

Betrachte hierzu die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}P(t) = \frac{P_0 - P(t)}{\tau}$$

Laut Blatt : $P(t) = \chi'(\omega)\varepsilon_0 E_0 \cos(\omega t) + \chi''(\omega)\varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t)$
Betrachte nun beide Seiten :
$\frac{d}{dt}P = -\omega\chi'(\omega)\varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t) + \omega\chi''(\omega)\varepsilon_0 E_0 \cos\omega t)$
$\frac{P_0 - P(t)}{\tau} = \frac{1}{\tau}\left(\chi_0\varepsilon_0 E_0 \cos(\omega t) - \chi'(\omega)\varepsilon_0 E_0 \cos(\omega t) - \chi''(\omega)\varepsilon_0 E_0 \sin(\omega t)\right)$

Damit ergibt sich :

$$-\chi' + \chi_0 = \tau\omega\chi''$$
$$\chi'' = \omega\tau\chi'$$

Also $\chi' = \frac{\chi_0}{\omega^2\tau^2+1}, \chi'' = \frac{\omega\tau\chi_0}{\omega^2\tau^2+1}$
Für die Graphen in Log-Skala ergeben sich dann :

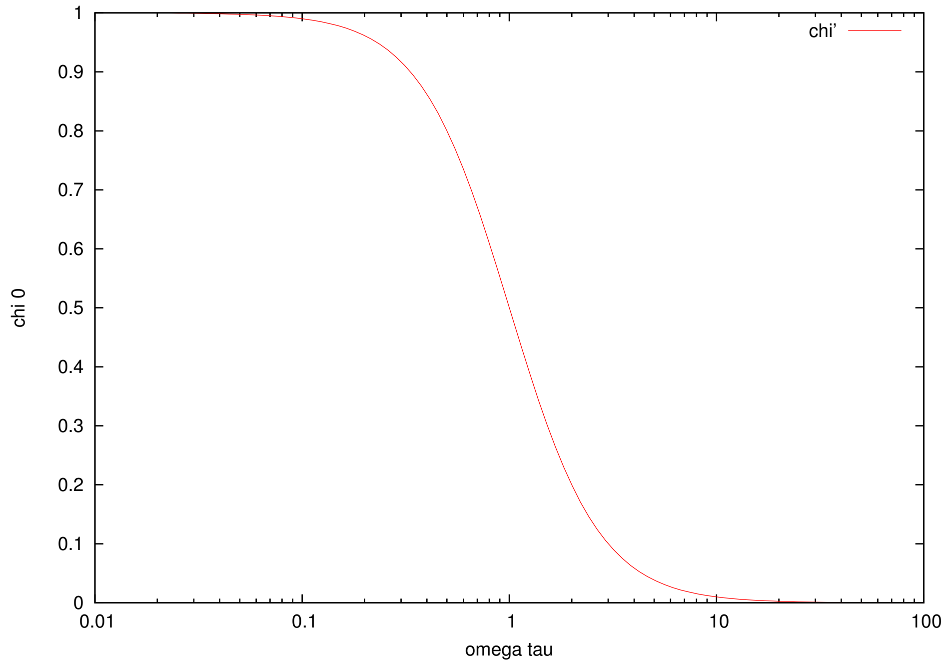


Abbildung 6: χ'

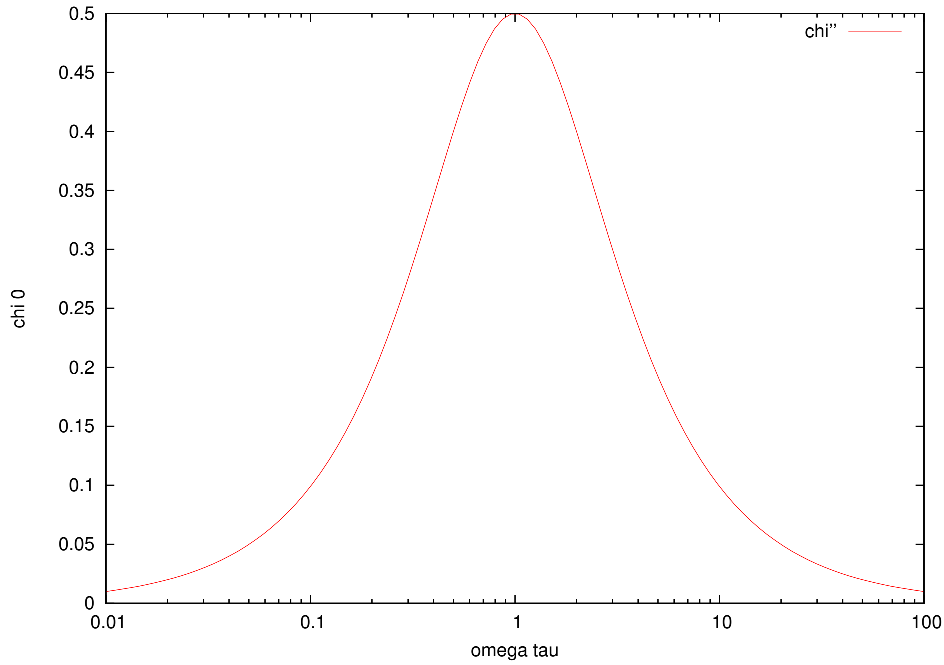


Abbildung 7: χ''

Physik II (Elektrodynamik)
7. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 26.5.11, Besprechung 1.6.11 G. Weiß / G. Fischer

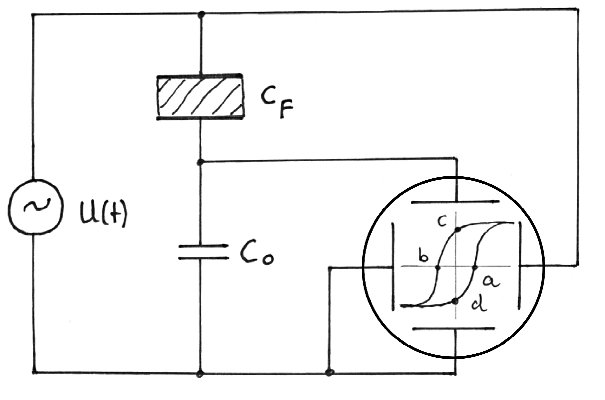
Aufgabe 28: (2 + 2 = 4 Punkte)

a) Erklären Sie die piezoelektrischen Eigenschaften von kristallinem Quarz. Überzeugen Sie sich anhand der Kristallstruktur, dass beim Anlegen eines Druckes in einer geeigneten Richtung eine elektrische Polarisation auftritt.

b) $BaTiO_3$ ist unterhalb von T_C = 118°C ferroelektrisch. Oberhalb von T_C besitzt $BaTiO_3$ eine kubische Kristallstruktur, die sogenannte Perowskit-Struktur. Wie sieht diese Struktur aus und was geschieht damit, wenn unterhalb T_C die permanente Polarisation der ferroelektrischen Phase entsteht?

Hinweis: Benutzen Sie einschlägige Lehrbücher.

Aufgabe 29: (4 Punkte)



Mit dem hier skizzierten Sawyer-Tower-Kreis wurde in der Vorlesung die Hysterese-Kurve eines Triglyzinsulfat-Einkristalls (TGS-Plattenkondensator, Plattenabstand d = 2 mm, Fläche A = 10 mm^2) aufgenommen. Die Größe der Kapazität C_0 (= 1 μF) wurde so gewählt, dass $C_0 >> C_F$ für alle Werte von U(t) erfüllt ist. $U(t) = 120V \cdot \cos(2\pi \cdot 50Hz \cdot t)$. Am Oszilloskop werden folgende Werte für die Punkte „ab“ und „cd“ abgelesen:

„ab“: $U_X = \pm$ 30V und U_Y = 0V;
„cd“: U_X = 0V und $U_Y = \pm$ 2V.

Wie groß ist die Koerzitiv-Feldstärke E_K (bei Polarisation = 0) und die remanente elektrische Polarisation P_R (bei elektrischer Feldstärke = 0) von TGS?

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie die gesuchten Größen von den angegebenen Spannungen abhängen. Sie benötigen nur die angegebenen Beträge, keine Zeitabhängigkeit!

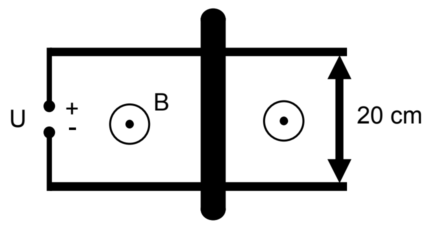
Aufgabe 30: (3 + 2 = 5 Punkte)

Ein Strahl ionisierter Borisotope ^{10}B und ^{11}B durchläuft die Beschleunigungsspannung U = 100 kV. Danach gelangen die (einfach positiv geladenen) Ionen in ein zu ihrer Geschwindigkeit senkrecht gerichtetes Magnetfeld mit B = 1.5 T, werden darin um 180° abgelenkt und treffen senkrecht auf eine Fotoplatte.

a) Skizzieren Sie den Aufbau dieses Massenspektrometers (mit Flugbahn der Ionen), und berechnen Sie die Geschwindigkeiten, mit denen die Ionen auf die Fotoplatte treffen.

b) Wie groß ist der Abstand d der Auftreffpunkte von ^{10}B und ^{11}B auf der Fotoplatte?

Aufgabe 31: (3 Punkte)

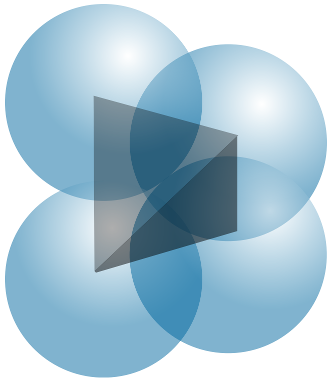


Ein dünner Kupferstab (Länge L und Durchmesser d) wird von einem Strom ***I*** durchflossen. Der Stab kann sich reibungsfrei auf den skizzierten Leitern bewegen. Die gesamte Anordnung wird von einem homogenen senkrechten Magnetfeld B durchdrungen. Welche Kraft wirkt auf den Stab? In welche Richtung bewegt er sich?

