Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber
Übungen zur Klassischen Experimentalphysik II (Elektrodynamik), SS 2015

ÜBUNGSAUFGABEN (VII)
(Besprechung am Mittwoch, 3.6.15)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

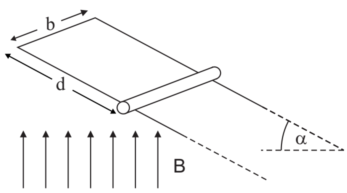
Eine leitende Kreisscheibe mit Radius R rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um ihre Symmetrieachse. Die Scheibe wird von einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ in Richtung von $\vec{\omega}$ durchsetzt, wodurch im Gleichgewicht eine Spannung U zwischen Zentrum und Rand der Scheibe resultiert.

a) Bestimmen Sie Betrag und Richtung des elektrischen Feldes $E(r)$ als Funktion des radialen Abstands r vom Zentrum sowie die Spannung U zwischen Zentrum und Rand.

b) Zentrum und Rand der Scheibe werden außerhalb des Magnetfelds mittels Schleifkontakte leitend verbunden. Erläutern Sie, weshalb die Scheibe dadurch abgebremst wird.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Zwei am oberen Ende verbundene, idealleitende Schienen bilden mit einem Stab (Masse m, Widerstand R) eine rechteckige Leiterschlaufe S (Breite b, Länge d). Die Schienen sind um den Winkel α geneigt, so dass der Stab die Schienen reibungsfrei herabgleitet. Ein der Erdanziehung entgegengerichtetes homogenes Magnetfeld B durchdringe die gesamte Anordnung.



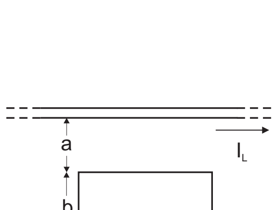
a) Bestimmen Sie Betrag und Richtung des Stroms I, der in die Leiterschlaufe S induziert wird. Die Induktivität L von S sei vernachlässigbar klein.

b) Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung für den Stab auf und bestimmen Sie seine Geschwindigkeit als Funktion der Zeit, $v(t)$, sowie die Geschwindigkeit v_e für $t \to \infty$.

c) Zeigen Sie, dass im Fall $R \to 0$ das Ergebnis für v_e falsch ist, und erläutern Sie die Ursache dieses Fehlers.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Neben einem geraden Leiter vernachlässigbaren Durchmessers und unendlicher Länge liegt im Abstand a eine rechteckige Leiterschlaufe S mit Widerstand R_s, Länge d und Breite b. Im Leiter fließt ein Strom I_L, der in der Zeit von $t=0$ bis $t=t_1$ linear ansteigt, $I_L(t)=\beta\,t$, und danach auf dem erreichten Endwert I_L^0 verbleibt.



a) Bestimmen Sie Betrag und Richtung des in die Schlaufe S induzierten Stroms $I_s(t)$ und zeichnen Sie seinen zeitlichen Verlauf.

