

ÜBUNGSAUFGABEN (X)

(Besprechung am Mittwoch, 27.06.2012)

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Verifizieren Sie durch Einsetzen die mathematische Identität

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{F}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{F}) - \Delta \vec{F}$$

für ein beliebiges, zweifach stetig differenzierbares Vektorfeld $\vec{F}$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Leiten Sie die Wellengleichung für das $\vec{B}$ -Feld aus den Maxwellschen Gleichungen in differentieller Form her. Es gelte $\vec{j} = 0$ und $\rho = 0$.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Eine ebene elektromagnetische Welle im Vakuum bewegt sich in z -Richtung mit dem Wellenvektor $\vec{k} = (0, 0, k)$, dem elektrischen Feld $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kz - \omega t)$ und dem magnetischen Feld $\vec{B} = \vec{B}_0 \sin(kz - \omega t)$.

- Zeigen Sie mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen, dass $\vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}$.
- Zeigen Sie unter Benutzung der Beziehung aus (a), dass die Energiedichten des elektrischen Feldes und des magnetischen Feldes gleich groß sind.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Durch einen homogenen Draht mit Länge l , Radius r_0 und Widerstand R fließt ein zeitlich konstanter Strom I .

- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}$, die magnetische Feldstärke $\vec{B}$ und den Poynting-Vektor $\vec{S}$ im Inneren des Drahtes als Funktion des Radialabstands r .
- Skizzieren Sie die räumliche Lage der drei Vektoren zusammen mit der Stromrichtung. In welche Richtung zeigt der Poynting-Vektor?
- Berechnen Sie den gesamten Energiefluß durch die Drahtoberfläche und setzen Sie ihn in Beziehung zur ohmschen Verlustleistung.