Zahlenwerte: L = 20 cm, d = 5 mm, ***I*** = 1 A, B = 1 T

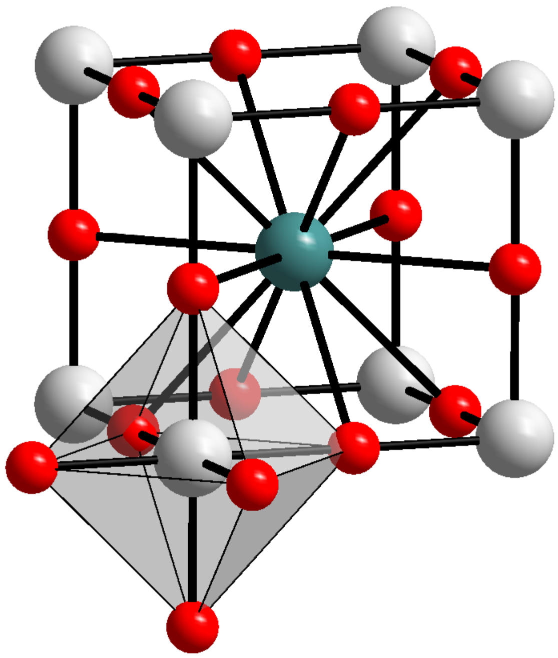
28. Aufgabe: Piezo- und Ferroelektrische Eigenschaften

(a) Kristallines Quarz sieht so aus



An den Ecken des Tetraeders befinden sich jeweils die Sauerstoffionen und in der Mitte befindet sich ein Silizionion. TODO

(b) Die Perowskit-Struktur sieht so aus



An den Ecken befinden sich graue Titanionen und an den Kanten rote Sauerstoffionen. In der Mitte jeweils ein Bariumatom. Unter $T_C = 118° \ C$ verschieben sich die Titanmoleküle in Richtung der z-Achse und eine Elementarzelle besitzt einen Dipol.

29. Aufgabe: Sawyer-Tower-Kreis und Hysterese

Die remanente Feldstärke ist die Feldstärke, die nach dem Anlegen und Abnehmen einer Spannung im Dielektrikum bleibt. Sei $Q_0 = Q_F$ die Ladung, die an dem Kondensator mit dem Dielektrikum und dem anderen anliegt. Wir benutzen

$$E_F = \frac{U}{d}$$

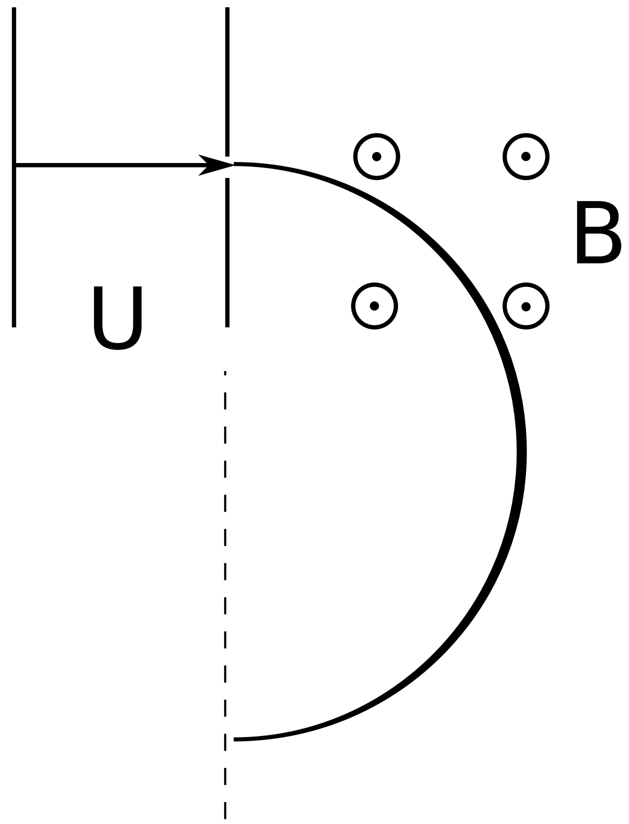
. Bei $U_y = 0$ fällt an dem Kondensator C_0 keine Spannung ab und durch die Vernachlässigung von C_0 erhält man für U_x die Feldstärke

$$E_k = 15 \ \frac{kV}{m}$$

Die Polarisation ist (da bei U_y kein Feld anliegt)

$$P = D_F - \varepsilon_0 E_F = D_F = \frac{Q_F}{A} = \frac{Q_0}{A} = \frac{C_0 U_y}{A} = 0.2 \ \frac{As}{m^2}$$

30. Aufgabe: Massenspektrometer



(a) Da die magnetische Kraft nur senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkt, ist die Geschwindigkeit der Ionen an der Fotoplatte mit der Beschleunigungsgeschwindigkeit gleich. Also gilt

$$\frac{1}{2}mv^2 = U \cdot q \implies v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$$

Für die Geschwindigkeiten erhält man also

$$v_{10} = 1389287\ m/s \qquad v_{11} = 1324633\ m/s$$

(b) Da beide Ionen einen Halbkreis durchlaufen, ist der Abstand der Auftreffpunkte gerade $2 \cdot (r_{11} - r_{10})$. Beide Radien berechnen sich durch Vergleich der Zentripetalkraft mit der Lorentzkraft, also

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \implies r = \frac{mv}{qB}$$

Für die Werte erhält man

$$r_{11} = 0.1\ m \qquad r_{10} = 0.0959\ m$$

und damit für den Abstand

$$d = 8\ cm$$

31. Aufgabe: Elektromagnetische Kraft

Die Lorentz-Kraft wirkt nach links.
Die Kraft im Magnetfeld ist laut Definition des Magnetfeldes $F = B \cdot I \cdot l$ in einem Stromdurchflossenen Leiter.
Herleitung: Da der Strom konstant ist und auch der Wiederstand im Schaltkreis, ist somit auch die Spannung konstant und somit auch die Geschwindigkeit der Elektronen. Also gilt $I = const \implies Q = I \cdot T, v = const \implies v = \frac{L}{T}$, wobei T die Zeit ist, die die Elektronen für eine Überquerung des Stabs brauchen.
Damit ist

$$F = qBv = B \cdot I \cdot T \cdot \frac{L}{T} = BIL$$

Die hier wirkende Kraft ist damit

$$F = 0.2\ N$$

Physik II (Elektrodynamik)
8. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 1.6.11, Besprechung 8.6.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 32: (1,5 + 1 + 1,5 = 4 Punkte)

Bei einem spontan polarisierten, pyroelektrischen Material gilt bei kleinen elektrischen Feldstärken für die Polarisation $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_S + \varepsilon_0\chi\boldsymbol{E}$. Ein typischer Wert für $|\boldsymbol{P}_S|$ ist $1\mu C/cm^2$.

a) Wie hängt bei einem Plattenkondensator, der mit diesem einheitlich spontan senkrecht zu den Platten polarisierten Material gefüllt ist, die Ladung von der Spannung ab?

b) Welche Spannung muss man an den Kondensator anlegen, um die gleiche Ladung ohne pyroelektrisches Material zu speichern, die mit Material jedoch ohne Spannung gespeichert ist?

c) Wie sieht bei einem Kurzschluss der Kondensatorplatten der Potentialverlauf aus, wenn zwischen den Platten und dem Material ein Luftspalt vorhanden ist?

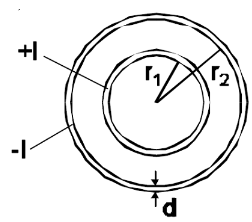
Aufgabe 33: (1,5 + 1 + 2,5 = 5 Punkte)

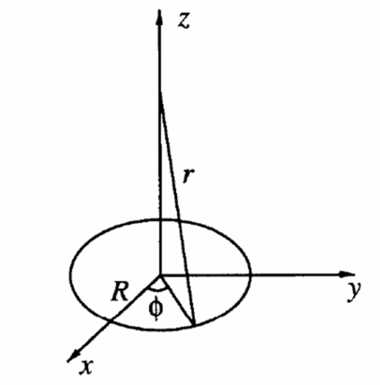
Berechnen Sie durch Wahl der geeigneten Methode das Magnetfeld …

a) … eines Stroms durch eine lange Platte der Breite d (d soll so groß sein, dass Streufelder am Rand der Platte vernachlässigbar sind), mit vernachlässigbarer Dicke und konstanter Stromdichte über der Platte.

b) Wie sieht das Feld zwischen zwei langen Platten in kleinem Abstand mit entgegengesetzten Strömen aus? Verwenden Sie das Ergebnis aus a) und argumentieren Sie mit Symmetrie und Superposition.

c) … zweier konzentrisch angeordneter, unendlich langer Rohre mit Innenradien R_1 und R_2 und jeweils der Wandstärke d, die in entgegen gesetzter Richtung jeweils vom Strom I durchflossen werden. Bestimmen und skizzieren Sie B(r) für $0 \leq r \leq \infty$. Die Stromdichte in den Rohren sei jeweils konstant (ortsunabhängig).

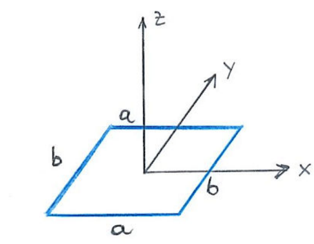




Aufgabe 34: (3 Punkte)

Berechnen Sie das Magnetfeld auf der Achse senkrecht durch den Mittelpunkt einer kreisförmigen stromdurchflossenen Leiterschleife mit Radius R (siehe Skizze).

