Institut für Experimentelle Kernphysik, KIT

Übungen zur Klassischen Physik II (Elektrodynamik) SS 2016

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 5** Bearbeitung: 25.5.2016

---

1. Drehmoment eines Diplos (2P)

(a) Wenn die Verbindungslinie der beiden Ladungen Q den Winkel α mit der Feldrichtung bildet, so ist das Drehmoment des an den Ladungen angreifenden Kräftepaares:

$$\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F} = 2\frac{l}{2} \sin \alpha QE = pE \sin \alpha = p\frac{U}{d} \sin \alpha = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-24} \text{ Nm}$$

mit dem Dipolmoment $p = Q \cdot l$.

(b) Als Vektor zeigt das Dipolmoment von der negativen zur positiven Ladung Q und das Drehmoment ist dann das Produkt aus Dipolmoment und Elektrischem Feld:

$$\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (Q \cdot \vec{E}) = (Q \cdot \vec{r}) \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

2. Ein Plattenkondensator, sein Potential und sein Feld

Ladungsfreier Raum $\rightarrow$ Laplacegleichung

$$\Delta\varphi = 0 = \frac{d^2\varphi}{dx^2} \text{ für } x_1, x, x_2 \tag{1}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = konstant = -E \tag{2}$$

$$\varphi(x) = C - E \cdot x \text{ mit 2 Integrationskonstanten, C, E} \tag{3}$$

E können wir mit dem elektrischen Feld identifizieren, da es die negative Ableitung des Potentials ist.
Allgemeine Löesung mit Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi(x_1) &= C - E \cdot x_1 \\ \varphi_2 = \varphi(x_2) &= C - E \cdot x_2 \end{aligned}$$

Umformen:

$$\begin{aligned} E &= -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{X_2 - x_1} \\ \varphi(x) &= \varphi_1 - E(x - x_1) \end{aligned}$$

Wie erwartet ist das Feld zwischen den beiden Platten konstant und das Potential linear in x.

3. Zylinderkondensator

(a) Mit $L \gg R_1, R_2$ vernachlässigen wir das elektrische Feld außerhalb des Zylinders wie auch nicht-radiale Komponenten des Feldes innerhalb des Zylinders (zu den Stirnseiten hin), d.h. in Zylinderkoordinaten $\vec{E} = (E_r, E_\phi, E_l) = (E_r, 0, 0)$ für $R_1 < r < R_2$ und $0 < l < L$ sowie $\vec{E} = (0,0,0)$ sonst. Damit ergibt sich nach dem Gaußschen Satz für das Feld innerhalb des Zylinders

$$\begin{aligned} \oint_A \vec{E} d\vec{A} &= E_r \cdot A(r) = E_r \cdot 2\pi \cdot r \cdot L = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ E_r(r) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r \cdot L} \end{aligned}$$

(b) Zur Bestimmung der Kapazität des Zylinderkondensators berechnen wir zunächst die Potentialdifferenz

$$U = \Phi_2 - \Phi_1 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} d\vec{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

U ist die Potentialdifferenz von R_2 bezogen auf R_1 und ist negativ(positiv) für positive(negative) Ladung Q auf dem inneren Zylinder. Die Kapazität des Kondensators ergibt sich dann zu

$$C = \frac{|Q|}{|U|} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$

4. James Bond

(a) Die Kapazität eines Körpers, der durch die Ladung Q auf die Spannung U aufgeladen wird, ist $C = Q/U$. Dabit ist U in unserem Fall die Potentialdifferenz zwischen der Kugeloberfläche, dem Sitz der Ladung, und Unendlich: $U = \varphi(R) - \varphi(\infty)$ mit $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}$ (vgl. letztes Übungsblatt), und $\varphi(\infty) = 0$. Es ist also $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{C}$ und somit die Kapazität der Kugel $C = 4\pi\epsilon_0 R = 5,56 \cdot 10^{-12} F = 5,56 pF$

(b) Die erforderliche Flächenladungsdichte auf der Kugeloberfläche A beträgt

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{CU}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_0 U}{R} = 1,77 \cdot 10^{-6} C/m^2$$

(c) Die Feldstärke an der Kugeloberfläche $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ muss die Durchbruchspannungsfeldstärke E_D nicht überschreiten (dann wird J.B gegrillt). Es muss also gelten $E > E_D$,d.h. mit $C = 4\pi\epsilon_0 R$ als Kapazität der Kugel:

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{CU}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{U}{R} > E_D$$

oder $U > E_D R = 100kV$

(a) Beschleunigtes Elektron Ein Elektron wird durch ein Potenzial von 500V aus der Ruhelage beschleunigt. Am Ende beträgt seine kinetische Energie:

1. 50eV
2. <u>**500eV**</u>
3. 1000eV
4. 2000eV

(b) Beschleunigtes Proton
Ein Proton wird durch ein Potenzial von 500V aus der Ruhelage beschleunigt. Am Ende beträgt seine kinetische Energie:

1. 50eV
2. <u>**500eV**</u>
3. 1000eV
4. 2000eV

Proton und Elektron sind aber nicht gleich schnell!

(c) Potenzial im Punkt B
Wie ist das Potenzial ϕ im Punkt B, wenn Q_1 und Q_2 vom Betrag gleich groß aber entgegengesetzt geladen sind? Anleitung: Denken Sie Sich eine Probeladung aus dem Unendlichen ($\phi(\infty) = 0$)an den Punkt B gebracht.

1. negativ
2. positiv
3. kann nicht bestimmt werden
4. <u>**null**</u>
5. -2Q_2

$$\Phi_B = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\pm Q_1}{\frac{d}{2}} + \frac{\mp Q_2}{\frac{d}{2}}\right) \tag{4}$$

(d) Potenzial eines elektrischen Feldes
In einem räumlichen Gebiet kann das elektrische Potenzial einer gegebenen Ladungsverteilung duch $V = 3x^2 + 2y + 6$ in Volt dargestellt werden. Welches elektrische Feld gehört dazu?

1. $E_x = 6x, E_z = 2, E_z = 0$
2. $E_x = -6x, E_z = -2, E_z = 6$
3. $E_x = -3x, E_z = -2, E_z = 0$
4. **korrekt:** $E_x = -6x, E_z = -2, E_z = 0$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi(x,y,z) = -\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}(3x^2 + 2y + 6) = \begin{pmatrix} -6x \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

(e) Kraft eines Feldes auf eine Ladung
Das E-Feld sei: $E_x = -6x, E_z = -2, E_z = 0$. Wie groß ist der Betrag der Kraft, die auf eine Ladung von 2 Coulomb wirkt, die sich im Punkt P mit den Koordinaten x=0.5m, y=2m und z=0m befindet?

1. 0N
2. 3.6N
3. <u>**7.2N**</u>
4. 14N

$$\vec{F} = e\vec{E} = 2\begin{pmatrix} -6x \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12x \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

hängt nur von x ab

$$\vec{F}_P = e\vec{E} = 2\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{7}$$

Betrag $|\vec{F}_P| = \sqrt{36+16} = 7.2$

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/∼hartmann/EDYN.htm