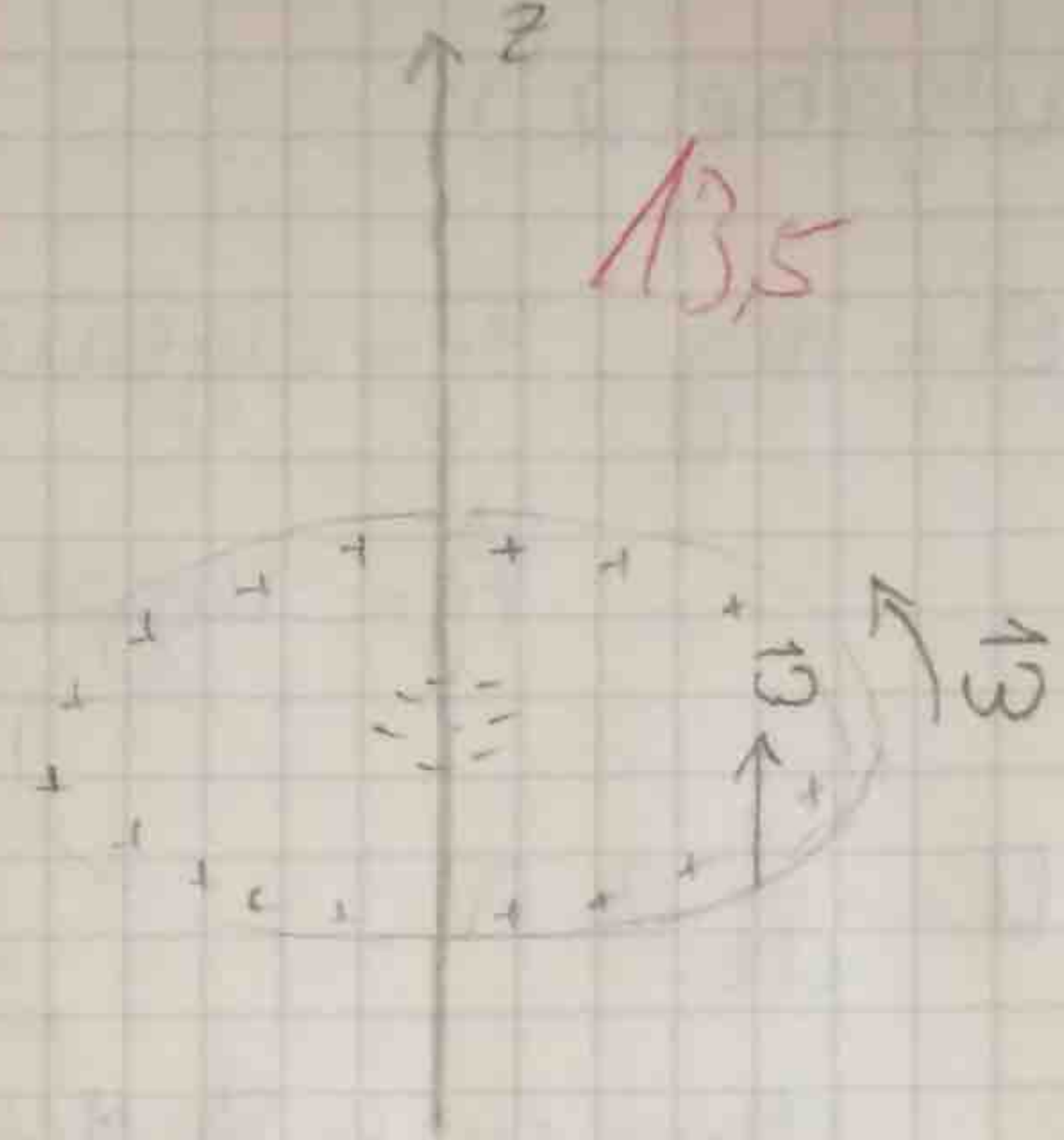
b) Welche Kraft wirkt nach Betrag und Richtung auf die Leiterschlaufe?

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Berechnen Sie die Gesamtinduktivität L_{ges} die sich bei der Serien- bzw. Parallelschaltung zweier verschiedener Induktivitäten L_1 und L_2 ergibt.

Aufgabe 1.)

13,5



a) $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ $\quad \vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -\omega r \sin(\omega t) \\ \omega r \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} = \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{B}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{E}(r) = \begin{pmatrix} B\omega r \cos(\omega t) \\ -B\omega r \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\vec{E}| = B\omega r$$

$E(r) = -\omega B R$ o.k. kommt auf die Achsen an

Elektronen sind ~~[illegible]~~ innen.