Aufgabe 35: (4 Punkte)



Berechnen Sie das Magnetfeld einer rechteckigen Leiterschleife (Kantenlänge a und b) jeweils in großer Entfernung (r >> a,b)

a) auf der senkrecht durch den Mittelpunkt der Fläche gehenden Achse (parallel z) und

b) auf einer Achse in der Ebene der Schleife (parallel x).

Hinweis: Nutzen Sie Symmetrieargumente aus, um die Rechnung zu vereinfachen und geben Sie die Ergebnisse mit dem magnetischen Moment der Leiterschleife an.

32. Aufgabe:

(a) Kondensator C hat im Leerzustand das $E-$Feld $E = \frac{U}{d}$. Es war gegeben $P = P_0 + \varepsilon_0 \chi \frac{U}{d}$ Verwende $D = P + \varepsilon_0 E \implies E = \frac{1}{\varepsilon_0}(D - P)$ Verwende

$$D = \varepsilon_0 E + P = \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \frac{U}{d} + P_0 + \varepsilon_0 \chi \frac{U}{d} = P_0 + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{U}{d}$$

mit $\varepsilon_r = 1 + \chi$
Nach der Ladung aufgelöst ergibt dies

$$Q = \left(P_0 + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{U}{d} \right) A$$

(b) Ohne Polarisation gilt

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \frac{U_{leer}}{d}$$

$$\frac{Q}{A} = P_0 \implies P_0 = \varepsilon_0 \frac{U_{leer}}{d} \implies U_{leer} = \frac{P_0 d}{\varepsilon_0}$$

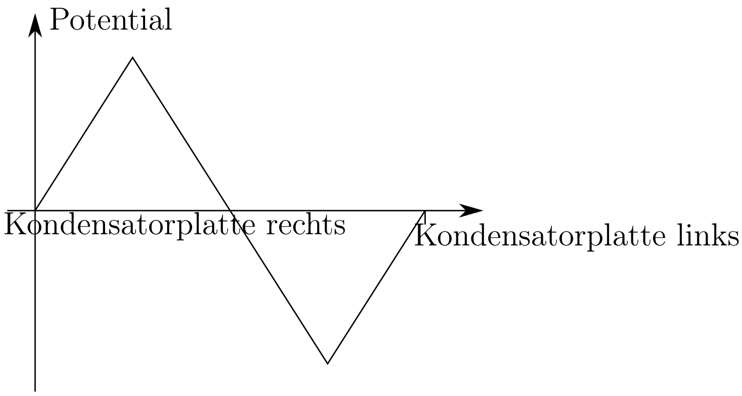


Abbildung 8: Potential

(c) Feld im Material

$$0 = D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E + P_0 \implies E = -\frac{P_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

33. Aufgabe: Berechnung von Magnetfeldern

(a) Sei L die länge der Platte

$$\oint_{2d} \vec{B} d\vec{r} = \mu_0 I$$

Also

$$B_d = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{d}$$

(b) Außen

$$B = \frac{\mu_0}{2d} (I_2 - I_1)$$

Innen

$$B = \frac{\mu_0}{2d} (I_2 + I_1)$$

(c)

$$\begin{aligned}
B(r) &= 0 && 0 \leq r < r_1 \\
B(r) &= \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \frac{r^2 - r_1^2}{(r_1 + d)^2 - r_1^2} && r_1 \leq r \leq r_1 + d \\
B(r) &= \frac{\mu_0}{2\pi r} I_0 && r_1 + d < r < r_2 \\
B(r) &= \frac{\mu_0}{2\pi r} I_0 \left(1 - \frac{r^2 - r_2^2}{(d + r_2)^2 - r_2^2}\right) && r_2 \leq r \leq r_2 + d \\
B(r) &= 0 && r_2 < r
\end{aligned}$$

34. Aufgabe: Biot-Savart

$$d\vec{l} = R \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ 0 \end{pmatrix} d\phi$$

$$r = \sqrt{R^2 + h^2}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -R\cos(\varphi) \\ -R\sin(\varphi) \\ h \end{pmatrix}$$

$$d\vec{l} \times \vec{r} = R \begin{pmatrix} h\cos(\phi) \\ h\sin(\phi) \\ R \end{pmatrix} d\phi$$

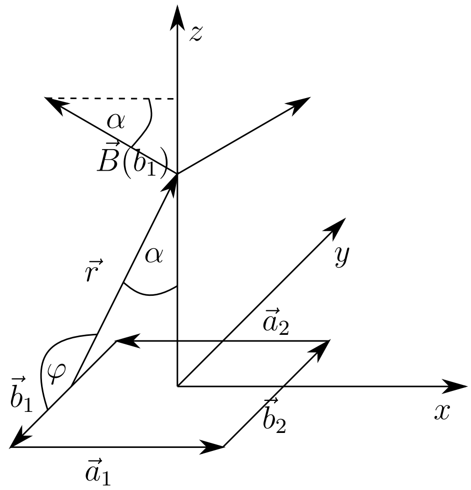
Also

$$\vec{B} = \int_0^{2\pi} d\vec{B} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} R \begin{pmatrix} h\cos(\phi) \\ h\sin(\phi) \\ R \end{pmatrix} d\phi = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z$$

35. Aufgabe: Rechteckige Leiterschleife

Tut-Mitschrieb:

(a) $\vec{m} = I\vec{A}$
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r}$
$\vec{B}(b_1) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \vec{b_1} \times \vec{r} \implies B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} b_1 \sin(\phi) r = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} b_1$ Da bei großen entfernungen $\phi \approx 90^\circ$, ϕ ist der Winkel zwischen r und b

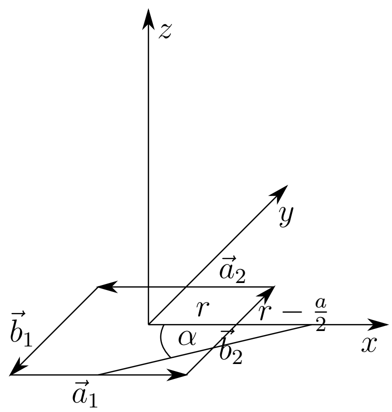


$$B_b = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} b$$

$$B_z(b_1) = B(b_1)\sin\alpha = B(b_1)\frac{a}{2r}$$

$$(B_b)_z = \frac{\mu_0 Iab}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

$$B_z = (B_b)_z + (B_a)_z = 2(B_b)_z = \frac{\mu_0 m}{2\pi r^3}$$



(b)

$$|\vec{B}(b_2)| = \frac{\mu_0 Ib(r - \frac{a}{2}}{4\pi(r - \frac{a}{2})^3}$$

$$|\vec{B}(b_1)| = \frac{\mu_0 Ib(r + \frac{a}{2}}{4\pi(r + \frac{a}{2})^3}$$

$$|\vec{B}(a_1)| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ar\sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ar\frac{b}{2}}{r^4}$$

$$B(2a) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}ab = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

$$B_x(r) = B(2a) + B(b_1) + B(b_2) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\left(b\frac{(r+\frac{a}{2})^2-(r-\frac{a}{2})^2}{(r^2-\frac{a^2}{4})^2} - \frac{ab}{r^3}\right)$$

(a)

$$\vec{B}_{ges} = \vec{B}_a + \vec{B}_b$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ \frac{b}{2} \\ h \end{pmatrix}$$

$$d\vec{l_a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} dx$$

$$r = \sqrt{x^2 + \frac{b^2}{4} + h^2}$$

$$\begin{aligned}
\vec{B}_{a,1} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\left(x^2+\frac{b^2}{4}+h^2\right)^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ \frac{b}{2} \\ h \end{pmatrix} dx \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\left(x^2+\frac{b^2}{4}+h^2\right)^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} 0 \\ -h \\ \frac{b}{2} \end{pmatrix} dx \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{8a}{\sqrt{b^2+4h^2+a^2}(b^2+4h^2)} \begin{pmatrix} 0 \\ -h \\ \frac{b}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Mit Symmetrie - Begründung folgt

$$\vec{B}_a = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{8ab}{\sqrt{b^2+4h^2+a^2}(b^2+4h^2)}\vec{e}_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{8}{\sqrt{b^2+4h^2+a^2}(b^2+4h^2)}\vec{m}$$

Aufgrund von Symmetrie ist das Feld bezüglich einer B-Achse

$$\vec{B}_{b,1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{8b}{\sqrt{a^2 + 4h^2 + b^2}(a^2 + 4h^2)} \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ -\frac{a}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_b = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{8}{\sqrt{b^2 + 4h^2 + a^2}(a^2 + 4h^2)} \vec{m}$$

Für das Gesamtfeld gilt dann $\vec{B}_{ges} = \vec{B}_b + \vec{B}_a =$

(b)

Physik II (Elektrodynamik)
9. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 9.6.11, Besprechung 15.6.11 G. Weiß / G. Fischer

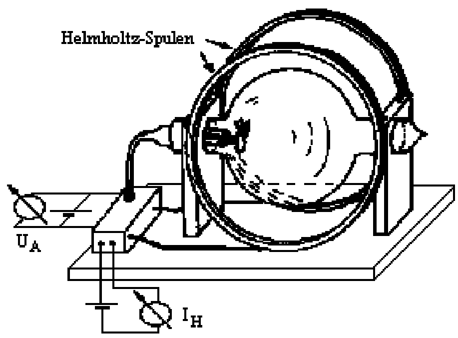
Aufgabe 36: (3 + 2 = 5 Punkte)

Gegeben ist eine Helmholtz-Spulenanordnung mit zwei ringförmige Spulen mit Radien R im Abstand d bei gemeinsamer Spulenachse x und je N Windungen.

a) Beide Spulen werden von einem Strom ***I*** in gleicher Richtung durchflossen. Berechnen Sie die Feldstärke B(x) entlang der x-Achse. Zeigen Sie, dass in der Mitte der Anordnung (x=0) für den Fall der Helmholtz-Bedingung (d = R) alle Ableitungen von B(x) nach x verschwinden (bis einschließlich der dritten Ableitung) und geben Sie B(x) an (Taylorentwicklung von B(x) um x=0).

b) Was für eine Feldstärke B(x) ergibt sich rechnerisch zwischen den beiden Spulen, wenn diese von einem Strom ***I*** in verschiedenen Richtungen durchflossen wird (Anti-Helmholtz-Anordnung)?

