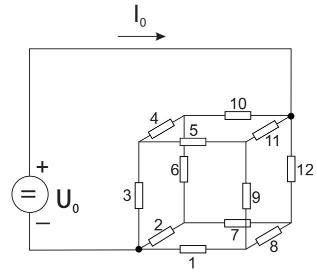
Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber
Übungen zur Klassischen Experimentalphysik II (Elektrodynamik), SS 2015

ÜBUNGSAUFGABEN (II)
(Besprechung am Mittwoch, 29.4.15)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

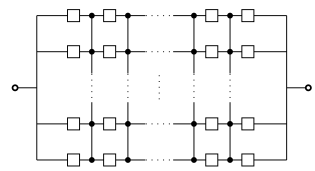
a) Geben Sie die beiden Kirchhoffschen Regeln in Formeln und Worten an.

b) Berechnen Sie Gesamtwiderstand der gezeigten Schaltung für den Fall, dass alle 12 Einzelwiderstände i den gleichen Widerstandswert R haben.



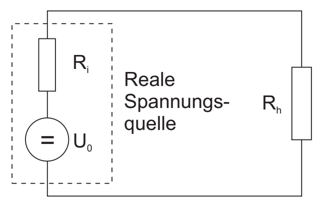
Aufgabe 2: (5 Punkte)

Ein homogener metallischer Draht mit kreisförmigem Querschnitt (Radius r) und Länge L stellt einen Ohmschen Widerstand R dar. Auf welche Weise hängt R von r und L ab? Zerlegen Sie dazu den Draht gedanklich in kleine Würfel mit Kantenlänge a und ohmschem Widerstand R_a, die jeweils mit ihren direkten Nachbarn leitend verbunden sind (vgl. Skizze). Es genügt, Proportionalitäten zu betrachten.



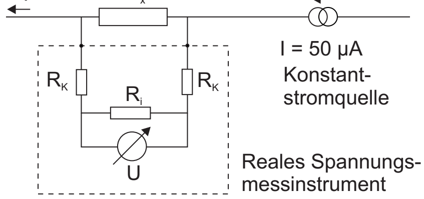
Aufgabe 3: (4 Punkte)

Eine reale Spannungsquelle mit endlichem Innenwiderstand $R_\mathrm{i} = 10\,\Omega$ erreicht ihre maximale Spannung U_0 nur im unbelasteten, d.h. stromlosen Zustand. Der Widerstand R_h einer elektrischen Heizung soll so gewählt werden, dass die Leistung P der Heizung maximal wird (siehe Skizze). Berechnen und skizzieren Sie $P(R_\mathrm{h})$ und bestimmen Sie das Maximum.



Aufgabe 4: (4 Punkte)

In der skizzierten Anordnung soll die Spannung an dem Widerstand $R_\mathrm{x} = 100\,\mathrm{k}\Omega$ gemessen werden. Das reale Spannungsmessinstrument hat einen Innenwiderstand $R_\mathrm{i} = 1\,\mathrm{M}\Omega$ und beim Anschluss an den Widerstand treten ungewünschte Kontaktwiderstände $R_\mathrm{k} = 5\,\mathrm{k}\Omega$ auf. Der durch Widerstand und Messinstrument fließende Gesamtstrom I wird durch eine Konstantstromquelle auf $I = 50\,\mu\mathrm{A}$ festgehalten.



Berechnen Sie zunächst die Spannung, die ein ideales Messinstrument ($R_\mathrm{i} = \infty$, $R_\mathrm{k} = 0$) messen würde. Welche Spannung wird dagegen bei dem realen Messinstrument abgelesen? Wie groß ist der relative Fehler bezogen auf den Idealfall?

Aufgabe 1

a)

1. Regel:

Die Summe aller Ströme eines Stromknotens ist Null, wo ankommende Ströme positiv und abgehende Ströme negativ gezählt werden.

$$\underbrace{\sum_m I_i}_{\text{ankommend}} - \underbrace{\sum_n I_i}_{\text{abgehend}} = 0$$

2. Regel

In einer Masche ist die Summe aller treibenden Spannungen gleich der Summe aller Spannungsabfälle

$$\underbrace{\sum_m U_i}_{\text{treibend}} = \underbrace{\sum_n U_i}_{\text{abfallend}}$$

b) Die Stromstärke I_0 teilt sich im 1. Knoten durch 3, im 2. Knoten durch 2, weil die Widerstände gleich sind.