$$U = -\int_0^R B\omega r \, dr = -\frac{B\omega R^2}{2}$$ ✓

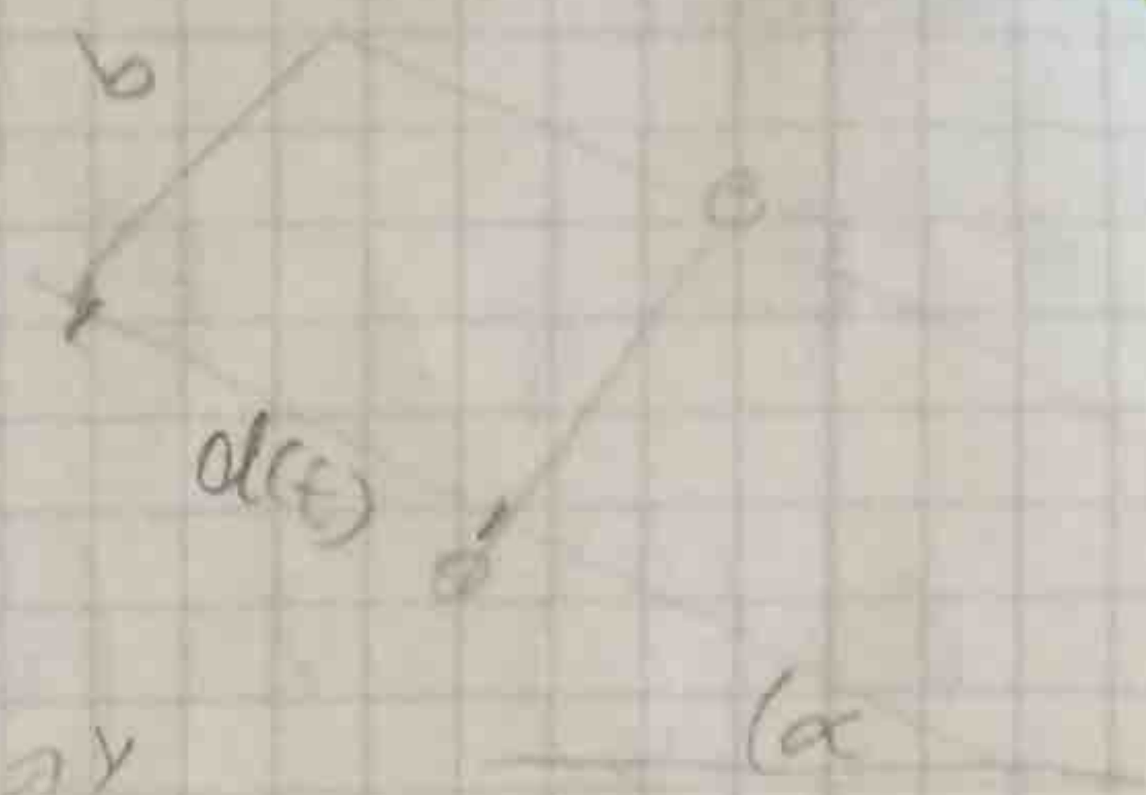
2,5

b) Verbindet man den Rand der Scheibe mit dem Zentrum entsteht ein Stromfluss und somit Ladungsbewegung vom Zentrum nach außen (neg. Ladungen). Es entsteht dadurch eine Lorentzkraft die entgegen der ~~Winkelgeschwindigkeit~~ Scheibenbewegung wirkt => Scheibe wird gebremst. ✓ 1,5