Aufgabe 37: (2 + 1 = 3 Punkte)



In einem Fadenstrahlrohr werden im Normalfall die Elektronen senkrecht zum homogenen Magnetfeld eingeschossen.

a) Welche Beschleunigungsspannung müssen die Elektronen durchlaufen, um eine Geschwindigkeit von $v = 0{,}2 \cdot 10^7$ m/s zu erhalten? Berechnen Sie den Radius R der Kreisbahn und die Stärke des Magnetfeldes B, wenn die Umlaufdauer auf einer Kreisbahn ist $T = 0{,}6 \cdot 10^{-7}$ s beträgt.

b) Nun werden die Elektronen schräg ins Magnetfeld eingeschossen. Der Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und der Magnetfeldrichtung ist $\alpha = 30°$. Der Betrag der Geschwindigkeit v und die Umlaufdauer auf der Kreisbahn T sind wie in a). Berechnen Sie die Ganghöhe h der Schraubenlinie.

Aufgabe 38: (3 Punkte)

Ein Strahl einfach ionisierter Atome trifft mit einheitlicher Geschwindigkeit senkrecht in ein magnetisches Feld mit der Flussdichte B = 0,5 T.

a) Nachdem die Ionen um 180° abgelenkt sind, treffen sie auf eine Fotoplatte. Die Auftreffpunkte der Isotope ^{16}O und ^{18}O sind $\Delta x = 1{,}78$ cm voneinander entfernt. Wie groß war die Geschwindigkeit der Ionen beim Eintritt in das Magnetfeld?

b) Welchen Drehimpuls hat ein ^{16}O-Ion bei seiner Bahn im Magnetfeld? Geben Sie den Drehimpuls als Vielfaches von $\hbar$ an.

c) Wie groß muss ein elektrisches Feld sein, und wie muss es orientiert werden, wenn es die Ablenkung der ^{16}O-Atome verhindern soll? Wie bewegen sich dann die ^{18}O-Ionen?

Zahlenwerte: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/mol, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, $\hbar = 6{,}6 \cdot 10^{-16}$ eVs

Aufgabe 39: (2 Punkte)

Die Elektronen ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg) in Wasserstoffatomen bewegen sich klassisch gesehen in einem Abstand $r = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m vom einfach positiv geladenen Kern. Welches Magnetfeld am Ort des Kerns resultiert aus der klassischen Kreisbewegung? Berechnen Sie hierzu zunächst die Stromstärke, die zu der Kreisbewegung korrespondiert.

36. Aufgabe: Helmholtz-Spulenpaar

(a) Wie in der vorherigen Übung gezeigt, beträgt die Feldstärke (in x-Richtung) einer Spule mit einer Windung gerade

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + (d/2 - x)^2)^{3/2}}$$

Nach dem Superpositionsprinzip lassen sich jetzt für N Windungen gerade die einzelnen Magnetfelder addieren und da es sich hier um zwei Spulen handelt, gilt

$$B_{ges} = NB(x) + NB(-x) = N\mu_0 I \frac{R^2}{(R^2 + (d/2 - x)^2)^{3/2}} + N\mu_0 I \frac{R^2}{(R^2 + (d/2 + x)^2)^{3/2}}$$

Für den Fall der Helmholtzspulen gilt

$$d = R$$

und somit für das Feld

$$B(x) = N\mu_0 I \frac{R^2}{(R^2 + (R/2 - x)^2)^{3/2}} + N\mu_0 I \frac{R^2}{(R^2 + (R/2 + x)^2)^{3/2}}$$

Betrachte nun die Ableitungen nach x an der Stelle $x = 0$:

Somit ergibt sich

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B(x)}{\partial x}|_{x=0} &= -\frac{3}{2} N\mu_0 I R^2 \left(\frac{2x - R}{(R^2 + (\frac{R}{2} - x)^2)^{\frac{5}{2}}} + \frac{2x + R}{(R^2 + (\frac{R}{2} + x)^2)^{\frac{5}{2}}} \right) |_{x=0} && = 0 \\
\frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x)|_{x=0} &= N\mu_0 I R^2 [\frac{15}{4} \frac{(2x - R)^2}{(R^2 + (\frac{R}{2} - x)^2)^{\frac{7}{2}}} - \frac{3}{(R^2 + (\frac{R}{2} - x)^2)^{\frac{7}{2}}} \\
&\quad + \frac{15}{4} \frac{(2x - R)^2}{(R^2 + (\frac{R}{2} + x)^2)^{\frac{7}{2}}} - \frac{3}{(R^2 + (\frac{R}{2} + x)^2)^{\frac{7}{2}}}]|_{x=0} && = 0 \\
\frac{\partial^3}{\partial x^3} B(x)|_{x=0} &= \text{ bla bla bla , viel zu lang} && = 0
\end{aligned}$$

Somit ergibt sich für die Taylorentwicklung um $x = 0$

$$\begin{aligned}
B(x) &= B(0) + \frac{\partial}{\partial x}B(x)|_{x=0} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}B(x)|_{x=0} + \frac{1}{6}\frac{\partial^3}{\partial x^3}B(x)|_{x=0} + O(x^4) \\
&\approx B(0) \\
&\approx \frac{16}{25}\sqrt{5}\frac{N\mu_0 I}{R}
\end{aligned}$$

Grad	Ableitung
1	$-3/4\frac{I\mu_0 d^2(-d+2x)}{(d^2+(d/2-x)^2)^{5/2}} - 3/4\frac{I\mu_0 d^2(d+2x)}{(d^2+(d/2+x)^2)^{5/2}} = 0$
2	
3	

Tabelle 1: Ableitungen von $B(x) + B(-x)$

(b) Falls sich die zweite Stromrichtung ändert, so ergibt sich mit dem Superpositionsprinzip

$$B(x) = \mu_0 NIR^2 \left(\frac{1}{(R^2 + (R/2 + x)^2)^{3/2}} - \frac{1}{(R^2 + (R/2 - x)^2)^{3/2}}\right)$$

NOCH TAYLORN

37. Aufgabe: Elektronen mit Drehwurm

(a) Mit dem Gleichsetzen der Energien kommt man auf die Formel

$$U = \frac{mv^2}{2e} \approx 11.37\ V$$

Für die Strecke $2\pi R$ benötigt das Elektron also die Zeit T. Somit erhält man

$$R = \frac{vT}{2\pi} = 1.9\ cm$$

Setzt man jetzt noch Lorentzkraft $F = Bev$ und Zentripedalkraft $F = mr\omega^2$ gleich, so erhält man mit $\omega = 2\pi/T$

$$B = \frac{2\pi m}{Te} = 5.95 \cdot 10^{-4}\ T = 0.59\ mT$$

(b) Jetzt wirkt nur noch $v \cdot \sin(\alpha)$ senkrecht zur Magnetfeldlinienrichtung und führt zu einer Kreisbahn. Der andere Teil $v \cdot \cos(\alpha)$ führt zu einer gleichförmigen Höhenbewegung. Somit ist die Ganghöhe gerade

$$h = v \cdot \cos(\alpha) \cdot T = 0.104\ m = 10.4\ cm$$

38. Aufgabe: Magnetisches Spektrometer

(a) Durch Gleichsetzen der Zentripedalkraft und der Lorentzkraft erhält man

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \qquad r = \frac{mv}{qB}$$

Die Differenz der beiden Durchmesser ist gerade Δx, also

$$\Delta x = \frac{2v}{qB}(m_1 - m_2) \qquad v = qB\frac{\Delta x}{2(m_1 - m_2)}$$

Die Ionen sind einfach geladen und haben eine Massendifferenz von 2 u, also

$$v \approx 214725\ m/s$$

(b) Der Drehimpuls solch einer punktförmigen Masse ist gerade

$$L = mrv$$

Der Radius errechnet sich wie oben mit

$$\frac{mv}{qB} \qquad L = \frac{m^2v^2}{qB} \approx 4.06344 \cdot 10^{-22}$$

Dies ist das $3.855 \cdot 10^{12}$-Fache des reduzierten Plankschen Wirkungsquants.

(c) Falls die O^{16} Atome nicht abgelenkt werden sollen, so muss es ein Feld geben, das am Eintrittspunkt senkrecht zum Magnetfeld gerichtet ist und eine Kraft antiparallel zur Lorentz-Kraft wirkt - mit gleichen Betrag. Es gilt dann damit

$$qE = qvB$$
$$E = vB \approx 107362\ V/m$$

Die O^{18}-Atome haben die gleiche Ladung, werden also genauso nicht abgelenkt.

