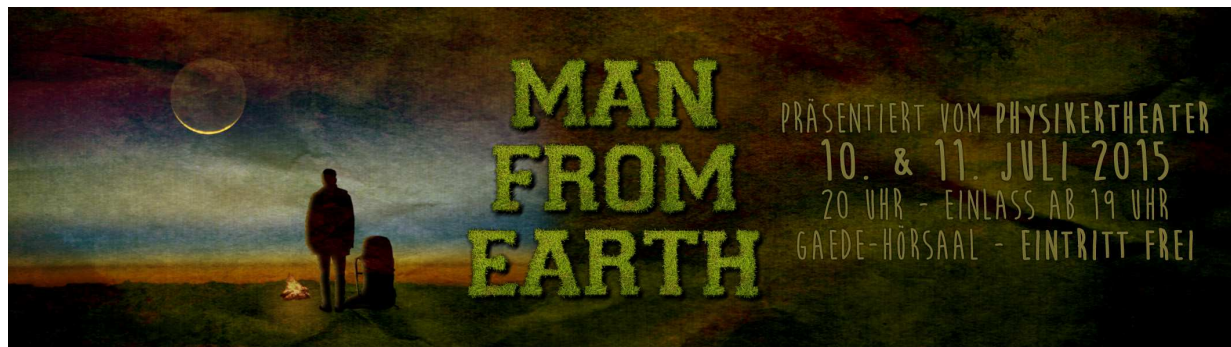




Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber

Übungen zur Klassischen Experimentalphysik II (Elektrodynamik), SS 2015

ÜBUNGSAUFGABEN (XIII)

(Besprechung am Mittwoch, 15.7.15)

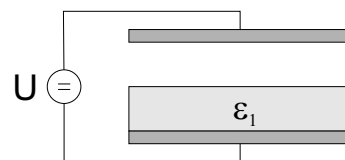
Bitte beachten Sie folgende Termine:

Anmeldung zur Vorleistung:	01.04.2015 bis 15.07.2015
Anmeldung zur ersten Klausur:	16.07.2015 bis 19.08.2015 (evtl. verzögerter Beginn)
Erste Klausur:	21.08.2015, 08:30 – 11:00 Uhr
Zweite Klausur:	28.09.2015, 14:00 – 16:30 Uhr

Achtung: Die genannten Anmeldetermine sind **Ausschlussfristen**. Eine nachträgliche Anmeldung ist nicht möglich. Nähere Einzelheiten finden Sie zu gegebener Zeit auf der Homepage der Vorlesung. Bitte schauen Sie immer erst dort nach, wenn Sie aktuelle Informationen suchen.

Aufgabe 1: (4 Bonuspunkte)

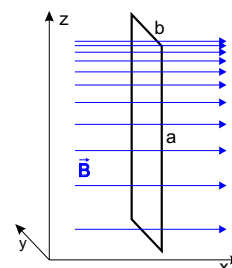
Ein leerer Plattenkondensator mit Fläche A und Plattenabstand d trägt bei der angelegten Spannung U die Ladung Q . Bei konstanter Spannung wird eine dielektrische Platte gleicher Fläche A , Dicke $d/2$ und Dielektrizitätszahl ϵ_1 in den Kondensator gelegt (vgl. Skizze). Berechnen Sie die Ladungsänderung ΔQ des Kondensators.



Aufgabe 2: (4 Bonuspunkte)

Eine anfangs ruhende rechteckige Leiterschleife S (Masse m , Höhe a , Breite b , Widerstand R_s) fällt im Gravitationsfeld aufgerichtet zur Erde. Ein Magnetfeld $\vec{B}$ in Richtung der Flächennormale $\vec{n}$ von S nimmt linear mit der Höhe z zu, $\vec{B}(z) = (B_0 + \beta z) \vec{n}$.

