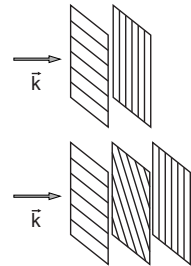


ÜBUNGSAUFGABEN (XII)

(Besprechung am Mittwoch, 8.7.15)

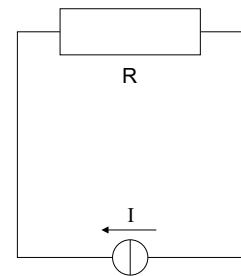
Aufgabe 1: (5 Punkte)

Ein Drahtgitterpolarisator ist nur für elektromagnetische Wellen durchlässig, deren lineare Polarisation senkrecht auf den parallelen Drähten steht. Fällt eine unpolarisierte ebene elektromagnetische Welle auf eine Anordnung von zwei zueinander orthogonalen Drahtgitterpolarisatoren (obere Skizze), so ist die elektrische Feldamplitude $\vec{E}$ am Ausgang der Anordnung identisch Null. Es werde nun ein dritter, um 45° gedrehter Polarisator zwischen den schon vorhandenen geschoben (untere Skizze). Berechnen Sie die Feldamplitude nach Durchgang durch die drei Polarisatoren. Betrachten Sie dann den verallgemeinerten Fall von n eingeschobenen Polarisatoren, die relativ zu ihrem Vorgänger jeweils um $90^\circ/n$ weitergedreht sind. Wie groß ist nun die Feldamplitude am Ausgang? Wie groß wird die Feldamplitude im Grenzwert $n \rightarrow \infty$?



Aufgabe 2: (4 Punkte)

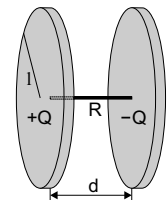
Ein langer, zylindrischer ohmscher Widerstand R von homogener Leitfähigkeit ist in einem Stromkreis über zwei stromführende Drähte vernachlässigbaren Widerstands mit einer Konstantstromquelle I verbunden (vgl. Skizze). Die Verlustleistung des Widerstands $P = RI^2$ wird von der Stromquelle aufgebracht. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Energiestromdichte $\vec{S}$ von der Quelle zum Verbraucher in eine Skizze des Stromkreises ein und erläutern Sie dieses ausführlich auf Basis der elektrischen und magnetischen Felder entlang Leiter und Widerstand.



Hinweis: Beachten Sie die unterschiedlichen Potentiale der beiden stromführenden Drähte!

Aufgabe 3: (5 Punkte)

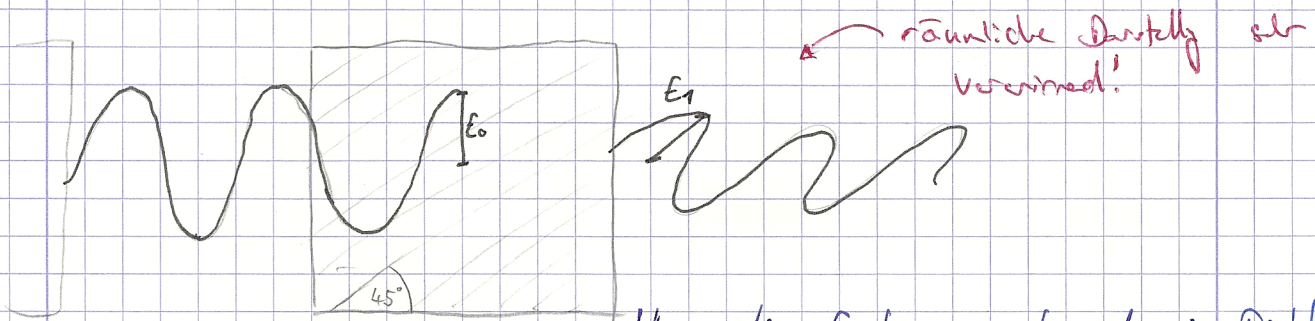
Ein Kondensator mit parallelen Kreisplatten (Radius l , Abstand d) trage anfangs die Ladung Q_0 . Wegen $d \ll l$ kann das elektrische Feld E zwischen den Platten als homogen betrachtet werden. Dann werden die Platten durch einen homogenen zylindrischen Draht mit Widerstand R und Radius $\varrho \ll l$ entlang der Symmetrieachse leitend verbunden, so dass sich der Kondensator entlädt (vgl. Skizze). Der Widerstand R wird so groß gewählt, dass sowohl der ohmsche Eigenwiderstand der Platten als auch die Selbstinduktion der Anordnung im Folgenden unberücksichtigt bleiben können.