39. Aufgabe: Elektronen im Wasserstoffatom

Für die Stromstärke gilt auf einer Kreisbahn: Bei einer Umdrehung ist die Ladung gerade die Einzelladung, also

$$I = \frac{Q}{T} = \frac{e\omega}{2\pi}$$

Die Umlaufkreisfrequent ω erhält man durch Gleichsetzen der Coulombkraft der Kerns und der Zentripedalkraft des Elektrons

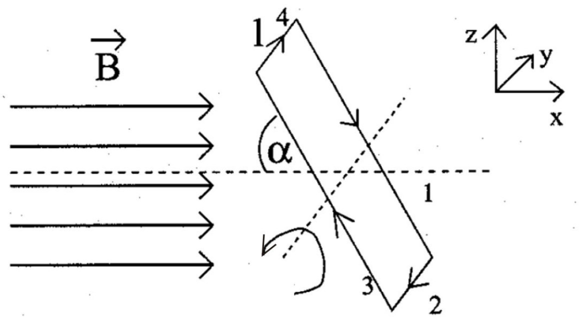
$$\omega = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^3} \right)^{1/2}$$

Der Strom ist dann in etwa ein Milliampère. Nach der Formel für einen stromdurchflossenen Leiterring ist das Magnetfeld im Zentrum gerade

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \approx 12.5\ T$$

Physik II (Elektrodynamik)
10. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 16.6.11, Besprechung 22.6.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 40: (1,5 + 1,5 + 1 = 4 Punkte)



Eine stromdurchflossene quadratische Drahtspule der Kantenlänge l = 2 cm befindet sich in einem homogenen Magnetfeld B = 0,1 T. Für α = 90° steht $\vec{B}$ senkrecht auf der Fläche, die von der Spule erzeugt wird.

a) Bestimmen Sie die Kraft $\vec{F}_i$, die auf jeweils ein Drahtstück in den vier Spulenabschnitten (i = 1 bis 4) wirkt.

b) Welches Drehmoment wirkt auf die Spule als Funktion von α?

c) Wie lässt sich das Drehmoment über das magnetische Moment der Spule ausdrücken?

Aufgabe 41: (1,5 + 1,5 = 3 Punkte)

Die stromdurchflossene quadratische Drahtspule aus Aufgabe 40 hat nun N = 100 Windungen. Diese Anordnung soll nun als Drehspulinstrument zur Strommessung eingesetzt werden, indem die Drehachse mit einer Spiralfeder mit dem rücktreibenden Drehmoment M = $C\cdot\alpha$ ausgestattet wird (Winkelrichtgröße: C = 10^{-9} Nm/rad). Über einen Zeiger lässt sich an einer Skala die Winkelauslenkung der Spule auf $\Delta\alpha$=0,5° genau ablesen. Die Kraft auf die einzelnen Drahtstücke und das Drehmoment auf eine Spule haben Sie bereits in Aufgabe 40 berechnet.

a) Wie groß sind der kleinste und der größte messbare Strom? Diese Werte lassen sich über die möglichen Winkel (bzw. deren Genauigkeit) bestimmen.

b) Wie groß ist der Winkelausschlag bei einem Strom von I = 1 μA? Und wie genau lässt sich dieser Strom von I = 1 μA messen?

Hinweis: Nehmen Sie an, dass der Winkel für I = 1 μA nahe bei 90° ist und Sie cos α durch eine Taylorentwicklung um 90° linear nähern können. Die Genauigkeit des Stromes ΔI ergibt sich z.B. über: $\Delta I/\Delta\alpha = dI/d\alpha\,\big|_{\alpha=90°}$.

Aufgabe 42: (1,5 + 1 + 0,5 + 1 = 4 Punkte)

Ein Stab aus n-Germanium (Elektronen als Ladungsträger) mit einem quadratischen Querschnitt von 1 cm^2 befindet sich in einem transversalen Magnetfeld B = 0,126 T. Bei einer Stromstärke I = 10 mA wird eine Hallspannung von U_H = 1,2 mV gemessen.

a) Skizzieren Sie die Messanordnung und erklären Sie kurz, wie die Hallspannung entsteht.

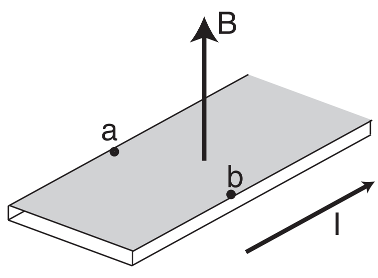
b) Wie groß ist die Hallkonstante $A_H = 1/(e\cdot n)$?

c) Wie viele freie Ladungsträger befinden sich in einem m^3 des Materials?

d) Wie groß wäre die Hallspannung, wenn anstatt des Halbleiters Silber (in gleicher Geometrie) verwendet würde? (Silber: M = 108 g/mol, ρ = 10,5 g/cm^3, pro Atom trägt ein e^- zum Strom bei)

Aufgabe 43: (2 Punkte)

Ein Metallstreifen wird von einem Strom ***I*** durchflossen und befindet sich in einem homogenen Magnetfeld ***B***.



a) Welcher der beiden Punkte a und b in der gezeigten Abbildung liegt auf höherem Potential?

b) Ändern sich die Verhältnisse, wenn der Metallstreifen durch einen p-dotierten Halbleiter ersetzt wird, in dem die Ladungsträger positive Ladung haben?

40. Aufgabe: Quadratischer Leiter im Magnetfeld

(a) Die Umformung der Formel für die Lorentzkraft liefert die Gleichung

$$F = IBl$$

Benutzt man jetzt noch für die zur Magnetfeldlinienrichtung nicht senkrecht stehenden Ströme die Formel

$$B = B_0 \sin\alpha$$

so erhält man die Gleichungen

i	F	Richtung
1	$BlI \sin\alpha$	$-y$
2	BlI	z
3	$BlI \sin\alpha$	y
4	BlI	z

Tabelle 2: Die einzelnen Kräfte

(b) Das Drehmoment berechnet sich aus

$$M = r \times F$$

Die Drähte 1 und 3 spielen also keine Rolle und die Gesamtkraft ergibt sich durch Addition der einzelnen Teilkräft, also

$$F_{ges} = 2F_2 = 2BlI \qquad M = \cos\alpha BIl^2$$

(c) Ist P das magnetische Moment der Leiterschleife, so ist der Drehimpuls

$$M = \cos\alpha BP$$

41. Aufgabe: Strommessgerät

Der Gesamtdrehimpuls ist also dann

$$M = \cos\alpha BIl^2 N - C\alpha$$

Das Messgerät zeigt genau dann einen Wert an, wenn der Drehimpuls Null ist, sich der Zeiger also nicht mehr bewegt.
Die Taylorentwicklung des cos umd 90° ist gerade die des $-\sin$ um 0, also

$$\cos\alpha \approx -\alpha + \pi/2$$

(a) Der kleinste Strom (also bei $\alpha = 0.5°$) ist

$$I_{min} = 2.181744639 \cdot 10^{-9}\ A$$

Der größte Strom ist bei $\alpha = 90°$, also

$$I_{max} = 44.75056763\ \mu A$$

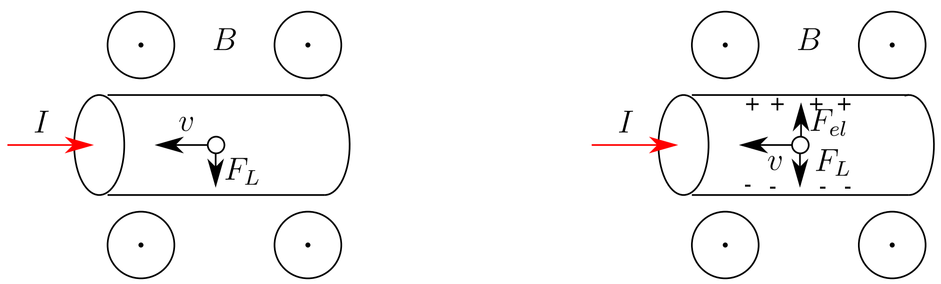
(b) Mit der Näherung von oben erhält man

$$\alpha = \frac{\pi B l^2 I N}{2(B l^2 I N + C)} \approx 72°$$

Leitet man diese Formel jetzt nach I ab, so erhält man

$$\frac{d\alpha}{dI} = \frac{\pi B l^2 N C}{2(B l^2 I N + C)^2} \approx 2.513274123 \cdot 10^5 \qquad \Delta I = 7.957747152 \cdot 10^{-8} A/°$$

42. Aufgabe: Halleffekt



(a) Die Elektronen im Leiter werden durch die Lorentzkraft abgelenkt. Dadurch entsteht im Leiter ein elektrisches Feld. Wenn die Lorentzkraft betragsmäßig genauso groß wie die Kraft des elektrischen Felds ist, durchlaufen die Elektronen den Leiter wieder geradlinig. Das elektrische Feld bleibt aber bestehen und wird als die Hall-Spannung gemessen.

(b) Es entsteht ein Kräftegleichgewicht:

$$F_L = F_{el}$$

$$qvB = qE = q\frac{U_H}{d}$$

mit $\frac{I}{A} = j = nqv \implies v = \frac{I}{Anq}$ und $A = bd$ ergibt sich:

$$A_H = \frac{1}{nq} = \frac{U_H \cdot b}{IB} = 9.524 \cdot 10^{-3}\frac{m^3}{C}$$

(c)

$$N_{freieLadung} = \frac{1m^3}{A_H \cdot e} = 6.553 \cdot 10^{20}$$

(d) Für n gilt:

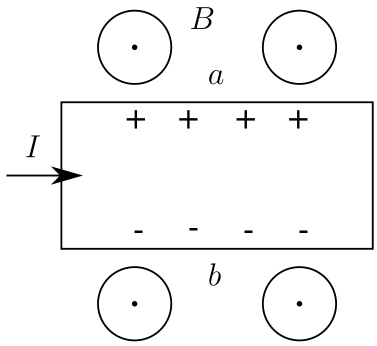
$$n = \frac{\text{Zahl der Elektronen}}{V} = N_A \cdot \frac{\rho}{M}$$

Mit

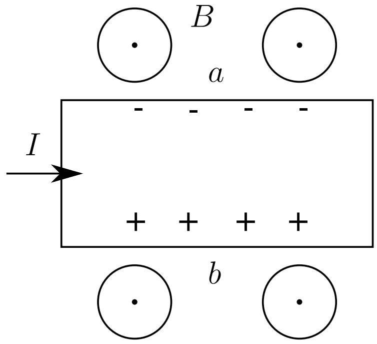
$$U_H = \frac{IB}{bne} = 13\ pV$$

43. Aufgabe: Stromdurchflossener Halbleiter und Leiter

(a) Das höhere Potential liegt beim Punkt a und ergibt sich aus der Lorentzkraft.