- Berechnen Sie den in S induzierten Strom $I(t)$ für eine vernachlässigbar kleine Selbstinduktivität L der Schleife.
- Bestimmen Sie die auf S wirkenden Kräfte und stellen Sie die Bewegungsgleichung auf. Leiten Sie daraus die zeitabhängige Geschwindigkeit $v(t)$ der Schleife und die konstante Endgeschwindigkeit v_e für $t \rightarrow \infty$ ab.



Aufgabe 3: (3 Bonuspunkte)

Eine Leuchtstoffröhre benötigt zum Betrieb eine Spannung U_0 und eine Stromstärke I_0 (Effektivwerte) und kann als ohmscher Widerstand R betrachtet werden. Welche Induktivität L muss eine in Reihe geschaltete Spule haben, damit die Leuchtstoffröhre an eine Netzspannung mit Effektivwert U_N und Frequenz f angeschlossen werden kann? Der ohmsche Widerstand der Spule sei vernachlässigbar.

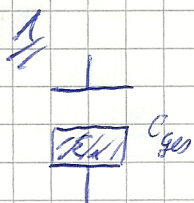
Aufgabe 4: (3 Bonuspunkte)

Leiten Sie die Wellengleichung für das $\vec{B}$ -Feld aus den Maxwellschen Gleichungen in differentieller Form her. Es gelte $\vec{j} = 0$ und $\rho = 0$.

Aufgabe 5: (5 Bonuspunkte)

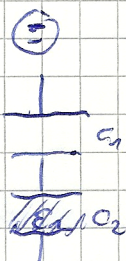
Ein Kondensator mit kreisförmigen Platten der Fläche A wird zum Erreichen der gewünschten Spannung mit einem konstanten Strom I aufgeladen.

- a) Bestimmen Sie die Felder $\vec{E}$ und $\vec{H}$ des Kondensators während der Aufladung und berechnen Sie damit Betrag und Richtung des Poynting-Vektors $\vec{S}$.
- b) Berechnen Sie Gesamtenergie W des Kondensators allein aus der Energiestromdichte $S = |\vec{S}|$. Drücken Sie das Ergebnis mittels der Kapazität C und der erreichten Spannung U aus.



$$C_{ges} = \frac{Q}{U}$$

$$\Rightarrow Q = C_{ges} U = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U$$



$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = 2\epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_2 = 2\epsilon_1 \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{2\epsilon_0 \frac{A}{d}} + \frac{1}{2\epsilon_1 \epsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

$$\Delta Q = \epsilon_0 \frac{A}{d} U \frac{1 - \epsilon_1}{1 + \epsilon_1}$$

$$2/a) \vec{B}(z) = (B_0 + B_z) \vec{n}$$

$$U_{ind} = -\dot{\Phi}$$

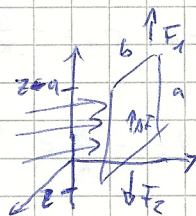
$$\Phi(z) = \int_A \vec{B} dA = b \cdot \int_z^{z+a} B_0 + B_z dz'$$

$$= b \cdot \left[B_0 (z+a) - B_0 z + \frac{B_z}{2} ((z+a)^2 - z^2) \right]$$

$$= \underbrace{B_0 a b + \frac{B_z}{2} a^2 b}_{\Phi_0} + B_0 a b z$$

$$\Rightarrow -\dot{\Phi} = -B_0 a b \dot{z} = U_{ind}$$

$$I(E) = \frac{U_{ind}}{R_s} = \frac{-B_0 a b \dot{z}(t)}{R_s}$$



$$b) \quad F_1 = I(E) \cdot b \cdot \beta(z+a)$$

$$F_2 = I(E) \cdot b \cdot \beta(z)$$

$$\Delta F = F_1 - F_2 = I(E) \cdot b \cdot (\beta_0 + \beta(z+a) - \beta_0 - \beta(z))$$

$$= I(E) \cdot b \cdot a \cdot \beta$$

$$= \frac{\beta^2 a^2 b^2}{R_s} \ddot{z}$$

$$= m \cdot \ddot{z} = m \cdot \dot{v}$$

$$\Rightarrow \dot{v} = - \underbrace{\frac{\beta^2 a^2 b^2}{R_s \cdot m}}_{k} \cdot v + g$$