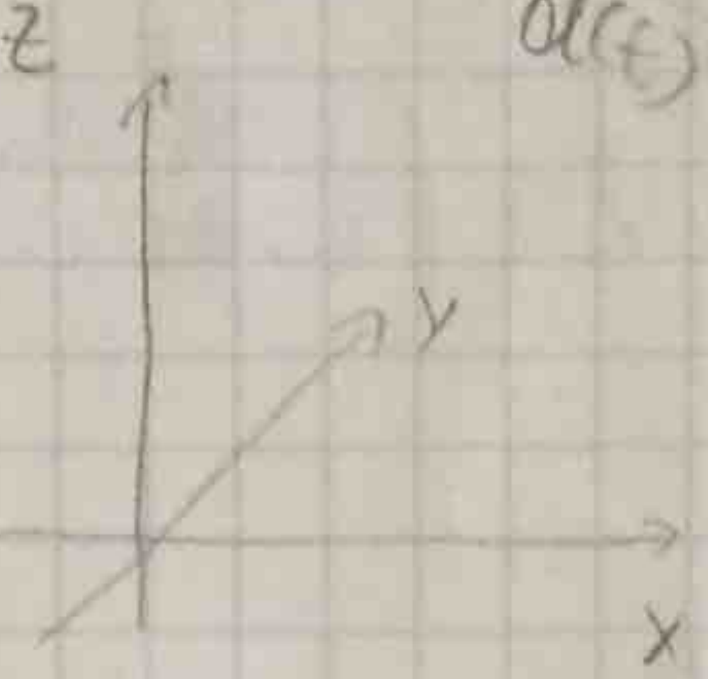
4P

Aufgabe 2.)

$G = mg \quad F_g = mg\sin(\alpha)$



$\vec{F}_g = -mg\sin(\alpha)$



$U = -\frac{d}{dt} B \cdot A$

$= -B\cos(\alpha) b \frac{d}{dt} d(t)$

$= -B\cos(\alpha) b v$

$R = \frac{U}{I} \Leftrightarrow I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{-B\cos(\alpha) b v}{R}$

Strom fließt in neg y-Richtung: $\vec{I} = \frac{B\cos(\alpha) b v}{R} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2P

b) $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$= \vec{I} b \times \vec{B}$

$= b \begin{pmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$

$= IbB \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$F_L = IbB\cos(\alpha)$

$= \frac{-B\cos(\alpha) b v}{R} \cdot b \cdot B\cos(\alpha) = -\frac{B^2 b^2 \cos^2(\alpha)}{R} \cdot v$

Bewegungsgl.:

$m\ddot{s} = -\frac{B^2 b^2 \cos^2(\alpha)}{R} \dot{s} + mg\sin(\alpha)$

$\ddot{s} = -\frac{B^2 b^2 \cos^2(\alpha)}{Rm} \dot{s} + g\sin(\alpha)$

Die Kräfte müssen in unterschiedl. Richtung zeigen.

$$\ddot{s} + \underbrace{\frac{B^2 b^2 \cos^2(\alpha)}{Rm}}_{=A} \cdot \dot{s} + g\sin(\alpha) = 0$$

Charakt Gl. hom. DGL

$$\lambda^2 + A\lambda = 0 \iff \lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = -A$$

$$\Rightarrow s(t) = C_1 e^{-At} + C_2 g\sin(\alpha) t + C_3$$

$$v(t) = -AC_1 e^{-At} + C_2 g\sin(\alpha)$$

Anfangsbedingungen: $s(0) = d_0$

$\dot{s}(0) = 0$

$\ddot{s}(0) = -g\sin(\alpha)$

I $v(0) = 0 = -AC_1 + C_2 g\sin(\alpha)$

II $a(0) = -g\sin(\alpha) = A^2 C_1$

$\Rightarrow C_1 = -\frac{g\sin(\alpha)}{A^2}$

$$\text{I} \Rightarrow \frac{g\sin(\alpha)}{A} + C_2 g\sin(\alpha) = 0 \iff C_2 = -\frac{1}{A}$$