(b) Ja.



Dann ist das höhere Potential bei b!

Aufgabe 44: (1,5 + 1 + 0,5 = 3 Punkte)

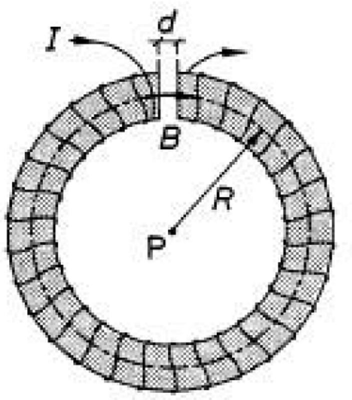
Ein Flugzeug aus Metall mit einer Spannweite von L = 40 m fliegt von Westen nach Osten (v = 1000 km/h, auf der Nordhalbkugel). Die Flussdichte des erdmagnetischen Feldes ist $B = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ T. Sie bildet mit der Horizontalen einen Winkel von 75°. Die Horizontalkomponente zeigt exakt von Süden nach Norden.

a) Welcher Flügel ist positiv geladen?
b) Welche Spannung haben die Flügelspitzen gegeneinander?
c) Welche Spannung stellt sich ein, wenn das Flugzeug von Norden nach Süden fliegt?

Aufgabe 45: (1,5 + 0,5 + 1,5 + 1 = 4,5 Punkte)

Ein zylindrischer Weicheisenstab wird ringförmig zu einem Torus mit mittlerem Radius R = 0,1 m gebogen. Die relative magnetische Permeabilität $\mu_r = 2000$ sei konstant. Der Torus wird mit N = 200 Windungen eines Drahtes gleichmäßig umwickelt. Durch den Draht fließt ein Strom I = 5 A.

a) Bestimmen Sie die magnetische Feldstärke H, die magnetische Flussdichte B und die Magnetisierung M im Torus (kein Luftspalt vorhanden).
b) Wie groß wären H und B ohne Weicheisenkern.
c) Zwischen den Enden des gebogenen Weicheisenstabs soll nun ein Luftspalt der Dicke d = 5 mm entstehen. Wie groß sind B und H im Eisen und im Luftspalt? (Streufelder am Rand des Spaltes sollen vernachlässigt werden).
d) Wie groß ist das Magnetfeld im Mittelpunkt P des Torus (Trickfrage)?



Hinweis: Rechnen Sie jeweils entlang der Mittellinie.

Aufgabe 46: (2 Punkte)

Wie sieht die Magnetisierung ***M***, das magnetische Feld ***H*** und die magnetische Flussdichte ***B*** von einem Stabmagneten in seinem Inneren und Äußeren aus (qualitative Skizze)?

Aufgabe 47: (1 + 0,5 = 1,5 Punkte)

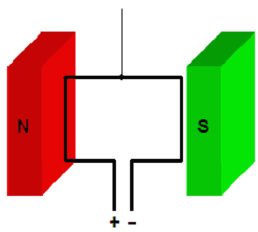
Supraleiter (vom Typ I) sind ideale Diamagnete.

a) Wie muss die Magnetisierung als Funktion des von außen angelegten Feldes H aussehen, wenn das Innere des Supraleiters feldfrei ist?
b) Wie groß ist die magnetische Suszeptibilität des Supraleiters?

Aufgabe 48: (2 Punkte)

Eine rechteckige Leiterschleife mit den Seitenlängen a und b rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Magnetfeld. Berechnen Sie die durch die Rotation in der Leiterschleife induzierte Spannung.

Zahlenwerte: ω = 3000/min, a = b = 1 m, $B = 2{,}8 \cdot 10^{-5}$ T



44. Aufgabe: Induktionsspannung auf einem Flugzeug

(a) Betrachte Magnetfeld kurz vor der Erdoberfläche als homogen und auf der Nordhalbkugel von oben nach unten gerichtet, dann ist der rechte Flügel negativ geladen und der linke Positiv.

(b) Wir betrachten nur magnetische Feldstärke, die senkrecht wirkt:

$$B = 5.5 \cdot 10^{-5}\ T \cdot \sin(75^\circ)$$

also

$$U_{ind} = d \cdot v \cdot B \approx 0.59\ V$$

(c) GLEICH!!!

45. Aufgabe: Eisenjoch

(a) Nach dem Amperschen Gesetz gilt für die magnetische Feldtärke H

$$\oint H \cdot ds = N \cdot I \qquad \oint H \cdot ds = 2\pi RH \qquad H = \frac{NI}{2\pi R} \approx 1591.5\ A/m$$

Für die magnetische Flussdichte gilt dann also

$$B = \mu_r \mu_0 H \approx 4\ T$$

Die Magnetisierung, also die magnetische Dipoldichte, ist im Material gegeben durch

$$M = \chi H = (\mu_r - 1)H \approx 3181507.312\ A/m$$

(b) Ohne Weicheisenkern ist die magnetische Feldstärke H genauso groß wie mit Eisen (vergleiche mit D in der Elektronik). Die magnetische Flussdichte wird dann aber nicht mehr durch die inneren Elementarmagnete verstärkt und beträgt nur noch

$$B = \mu_0 H \approx 2\ mT$$

(c) Wie in der Vorlesung gesehen müssen die Normalkomponenten der beiden B-Felder stetig sein. Daraus folgt, dass

$$B_{\text{Luft}} = B_{\text{Eisen}}$$

gelten muss. Dies wiederum führt zu

$$H_{\text{Luft}} = \mu_r H_{\text{Eisen}}$$

Wieder integrieren wir über die Mittellinie

$$\oint H \cdot ds = (2\pi R - d)H_{\text{Eisen}} + d \cdot H_{\text{Luft}} = \left(\frac{2\pi R - d + d\mu_r}{\mu_r}\right) H_{\text{Luft}}$$

Dies führt nun umgestellt auf

$$H_{\text{Luft}} = \frac{NI\mu_r}{\mu_r d + 2\pi R - d} \qquad H_{\text{Eisen}} = \frac{NI}{\mu_r d + 2\pi R - d} \qquad B = \frac{NI\mu_r\mu}{\mu_r d + 2\pi R - d}$$

und mit Zahlenwerten

$$H_{\text{Luft}} \approx 188265\ A/m \qquad H_{\text{Eisen}} \approx 94.13\ A/m \qquad B \approx 236\ mT$$

(d) Es bleibt das Feld einer ganz normalen Leiterschleife, also

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \approx 31.4\ \mu T$$

46. Aufgabe:

47. Aufgabe: Supraleiter

(a) Für das magnetische Feld in einem Material gilt analog zur elektrischen Feldstärke E

$$B = \mu_0(H + M) \qquad \text{analog} \qquad D = \varepsilon_0 E + P$$

Im wie außerhalb des Supraleiters ist H gleich, also muss für $B = 0$ die Magnetisierung gerade

$$M = -H$$

betragen.

(b) Als Suszeptibilität χ wird der Proportionalitätsfaktor zwischen magnetischer Polarisation M und dem angelegten Feld H bezeichnet, also in diesem Fall

$$\chi = -1$$

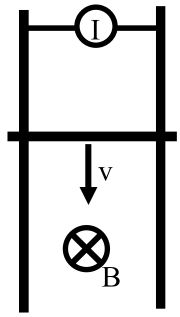
48. Aufgabe: Rotierende Leiterschleife

$$U = -n\dot{\phi} = -\frac{d}{dt}\left(AB\sin(\omega t)\right) = -AB\omega\cos(\omega t) = -1.4\cos(50t)\ mV$$

Physik II (Elektrodynamik)
12. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 30.6.11, Besprechung 6.7.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 49: **(0,5 + 1 + 2,5 = 4 Punkte)**

Zwei senkrecht im Abstand $\boldsymbol{L}$ stehende Metallschienen sind durch ein Strommessgerät (Innenwiderstand $\boldsymbol{R_i}$) miteinander verbunden. Senkrecht zur Schienenebene herrscht ein homogenes Magnetfeld $\boldsymbol{H}$. Zur Zeit $\boldsymbol{t} = 0$ beginnt ein Metallstab der Masse $\boldsymbol{m}$ entlang dieser Schienen, mit denen er einen elektrischen Kontakt bildet, zu fallen. Der Widerstand des Stabes und der Schienen wird gegenüber $\boldsymbol{R_i}$ vernachlässigt.



a) Wie hängt der Strom im Kreis mit der Geschwindigkeit des Stabes zusammen?
b) Welche Beschleunigung erfährt der Stab in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit?
c) Wie ist der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit und der Beschleunigung, welche Endgeschwindigkeit erreicht der Stab?

Aufgabe 50: **(1+ 0,5 + 1,5 = 3 Punkte)**

Durch eine zylindrische Magnetspule mit der Windungszahl $\boldsymbol{N}$ und der Querschnittsfläche $\boldsymbol{A}$ fließt ein Strom der Stärke $\boldsymbol{I}$ und erzeugt im Inneren der Spule ein homogenes Magnetfeld $\boldsymbol{H}$. Der ohmsche Widerstand der Spule ist $\boldsymbol{R}$.

a) Wie lang ist die Spule und welche Energie ist in ihr gespeichert?
b) Wie groß ist die Induktivität der Spule?
c) Welche Ladungsmenge fließt, wenn der felderzeugende Strom abgeschaltet und gleichzeitig die Spule kurzgeschlossen wird?

Zahlenwerte: N = 5000, A = $2{\cdot}10^{-3}$ m^2, I = 60 A, H = $6{\cdot}10^5$ A/m, R = 38 Ω

Aufgabe 51: **(2 Punkte)**

Leiten Sie mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln und dem Induktionsgesetz die Gesamtinduktivität $\boldsymbol{L}_{ges}$ ab, die sich bei Reihenschaltung oder Parallelschaltung zweier Induktivitäten $\boldsymbol{L}_1$ und $\boldsymbol{L}_2$ ergibt.