d.h.: $I_{10} = I_{11} = I_{12} = \frac{1}{3} I_0 := I_A$

$I_4 = I_5 = I_6 = I_7 = I_8 = I_9 = \frac{1}{6} I_0 := I_B$

$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{1}{3} I_0 := I_C$

Sei U_A die Spannung an den Widerständen 10, 11, 12,

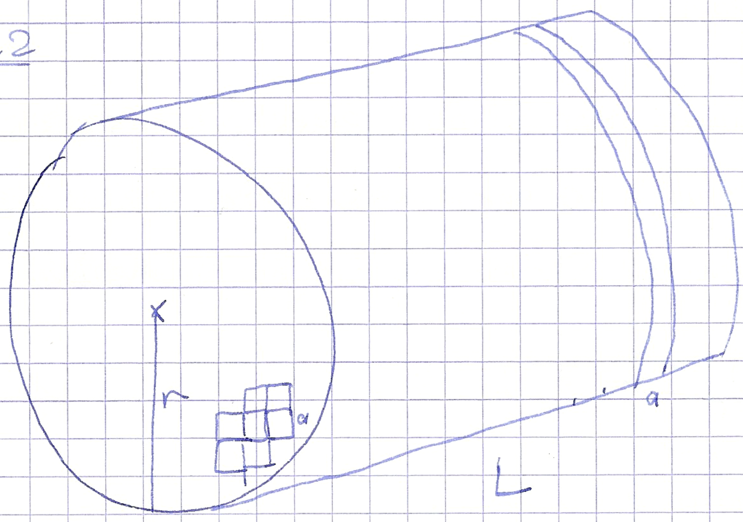
U_B " " 4, 5, 6, 7, 8 und 9 und

U_C " " 1, 2, 3.

$U_A = R \cdot I_A = R \cdot \frac{1}{3} I_0$ $\quad U_B = R \cdot I_B = R \cdot \frac{1}{6} I_0$ $\quad U_C = U_A$

$$R_{ges} = \frac{U_0}{I_0} \overset{2.K.R.}{=} \frac{U_A + U_B + U_C}{I_0} = \frac{I_0 R\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)}{I_0} = \frac{5}{6} R$$ ✓ /3

Aufgabe 2



Zerlege den Draht in Scheiben der Breite a ✓

R_x = Widerstand in einer solchen Scheibe

N = Anzahl der parallel geschalteten Widerstände in der Scheibe

↳ parallelschaltung egal, da Äquipotential.

$$\frac{1}{R_x} = \sum_1^N \frac{1}{R_a} = N \cdot \frac{1}{R_a} \qquad N = \frac{\pi r^2}{a^2}$$

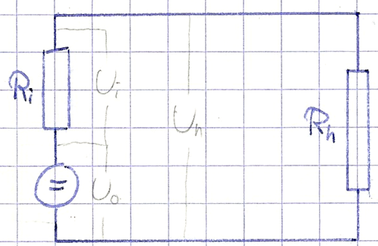
$$R_x = \frac{R_a}{N} = \frac{a^2 R_a}{\pi r^2}$$

d.h. Widerstand von a u. R_a abh.?

$$R = \sum_1^n R_x = \frac{L}{a} R_x = \frac{L a R_a}{\pi r^2}$$ ✓

/4,5

Aufgabe 3



U_h = Spannung an den realen Spannungsquelle

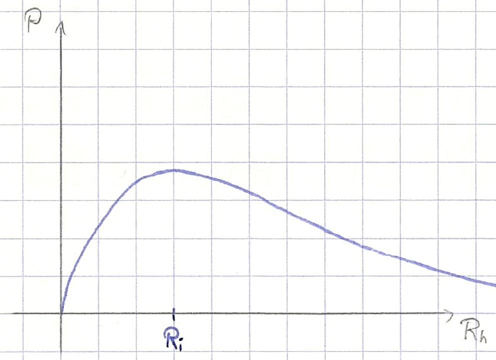
$$U_h = U_0 - U_i \quad , \quad U_i = R_i \cdot I$$

$$\Rightarrow U_h = U_0 - R_i \cdot I$$

Leistung $P = U_h \cdot I = (U_0 - R_i \cdot I) I = U_0 I - R_i I^2 \quad (1)$

$I = \frac{U_0}{R_i + R_h}$ eingesetzt in (1): $P = \frac{U_0^2}{R_i + R_h} - \frac{R_i U_0^2}{(R_i + R_h)^2}$

$$P(R_h) = -\frac{R_i U_0^2}{(R_i + R_h)^2} + \frac{U_0^2}{R_i + R_h}$$



$$P'(R_h) = \frac{2 R_i U_0^2}{(R_i + R_h)^3} - \frac{U_0^2}{(R_i + R_h)^2}$$

$$P'(R_h) = 0 \Leftrightarrow \frac{2 R_i \cancel{U_0^2}}{(R_i + R_h)^{\cancel{3}}} = \frac{\cancel{U_0^2}}{\cancel{(R_i + R_h)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 R_i = R_i + R_h \Leftrightarrow R_h = R_i = 10\,\Omega$$

/4

Aufgabe 4

$U = R \cdot I$ Ideal: $U_i = R_x \cdot I$

$$= 10^5\,\Omega \cdot 5 . 10^{-5}\,A$$

$$= 5\,V$$

Realfall: $U_r = R_{Ges} \cdot I$

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{2R_k + R_i}$$

$$U_r = \frac{I}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{2R_k + R_i}} = \frac{5 . 10^{-5}\,A}{\frac{1}{10^5\,\Omega} + \frac{1}{10^4\,\Omega + 10^6\,\Omega}} \simeq 4{,}55\,V$$

rel. Fehler: $1 - \frac{U_r}{U_i} = 1 - \frac{R_x}{\frac{1}{\frac{1}{2R_k + R_i} + \frac{1}{R_x}}} = \frac{R_x}{2R_k + R_i} \simeq 9{,}9 . 10^{-2}$

/4