$$v(t) = +\frac{g\sin(\alpha)}{A} e^{-At} - \frac{1}{A} g\sin(\alpha)$$

$$v(t \to \infty) = 0 - \frac{g\sin(\alpha)}{A} = v_e$$

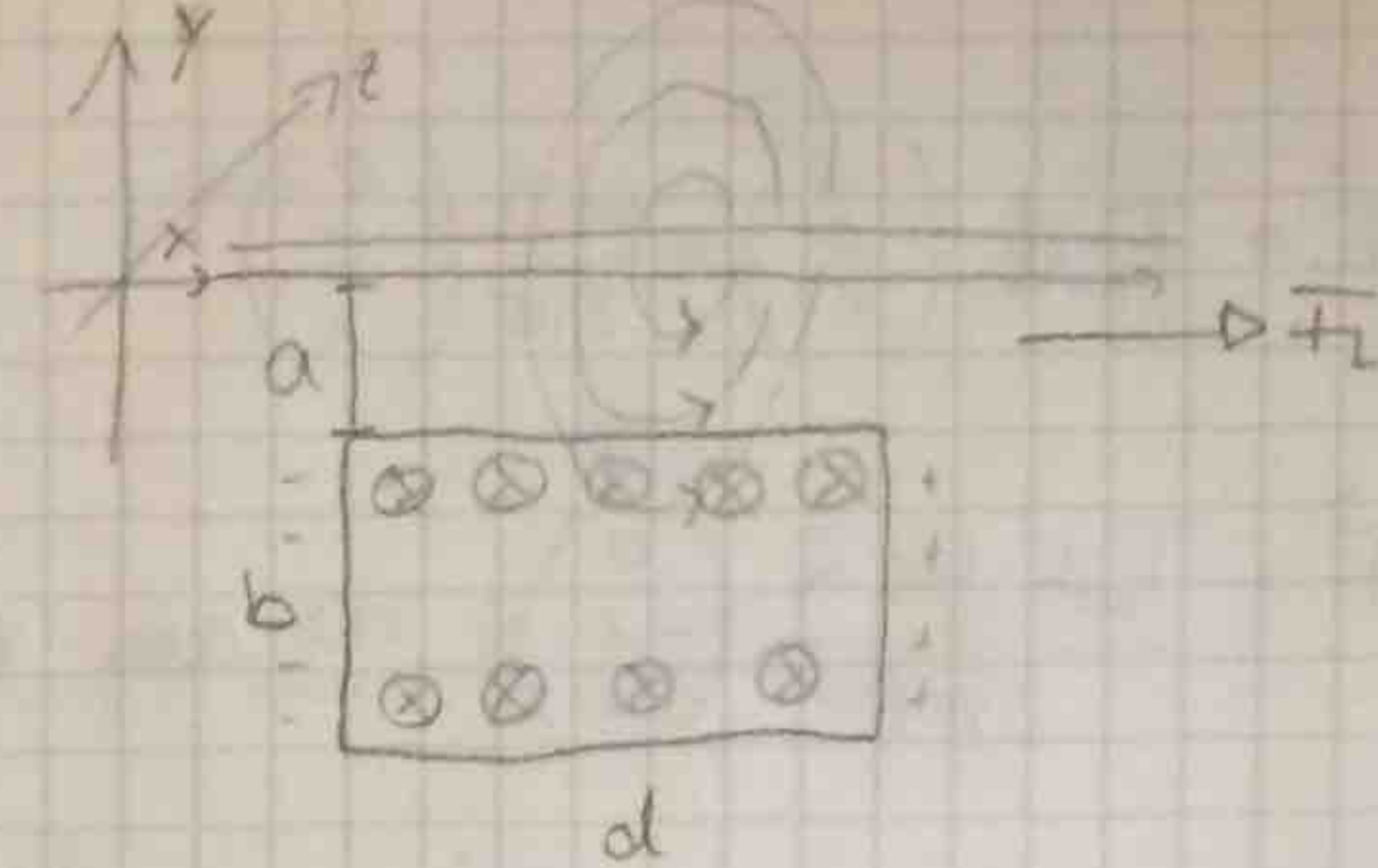
$$v_e = - \frac{g\sin(\alpha) Rm}{B^2 b^2 \cos^2(\alpha)}$$

1,5P // 4P

c) für $R \to 0$ ~~ergibt sich $v_e \to 0$~~ $v_e \to 0$
wird I theoretisch unendlich groß $\to$ Lorentz-kraft somit ebenso. Demnach müsste der Stab zum Stillstand kommen, da die Lorentzkraft aber nur durch die zeitliche Änderung der Fläche also durch die abwärtsbewegung entsteht $\Rightarrow$ Widerspruch

Δ Geschwindigkeit! $-\frac{1}{2}$P $1{,}5$P

Aufgabe 3.)



a) $I_L(t) = \beta t$

$U = -\frac{d}{dt} B \cdot A$

$B(r) = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi r} \quad r \in [a, a+b]$