Aufgabe 52: **(4 Punkte)**

An eine Gleichspannungsquelle ($\boldsymbol{U}_0$) wird ein Widerstand $\boldsymbol{R}$ in Serie mit einem Kondensator der Kapazität $\boldsymbol{C}$ angeschlossen. Leiten Sie mit Hilfe der Kirchhoffschen Maschenregel eine Differenzialgleichung für die Ladung auf dem Kondensator her und geben Sie ihre Lösung an. Fertigen Sie Skizzen an für ***Q(t)***, den zeitlichen Verlauf der Ladung, und ***I(t)***, dem Strom in der Masche. Geben Sie für die charakteristische Zeit τ des Systems Skalenwerte an den Achsen an, wenn folgende Werte gegeben sind: U_0 = 1,5 V, R = 1 kΩ und C = 1nF.

Aufgabe 53: **(5 Punkte)**

Gegeben ist ein Serienschwingkreis aus Widerstand, Kondensator und Spule. Stellen Sie die Differentialgleichung mit und ohne Anregung auf. Wie sieht eine Lösung des Problems aus und welche Parameter charakterisieren das System? Geben Sie Zahlenwerte an für die Bauteile bei einer Eigenfrequenz von f_0 = 1 kHz und R = 0. Wie muss R gewählt werden, damit der aperiodische Grenzfall auftritt?

49. Aufgabe: Fallender Leiterstab

(a)

$$\begin{aligned} U &= -\dot{\phi} \\ &= -B\dot{A} \\ &= -\mu_0 HLv \end{aligned}$$

Mit $U = RI$ folgt

$$I \propto v$$

(b)

$$\begin{aligned} a &= g - \frac{F}{m} \\ &= g - \frac{ILB}{m} \\ &= g - \frac{\mu_0 ILH}{m} \\ &= g - \frac{\mu_0^2 H^2 L^2}{mR} v \end{aligned}$$

(c) Betrachtet man nun $a = \dot{v}$ so folgt aus b) die DGL

$$\dot{v} = g - \frac{\mu_0^2 H^2 L^2}{mR} v$$

Sei nun

$$k = \frac{\mu_0^2 H^2 L^2}{mR}$$

Somit ist die Lösung

$$v(t) = \frac{g}{k} + Ce^{-kt}$$

mit

$$v(0) = 0$$

folgt

$$v(t) = \frac{g}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

Sowie für die Beschleunigung folgt

$$a(t) = \dot{v} = ge^{-kt}$$

Die Beschleunigung geht somit gegen 0 und die Endgeschwindigkeit beträgt

$$v_{end} = \frac{g}{k}$$

50. Aufgabe: Lange Spule

(a)

$$\oint \vec{H} ds = NI \implies H = \frac{N}{l} I \implies l = \frac{NI}{H} = \frac{1}{2}\ m$$

$$W = \int P(t) dt = \int U(t) I(t) dt = \int L \dot{I} I dt = \frac{1}{2} L I^2$$

Bei einer langen Spule mit sich änderndem Magnetfeld gilt

$$U_{ind} = -NA\dot{B} = -NA\mu_0 \frac{N}{l} \dot{I} \implies L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

Die Energie beträgt somit

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = 72\pi\ J \approx 226.2\ J$$

(b)

$$L = 4\pi E - 2\ H \approx 0.126\ H$$

(c) Da die Spule kurzgeschlossen ist, gilt $U = 0$, also

$$0 = L\dot{I} - RI$$

mit dem Ansatz

$$I(t) = I_0 e^{-t\frac{R}{L}}$$

erhält man

$$I_0 = 60\ A \qquad \text{und } Q(t) = \int\limits_0^\infty I(t)\ dt = I_0 \frac{L}{R} \approx 0.198\ C$$

ODER mit der Energiedichte

$$w = \frac{1}{2} BH$$

und der Energie

$$W = \frac{1}{2} BH \cdot V = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 A l$$

mit dem selben Ergebnis.

51. Aufgabe: Reihen und Parallelschaltung zweier Spulen

Reihenschaltung

$$U_0 = U_{L,1} + U_{L,2} = L_1 \dot{I} + L_2 \dot{I} = (L_1 + L_2)\dot{I} = L_{ges}\dot{I}$$

Also

$$L_{ges} = L_1 + L_2$$

Parallelschaltung

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{1}{L_1} \int U(t)dt + \frac{1}{L_2} \int U(t)dt = \frac{1}{L_1 + L_2} \int U(t)dt$$

Also

$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

52. Aufgabe: RC-Schaltung

Mit der Maschenregel ergibt sich

$$U_0 = U_R + U_C \iff U_0 = R\dot{Q} + \frac{Q}{C}$$

Umgestellt

$$\dot{Q} = \frac{U_0}{R} - \frac{1}{RC} Q$$

Homogener Teil

$$Q_h = Ke^{-\frac{t}{RC}}$$

Partikulärer Teil

$$Q_p = CU_0 = Q_0$$

Als Gesamtlösung ist dann

$$Q_C(t) = \frac{U_0}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Somit ist

$$\tau = RC$$

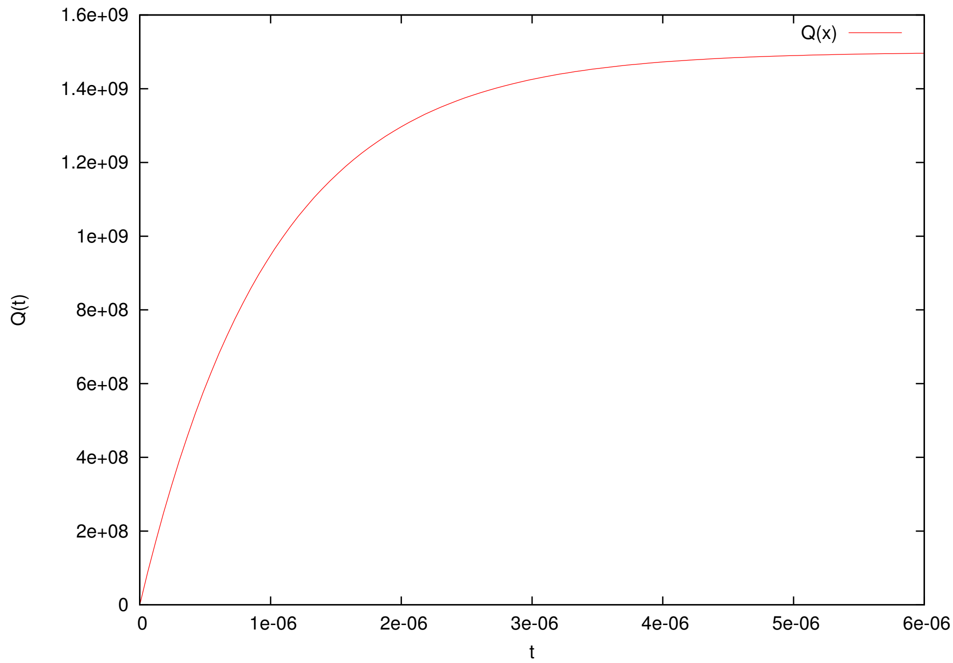


Abbildung 9: $Q(t)$ mit $\tau = 1E - 6$

Für den Strom am Kondensator ergibt sich

$$I = \dot{Q} = \frac{U_0}{C^2 R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

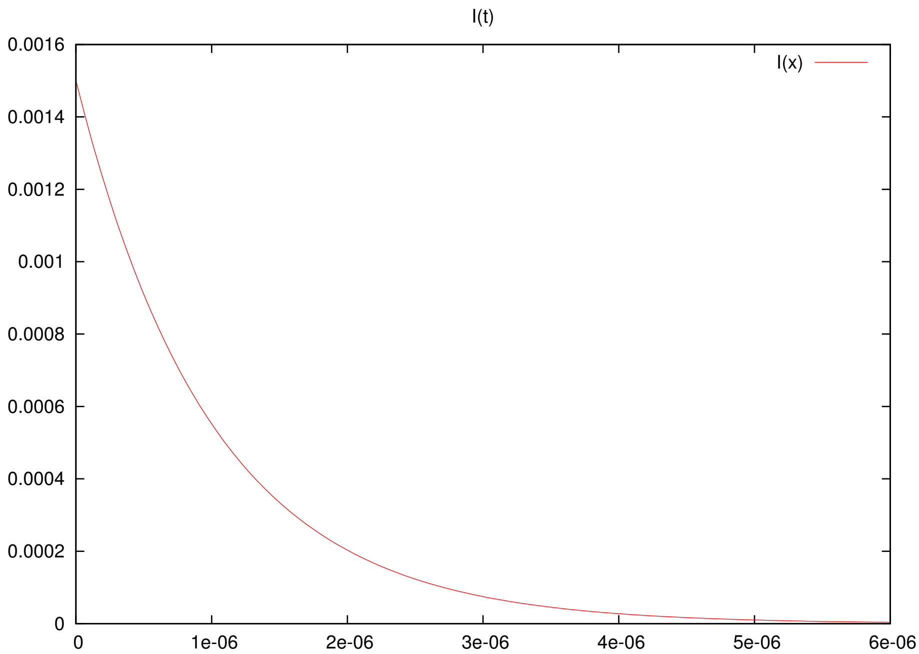


Abbildung 10: $I(t)$ mit $\tau = 1E - 6$

53. Aufgabe: RCL-Schwingkreis

Es ergibt sich die Differentialgleichung

$$U_R + U_C + U_L = 0 \iff RI + \frac{Q}{C} + L\dot{I} = U(t)$$

Durch einmaliges differenzieren ergibt sich die Differentialgleichung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = \frac{d}{dt}U(t)$$