- Berechnen Sie die Kondensatorladung Q als Funktion der Zeit t .
- Begründen Sie mittels des Energiestroms (ohne Rechnung!), dass die einzige nicht verschwindende Komponente des Magnetfelds H im Kondensator entlang der Richtung eines Kreisumlaufs um die Symmetrieachse verläuft (azimutal).
- Bestimmen Sie dann mit Hilfe der Maxwellschen Gleichung $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$ das Magnetfeld H als Funktion von r und t unter Beachtung der Verschiebungsstromdichte $\dot{\vec{D}}(t)$.

Aufgabe 1

E_0 : Anfangsamplitude



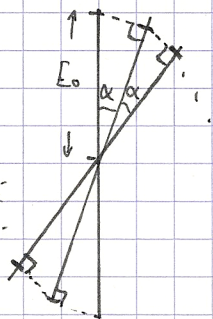
Nur die E_0 -Komponente, die in Richtung des Polarisators

$$E_2 = \cos \frac{\pi}{4} \cdot E_1$$

$$E_1 = \cos \frac{\pi}{4} \cdot E_0$$

$$\Rightarrow E_2 = E_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{\frac{1}{2} E_0} \quad (\text{mehr Text})$$

E_n : Amplitude nach n Drahtgittern



$$E_n = E_0 \cos^n\left(\frac{\pi}{2n}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n = ?$$

$$E_0 \left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)\right)^n = E_0 e^{\ln\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)\right)^n} = E_0 e^{n \ln \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$$

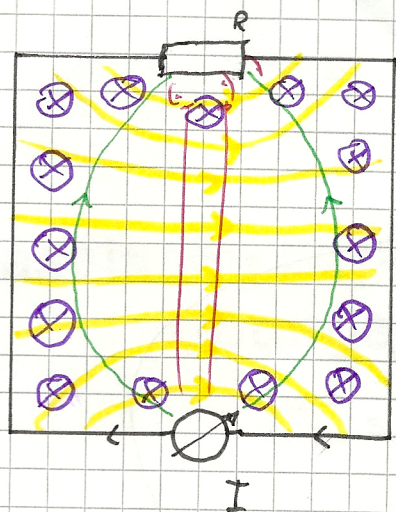
$$\left[\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{\frac{1}{n}} \stackrel{\text{H\u00f6pital}}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) \cdot \frac{\pi}{2n}}{\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)} \cdot 2}{-\frac{1}{n^2}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\pi \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{\pi}{2} \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right) = 0 \end{aligned} \right]$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} E_n = E_0 e^0 = \underline{\underline{E_0}}$$

gut!

5

②

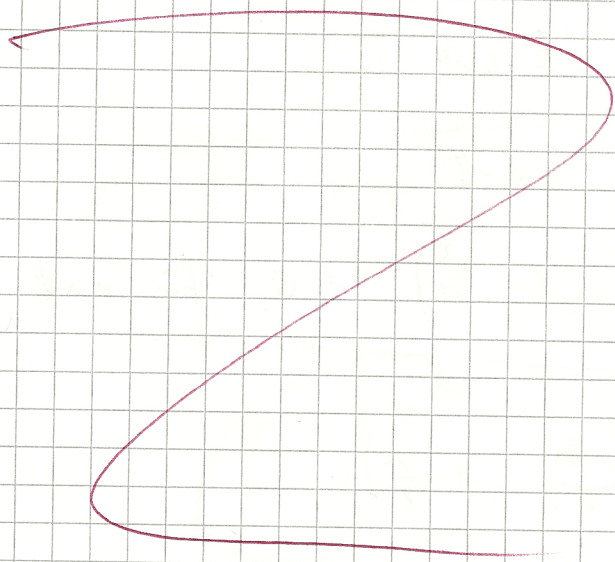


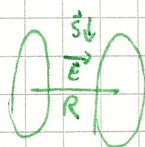
E-Feld

H-Feld

~~Elektrischer~~ Poynting-Vektor

- Das E-Feld geht vom größeren Potential zum kleineren Potential ✓
- Der Poyntingvektor steht in rechtem Winkel zum E-Feld ✓
- Nach der 3-Finger-Regel zeigt das H-Feld in die Zeichenebene → außerhalb des Leites? 3,5



3

$$a) \frac{Q}{C} = R \cdot I$$

$$\dot{Q} = -I$$

$$\leadsto \dot{Q} + \frac{1}{RC} Q = 0$$

$$Q(t=0) = Q_0$$

$$\text{Lsg. } Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

$$b) \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Zylinderkoordinaten $\hat{x}, \hat{y}, \hat{\phi}$

s. Skizze

$$c) \vec{A}(r, t)$$

Wegen Zylindersymmetrie nur von r abhängig

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} + \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

$$2\pi r H(r) = I + \vec{D} \cdot \pi r^2$$

$$D = \frac{Q}{\pi r^2} \quad \text{und} \quad \dot{Q} = -I$$

$$\leadsto H(r) = \frac{I}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) = 0 \quad \text{für } r > r_0$$

$$H(r, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{Q_0}{RC} \frac{e^{-t/RC}}{r} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$$