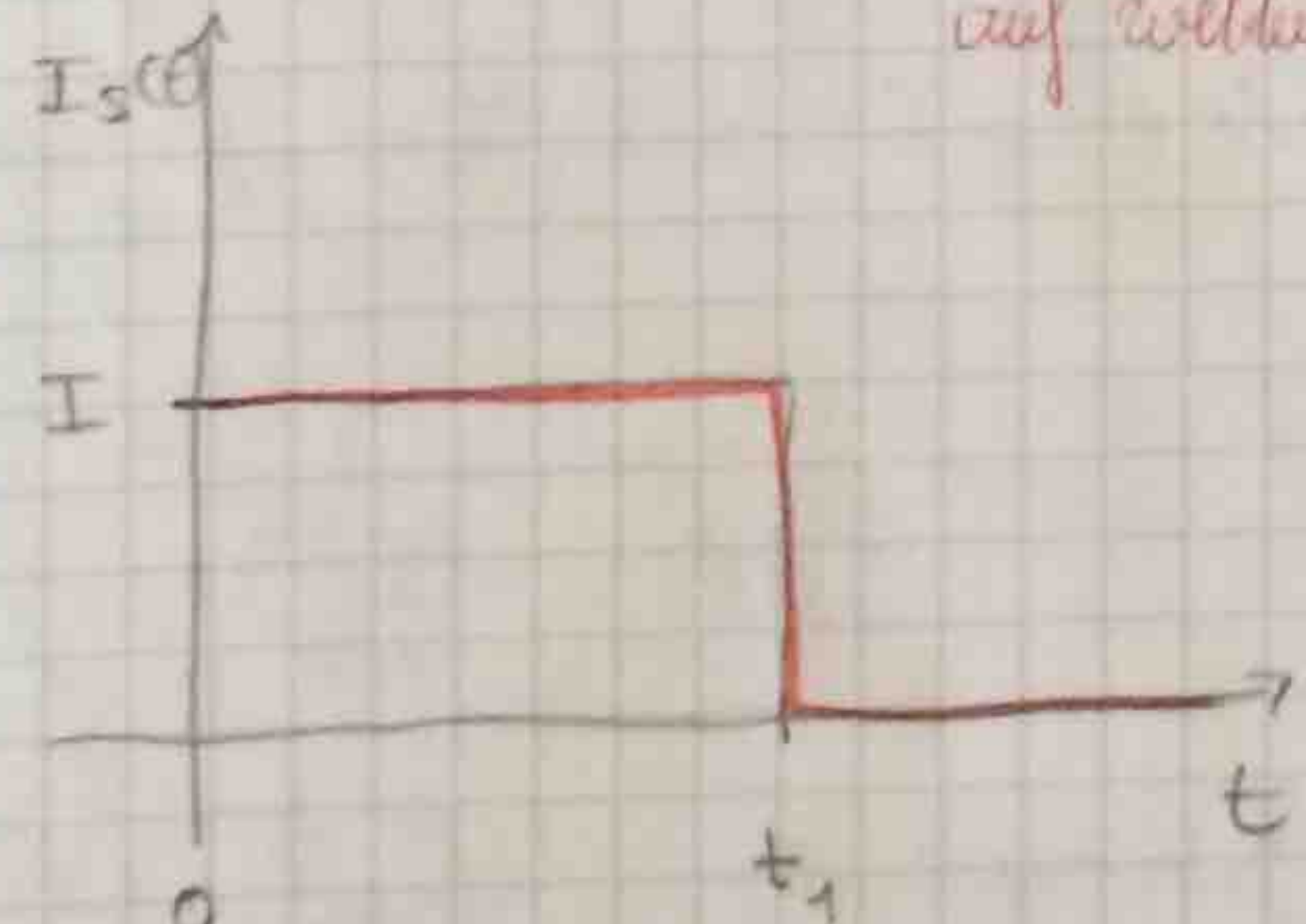
$B \cdot A \; \cancel{\text{Bogen}} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_L d}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I d}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = \left(\int_a^{a+b} B(r)\, dA\right)$