Im vergleich zur Mechanik entspricht dies

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + Dx = 0$$

Die Reibung ist also in diesemfall der Faktor

$$\frac{R}{L}$$

und die Frequenz ist gegeben durch R, C, L

Eine Lösung des Systems ist gegeben durch

$$I(t) = I_h(t) + I_p(t)$$

Sei nun $R = 0$ und eine Eigenfrequenz von 1 kHz gesucht, dann gilt die DGL

$$\ddot{I} + \frac{1}{LC} I = 0$$

und somit gilt für die Eigenfrequenz

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \implies LC = \frac{1}{4\pi^2\omega^2}$$

Also

$$LC = 10^{-6}/(2\pi)^2 s^2$$

Eine übliche Kombination wäre hierfür z.b. ein Kondensator mit

$$C = 10\ nF$$

und eine Spule mit

$$L = 100\ H$$

Beim Lösen der Differentialgleichung ergibt sich mit dem Ansatz

$$I(t) = Ke^{\lambda t}$$

, dass

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

und somit

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left(-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}\right)$$

Damit der Aperiodische Grenzfall eintritt, muss die Summe unter der Wurzel verschwinden und somit muss gelten

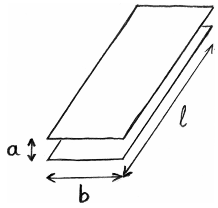
$$\frac{R^2}{L^2} = \frac{4}{LC} \implies R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Physik II (Elektrodynamik)
13. Übungsblatt **SS 2011**
Ausgabe: 7.7.11, Besprechung 13.7.11 G. Weiß / G. Fischer

Aufgabe 54: **(2,5 + 1,5 + 1 = 5 Punkte)**

Betrachten Sie einen Streifenleiter mit der Streifenbreite b und dem Abstand a zwischen den beiden parallelen Streifen. ℓ ist eine beliebige aber feste Länge.

a) Wie hängen die Kapazität C und die Induktivität L von der Geometrie des Streifenleiters ab? Leiten Sie folgende Beziehungen her: $C / \ell = \varepsilon \cdot b/a$ und $L / \ell = \mu \cdot a/b$
Hinweis: Für die Berechnung der Induktivität sollten Sie beachten, dass das **B**-Feld nur zwischen den Platten ist und außerhalb vernachlässigt werden kann. Es ist: $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ und $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$.



b) Berechnen Sie die Impedanz Z des Steifenleiters in Abhängigkeit von seiner Geometrie.

c) Wie müssen b und a gewählt werden, damit der Streifenleiter $Z = 50\ \Omega$ hat?

Aufgabe 55: **(1 + 1,5 + 1 + 0,5 = 4 Punkte)**

Um eine Glühlampe mit der Nennspannung $U_R = 110$ V und der Nennleistung $P = 100$ W an das Wechselstromnetz mit der Nennspannung $U = 220$ V und der Frequenz $\nu = 50$ Hz anzuschließen, soll eine geeignete Spule in Reihe geschaltet werden.

a) Skizzieren Sie das Schaltbild und das Zeigerdiagramm der Anordnung und berechnen Sie den Betrag des Spannungsabfalls U_L an der Spule.

b) Berechnen Sie die Induktivität L der (langen) Spule. Wie lang wäre eine Spule mit N = 1000 Windungen, die auf einen Ferritkern mit $\mu_R = 1000$ und dem Querschnitt $A = 1\ \text{cm}^2$ gewickelt ist?

c) Wie groß sind der Strom I sowie dessen Phasenverschiebung φ gegen die Netzspannung?

d) Wie sähe die Schaltung aus, wenn Sie statt der Spule einen Kondensator zur Verfügung hätten, warum?

Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3$, $\sqrt{3} = 1{,}7$ und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

Aufgabe 56: **(4 Punkte)**

Leiten Sie die Wellengleichung für das ***B***-Feld aus den Maxwellschen-Gleichungen her. Es gilt $\boldsymbol{j} = 0$ und $\rho = 0$.

Hinweis: Verwenden Sie die Identität: $\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \Delta \boldsymbol{A}$.

Aufgabe 57: **(3 Punkte)**

Interpretieren Sie (gegebenenfalls auch quantitativ!) folgende Gleichungen (die fetten Symbole bezeichnen die üblichen vektoriellen Feldgrößen):

a) $\text{div}\, \boldsymbol{D} = 0$

b) $\text{div}\, \boldsymbol{B} = 2\ \text{Vs/m}^3$

c) $\text{rot}\, \boldsymbol{H} = 0$

d) $\text{rot}\, \boldsymbol{E} = 3\ \text{V/m}^2$

Aufgabe 58: **(2 Punkte)**

Ein typischer He-Ne-Laser hat einen Strahldurchmesser von 1 mm und eine Ausgangsleistung von 1,5 mW. Die Linse des menschlichen Auges fokussiert auf einen Brennfleck von etwa 100 µm Durchmesser. Welche Leistungsdichte trifft beim Blick in den Laser auf die Netzhaut und welche elektrische Feldstärke herrscht dort? (Vernachlässigen Sie brechende Effekte im Auge; ***E*** weiterhin senkrecht zu ***H***).

54. Aufgabe: Streifenleiter

(a) Die Kapazität erhält man (wie vorher schon oft gezeigt)

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_R \frac{A}{l} \qquad \frac{C}{l} = \varepsilon \frac{b}{a}$$

Für die Induktivität betrachtet man das Magnetfeld B mithilfe des Amperschen Gesetzes und einem Integrationsweg als Rechteck zwischen den beiden Streifenleitern

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = I \qquad H = \frac{I}{b} \qquad B = \mu H$$

Mit den Maxwellschen Gleichungen erhält man

$$U = \oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} Bla = -\frac{\partial}{\partial t} \mu \frac{I}{b} la = -\frac{\partial I}{\partial t} \underbrace{\mu l \frac{a}{b}}_{L}$$

und dann die behauptete Formel.

(b) Ist Z_{ges} die gesuchte Impedanz, dann gilt für den Kondensatorteil

$$U = \frac{Q}{C} = Z_{ges} \cdot I$$

und für den Spulenteil

$$U = L \cdot \dot{I}$$

also zusammengesetzt

$$Z_{ges} \cdot \dot{I} = \frac{\dot{Q}}{C} = \frac{I}{C} = Z_{ges} \frac{U}{L} \qquad \frac{L}{C} = Z \frac{U}{I} = Z^2 \qquad Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{a}{b}}$$

(c) Mit der Lichtgeschwindigkeit ist

$$\varepsilon = \frac{1}{\mu c^2} \qquad \frac{\mu}{\varepsilon} = \mu^2 c^2$$

Für $Z = 50\ \Omega$ muss zum Beispiel

$$a = 0,133\ cm \qquad b = 1\ cm$$

55. Aufgabe: Glühlampe im Wechselstrom

Man betrachtet die Glüchlampe einfach als Widerstand R, zu dem eine Spule in Reihe geschalten wird.

(a) Für die Spule erhält man die Impedanz

$$Z_L = i\omega L = 2\pi i\nu L$$

und für den Widerstand einfach

$$Z_R = R$$

Die Spannung, die an den Glühlampe abfällt, soll

$$U_R = 110\ V$$

betragen und die Leistung

$$P_R = 100\ W = U_R \cdot I = \frac{U_R^2}{R} \qquad R = 121\ \Omega$$

Nun gilt mit der Gesamtimpedanz Z_{ges}

$$U_{ges} = Z_{ges} \cdot I = Z_L + Z_R \cdot I$$

und an der Spule

$$U_L = Z_L \cdot I$$

und da der Strom an beiden Verbrauchern gleich groß ist, muss auch hier das Zeigerdiagramm gelten und damit mit dem Satz des Pythagoras

$$U_{ges}^2 = U_L^2 + U_R^2 \qquad U_L = \sqrt{U_{ges}^2 - U_R^2} = \sqrt{3}U_R \approx 187\ V$$

(b) Für den Strom gilt

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10}{11}\ A$$

Also muss an der Spule wieder (mithilfe der Impedanz) gelten

$$U_L = Z_L \cdot I = 2\pi\nu LI \qquad L = \frac{U_L}{2\pi\nu I} \approx 2/3\ H$$

Mit der Formel für lange Spulen gilt

$$L = \mu_0 \mu_R n^2 \frac{A}{l} \qquad l = \frac{\mu_0 \mu_R n^2 A}{L} \approx$$

(c) Die Phasenverschiebung ϕ erhält man aus dem Zeigerdiagramm, da der Strom in Phase zu der Spannung am Widerstand ist und die Netzspannung dem U_{ges} entspricht, also

$$\cos\phi = \frac{U_R}{U_{ges}} = \frac{1}{2} \qquad \phi = 60°$$

56. Aufgabe: Wellengleichung eines $\vec{B}$-Feldes

57. Aufgabe: Interpretation der Maxwellschen-Gleichungen

(a) div$\vec{D} = 0$ führt auf $\rho = 0$, also keine elektrische Raumladung (zum Beispiel in einem Isolator).

(b) Ein div$\vec{B} \neq 0$ führt zu magnetischen Monopolen und magnetischen Raumladungen.

(c) Wenn rot$\vec{H} = 0$ ist, heben sich j und $\frac{\partial D}{\partial t}$ entweder gerade auf oder sie sind beide Null.

(d) Mit $|\text{rot}\vec{E}| \neq 0$ ist auch $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$, also ein sich änderndes Magnetfeld (zum Beispiel eine Spule bei der der Strom zurückgefahren wird)

58. Aufgabe: He-Ne-Laser

Der Pointing-Vektor ist gegeben durch

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad |\vec{S}| = \frac{P}{A} = \frac{1,5\ mW}{\pi(100\ \mu m)^2}$$

Der Betrag des elektrischen Feldes ist mit E senkrecht zu $H = \frac{B}{\mu_0}$ und $E = cB$

$$|\vec{E}| = \sqrt{\mu_0 c |\vec{S}|}$$