

ÜBUNGSAUFGABEN (VIII)

(Besprechung am Mittwoch, 10.6.15)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Eine Lecherleitung besteht aus zwei parallelen zylindrischen Drähten mit Radius R , Abstand a und Länge $l \gg R$. Die Drähte werden an einem Ende verbunden, am anderen Ende wird eine Spannung angelegt, die den Strom I erzeugt. Berechnen Sie die Induktivität L der Anordnung. Vernachlässigen Sie hierbei den magnetischen Fluß Φ aus dem Inneren des magnetfelderzeugenden Leiters („Innere Induktivität“) sowie die Beiträge der kurzen Verbindungsstücke.

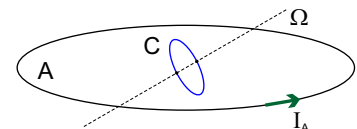
Aufgabe 2: (4 Punkte)

Gegeben sei ein zylindrischer Draht mit Radius R und Länge $l \gg R$, durch den ein Strom I mit homogener Stromdichte j fließt. Wie groß ist die Induktivität L_i des Drahtes nur für den magnetischen Fluss Φ_i innerhalb seines Volumens V , also für Radien $0 \leq r \leq R$ („Innere Induktivität“)? Berechnen Sie dazu die magnetische Feldenergie W in V und bestimmen Sie L_i durch Vergleich mit $W = L_i I^2/2$. Weshalb führt die Berechnung von L_i mittels $L_i = \Phi_i/I$ zu einem falschen Ergebnis?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zwei kreisförmige Leiterschleifen A und C mit gleichem Mittelpunkt O liegen zum Zeitpunkt $t=0$ in der gleichen Ebene E . Durch die äußere Schleife A (Widerstand R_A , Radius a) fließe ein konstanter Strom I_0 , der ein Magnetfeld erzeugt. Da der Radius c der Schleife C mit Widerstand R_C viel kleiner als a ist, $c \ll a$, kann das magnetische Feld B_0 durch C in guter Näherung als homogen betrachtet werden. Durch die Rotation von C mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine Drehachse Ω , die in E liegt und durch O verläuft, wird in ihr ein Strom $I_C(t)$ induziert.

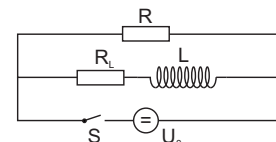
- Berechnen Sie $I_C(t)$ unter der Voraussetzung, dass die Selbstinduktivität vernachlässigbar ist.
- Wie groß ist der Strom $I_A(t)$, der durch $I_C(t)$ in die Schleife A induziert wird?



Hinweis: Für die gegenseitige Induktion zweier beliebiger Leiterschleifen mit den magnetischen Flüssen $\Phi_2 = M_{21}I_1$ und $\Phi_1 = M_{12}I_2$ gilt $M_{12} = M_{21}$ (Gegeninduktion).

Aufgabe 4: (4 Punkte)

An der skizzierten Schaltung liege bei geschlossenem Schalter S eine Gleichspannung U_0 an und es fließe ein Gleichstrom I_0 durch die Spule mit Induktivität L . Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geöffnet.



- Welche Randbedingung muss der durch L fließende Strom $I_L(t)$ unmittelbar nach Öffnen von S erfüllen? (mit Begründung!)
- Berechnen Sie $I_L(t)$ für $t > 0$. Skizzieren Sie die Spannung $U_R(t)$ am Widerstand R für $R = R_L$ und Zeiten $t < 0$ bis $t \cong L/R$.

Aufgabe 1

$$B(r) = \frac{I \mu_0 \mu_r}{2\pi r}$$

$$B_z(r) = \frac{I \mu_0 \mu_r}{2\pi r}$$

$$\phi_{\text{ges}} = \int_r^{\text{au\ss}} \frac{I \mu_0 \mu_r}{\pi r} \ell dr = \frac{I \mu_0 \mu_r}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{R}\right)$$

$$U = \frac{d}{dt} (B \cdot A) = \frac{d}{dt} \phi$$

$$= - \frac{dI}{dt} \left(\frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{R}\right) \right) = - L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{R}\right) = L$$

Aufgabe 2

$$w = \frac{1}{2} \cdot \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{dw}{dV}$$

$$\Leftrightarrow dW = \frac{1}{2} B H dV$$

$$B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{I r}{2\pi R^2}$$

$$dV = 2\pi r \ell dr$$

$$\Rightarrow W = \int \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \left(\frac{I r}{2\pi R^2} \right)^2 dV$$

$$= \int \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \frac{I^2 r^2}{4\pi^2 R^4} 2\pi r \ell dr$$

$$= \frac{1}{16} \mu_0 \mu_r \frac{I^2 \ell}{\pi}$$

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \Rightarrow$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r \ell}{8\pi}$$

$$\bullet L_i = \frac{\phi_i}{I} \Leftrightarrow L_i \cdot \dot{I} = \dot{\phi} = U_{\text{ind}}$$

da sie ein homogenes Feld benötigt ($\phi_i \neq A \cdot B_i$)