$U = -\frac{d}{dt} \frac{\mu_0 I_L d}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = -\frac{\mu_0 \beta d}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \frac{Vs}{Am^2} \frac{A}{s} \frac{m}{2\pi}$

$I = \frac{U}{R} = -\frac{\mu_0 \beta d}{2\pi R} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$

Richtung in negativer x-Richtung (Vorzeichen)

auf welchem Stück des Drahtes? −1P



3P

b) $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \qquad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +\frac{\mu_0 I_L}{2\pi r} \end{pmatrix}$

~~mit~~ $I = \rho A v$

$I = \frac{1}{L} \cdot q \cdot v \iff v = \frac{IL}{q} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} -\frac{IL}{q} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

~~$\frac{I}{Lq}$~~

$$\vec{F} = I_{ind}\,d \begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} \times \frac{\mu_0 I_L}{2\pi r}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = \frac{I_{ind} L \cdot \mu_0 I_L}{2\pi r}\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} \Rightarrow$$ ~~am~~ vom Leiter weg

$$F_{ges} = \frac{I_{ind} \cdot d \cdot \mu_0 I_L}{2\pi a} \overset{-}{\cancel{+}} \frac{I_{ind} \cdot L \cdot \mu_0 I_L}{2\pi (a+b)}$$

$$= \frac{I_{ind} \cdot d \cdot \mu_0 \cdot I_L}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{a} \overset{-}{\cancel{+}} \frac{1}{a+b}\right)$$

$$= \frac{+\mu_0 \beta d}{2\pi R} \cdot d \cdot \frac{\mu_0 I_L}{2\pi}\left(\frac{1}{a} \overset{-}{\cancel{+}} \frac{1}{a+b}\right)$$

$$= \frac{\mu_0^2 \beta^2 d^2 t}{4\pi^2 R}\left(\frac{1}{a} \overset{-}{\cancel{+}} \frac{1}{a+b}\right) \quad \left(\frac{Vs}{Am}\right)^2 \cdot \left(\frac{A}{s}\right)^2 \cdot \frac{m^2 \cdot s\,A}{V\,m}$$

½ P

$$\frac{V \cdot s \cdot A}{m} = \frac{J}{As} \cdot \frac{As}{m} = \frac{Nm}{m} = N$$

// 3,5 P

4.) $U = -L\dot{I} = -L\frac{dI}{dt} \Leftrightarrow L = \frac{-U}{\dot{I}} = \frac{-U}{\frac{dI}{dt}}$

1.) Reihenschaltung

Es gilt $I_g = I_n = const$, $U_g = U_1 + .. + U_n$

$$L_{ges} = -\frac{U_{ges}}{\frac{dI_{ges}}{dt}} = \underbrace{-\frac{U_1}{\dot{I}}}_{L_1} \underbrace{-\frac{U_2}{\dot{I}}}_{L_2} - \dots \underbrace{-\frac{U_n}{\dot{I}}}_{L_n} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$ ✓

$\Rightarrow$ Induktivitäten addieren sich zu Gesamt/Ersatzinduktivität

Man könnte sich z.B. mehrere in Reihe geschaltete Spulen als eine einzelne mit $L_{ges} = \sum_{k=0}^{n} L_k$ betrachten kann. ✓ 1,5

2.) Parallelschaltung

Es gilt $I_g = I_1 + \dots + I_n$ $U_{ges} = U_n = const$ 1/2 P

$$L_{ges} = -\frac{U_{ges}}{\frac{dI_{ges}}{dt}} = -\frac{U}{\frac{dI_1}{dt}} - \frac{U}{\frac{dI_2}{dt}} - \dots - \frac{U}{\frac{dI_n}{dt}} = -U\left(\frac{1}{\dot{I}_1} + \frac{1}{\dot{I}_2} + \dots + \frac{1}{\dot{I}_n}\right)$$

f $= -U\left(\frac{1}{\dot{I}_{ges}}\right)$ $\Rightarrow$ [illegible]

$$\Rightarrow \frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

2P