Ansatz $v(t) = c_1 \cdot e^{-kt} + \frac{g}{k}$

$$v(0) = c_1 + \frac{g}{k} \stackrel{!}{=} 0$$

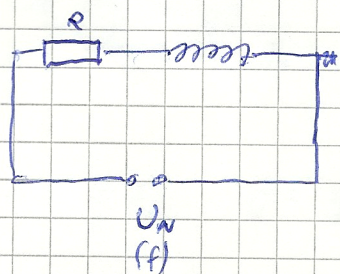
; Anfangsbedingung

$$\Rightarrow c_1 = -\frac{g}{k}$$

$$v(t) = -\frac{g}{k} e^{-kt} + \frac{g}{k}$$

$$v_e = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \frac{g}{k}$$

3



$$R = \frac{U_0}{I_0}$$

$$Z_L = i\omega L$$

Komplexe Wechselstromrechnung

$$\frac{U_0}{U_N} = \left| \frac{R}{R + Z} \right| = \left| \frac{R}{R + i\omega L} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f L}{R} \right)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{U_0^2}{U_N^2} \cdot \left(1 + \left(\frac{2\pi f L}{R} \right)^2 \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_0^2}{U_N^2} \cdot \left(1 + \left(\frac{2\pi f L I_0}{U_0} \right)^2 \right) = 1$$

$$\Rightarrow L = \frac{\sqrt{U_N^2 - U_0^2}}{2\pi f I_0}$$

4

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

Wellenglg. : 4. Maxwell - Gleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_r \mu_0 \left(\vec{j} + \frac{d}{dt} \vec{D} \right)$$

$$\frac{1}{c^2} = \mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \mu_r \frac{d}{dt} \vec{D} = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \vec{E}$$

$$\Leftrightarrow \text{rot}(\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \frac{1}{c^2} \left(\vec{\nabla} \times \frac{d}{dt} \vec{E} \right)$$

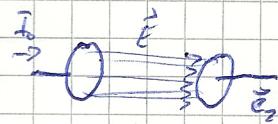
$$\Leftrightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \frac{1}{c^2} \left(\vec{\nabla} \times \frac{d}{dt} \vec{E} \right)$$

$$\underbrace{\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})}_{=0} - \Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} (\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$3. \text{ MW} : \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \vec{B} = 0$$

5
a)



$$\vec{E} = \vec{e}_z \cdot \frac{Q}{C \cdot d} = \frac{Q}{C \cdot d} \vec{e}_z$$

$$Q(t) = I \cdot t$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{A} \vec{e}_z \quad \vec{j} = \frac{I_0}{A} \vec{e}_z = \vec{e}_z \cdot \vec{j}$$

4. MW: $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{d}{dt} \vec{D}$

$$\int H(r) dr = \int_0^{2\pi} \int_0^r j \cancel{dr} r dr d\varphi = \pi r^2 \cdot j = I(r)$$

$$H(r) = \frac{I(r)}{2\pi r} = \frac{1}{2} j r$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$= \frac{Q}{A} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{j}{2} r \vec{e}_z \times \vec{e}_\varphi \quad ; \quad \text{rot } \vec{e}_\varphi = \vec{e}_z$$

$$= -\frac{Q}{A} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{j}{2} r \vec{e}_r$$

Poyntingvektor



$$b) \quad \oint_A \vec{S} dA = \int_{\text{Mantel}} \vec{S} dA = \int_0^{2\pi} \int_0^d \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} \frac{I}{2\pi r} \cancel{dr} dz d\varphi$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} \frac{I \cdot d}{2\pi} 2\pi = \frac{Q}{C} \cdot I = U \cdot I$$

$$W_{\text{Ges}} = \int_0^t \frac{Q}{C} \cdot \dot{Q} = \frac{1}{C} \int_0^t Q \cdot \dot{Q} = \frac{1}{C} Q^2(t) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$