Diese Gleichung ist falsch,

hier ist die hier ist falsch

3,5

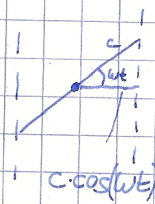
Aufgabe 3

a) $I_c = \frac{U_{\text{ind}}}{R_c}$

$$U_{\text{ind}} = \frac{d}{dt} (B_0 \cdot A_c)$$

wobei $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2a}$

A_c verändert sich



$$A_c = \pi c^2 \cos(wt)$$

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I_0}{2a} \cdot \pi c^2 \cos(wt) \right) = - \frac{\mu_0 I_0}{2a} \pi c^2 w \sin(wt)$$

$$I_c = + \frac{\mu_0 I_0}{2a R_c} \pi c^2 w \sin(wt) \quad (\checkmark)$$

1.5

b) $\Phi_A = M I_c \quad (1), \quad \Phi_c = M I_A \quad (2)$

$$\Phi_c \stackrel{a)}{=} \frac{\mu_0 I_0}{2a} \pi c^2 \cos(wt) \quad (*)$$

$$I_A = \frac{U_{\text{ind}}}{R_A}$$

$$U_{\text{ind}} = - \dot{\Phi}_A = - M \dot{I}_c = - M \frac{\mu_0 I_0}{2a R_c} \pi c^2 w^2 \cos(wt)$$

$$I_A = - \frac{M \mu_0 I_0}{2a R_A R_c} \pi c^2 w^2 \cos(wt) \quad (**)$$

Ihr habt euch mit I_0 u. I_A vertauscht...

in (2): $\Phi_c = - \frac{M^2 \mu_0 I_0}{2a R_A R_c} \pi c^2 w^2 \cos(wt) \stackrel{(*)}{=} \frac{\mu_0 I_0}{2a} \pi c^2 \cos(wt)$

$$\Leftrightarrow M^2 = \frac{R_A R_c}{w^2} \Rightarrow M = \frac{\sqrt{R_A R_c}}{w}$$

muss rotabg. sein.

$$L \cdot I = \Phi$$

$$I_A^{(*)} = \frac{\mu_0 I_0 \sqrt{R_A R_C}}{2a R_A R_C \omega} \pi C^2 \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$L \cdot \dot{I} = \dot{\Phi} \neq U_{\text{ind}} = \frac{1}{2} \mu_0 I_0 \frac{\sqrt{R_A R_C}}{R_A R_C} \pi \frac{C^2}{a} \cos(\omega t)$$

2/ b) $\Phi_c = M \cdot I_A$ (← eig. falsch, da $\dot{\Phi}_c = M \dot{I}_A$ und $M = M(t)$)

$$M = \frac{\Phi_c}{I_A} = \frac{\mu_0 \pi C^2}{2a} \cos(\omega t)$$

$$U_A(t) = -M \cdot \dot{I}_c(t)$$

$$= - \frac{\mu_0 \pi C^2}{2a} \cos(\omega t) \frac{\mu_0 \pi C^2 \omega^2 I_A}{2a R} \cos(\omega t)$$

$$= - \left(\frac{\mu_0 \pi C^2 \omega}{2a} \right)^2 \frac{I_A}{R} \cos^2(\omega t)$$

Aufgabe 4

$$U_0 = I \cdot R + L \cdot \dot{I}$$

$$U_0(t=0) = 0$$

$$0 = I \cdot R + L \cdot \dot{I} \quad \checkmark$$

$$I = A e^{\frac{t}{\tau}}$$

$$\Leftrightarrow I(t) = I_0 e^{-\left(\frac{R}{L}\right) \cdot t} \quad \checkmark$$

Aus Aufg. beding

$$U_R = -I \cdot R$$

$$U_R = -I_0 \cdot R \cdot e^{-\left(\frac{R}{L}\right) \cdot t} \quad \checkmark$$

$$U_R = -U_0 e^{-\left(\frac{R}{L}\right) \cdot t}$$



Somit gelten auch die Randbedingungen:

- I muss unmittelbar nach dem Öffnen maximal sein und $\dot{I}(0) = 0$ (vgl. Bild oben, $\dot{I}(0)$ ist sys. unabh.!)

- Für $t \rightarrow \infty$ gilt $I \rightarrow 0$ ✓

2,5

