

1. Zerfließen von Ladungsballungen in Leitern

Wenn ϱ eine Ladungsdichte beschreiben soll, ist in einem Material

$$\nabla \cdot \vec{D} \stackrel{Gauss}{=} \varrho \quad \text{mit} \quad \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

anzusetzen. Dann folgt:

$$-\dot{\varrho} \stackrel{Kontin-Gl}{=} \nabla \cdot \vec{j} \stackrel{OhmschesGesetz}{=} \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \nabla \vec{D} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} \varrho = \frac{1}{\tau} \varrho \quad \left(\text{mit } \tau := \frac{\epsilon \epsilon_0}{\sigma} \text{ aus Ansatz} \right)$$

Dies ist die DGL des radioaktiven Zerfalls.

Ansatz:

$$\varrho(t) = \varrho_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \Rightarrow \varrho(t) = \varrho_0 e^{-\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}t}$$

Die Ladungsdichte baut sich auf einer Zeitskala τ ab.

Z.B. für Kupfer $\sigma \approx 60 \cdot 10^6 \frac{S}{m} = 10^6 \frac{1}{\Omega m}$; $\epsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$.

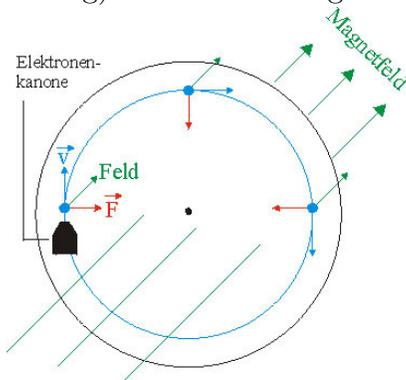
$\Rightarrow \tau = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\sigma} \approx 10^{-18} s$ Bei optischen Frequenzen ist ϵ von der Größenordnung eins und der Ladungsausgleich auf der Zeitskala $10^{-18} s$ kann gemessen werden.

2. Peltier Element

siehe Lehrbuch

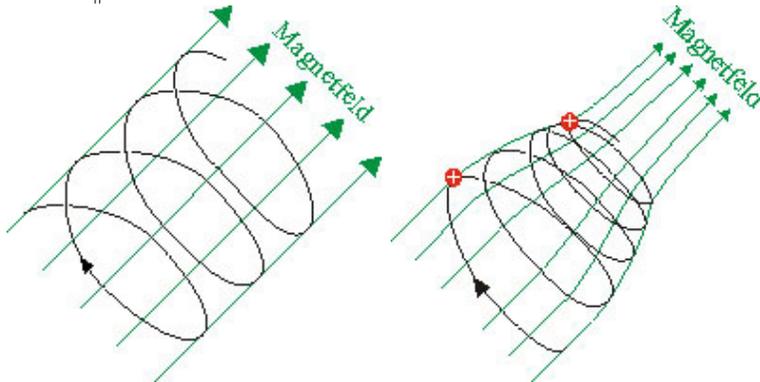
3. Fadenstrahlrohr

- (a) Das Magnetfeld (grün) ist in die Zeichenebene hineingerichtet. Mit Hilfe der Rechten-Hand-Regel kann man die Krafrichtung auf die nach oben aus der Elektronenkanone geschleuderten Elektronen ermitteln. Die Lorentzkraft zeigt nach rechts. Dadurch werden die Elektronen abgelenkt, es ändert sich die Richtung (nicht der Betrag) der Geschwindigkeit und somit die Richtung der Lorentzkraft.



In der Abbildung sind für drei Stellen die Lorentzkräfte eingezeichnet. Es ist zu sehen, dass sie stets zum Mittelpunkt der Kreisbahn zeigen. Man bezeichnet die Lorentzkraft in diesem Fall auch als Zentripetalkraft. Sie ist dafür verantwortlich, dass die Elektronen auf einer Kreisbahn gehalten werden können. Beschleunigende Kraft wirkt hier ausschließlich Richtungsändernd.

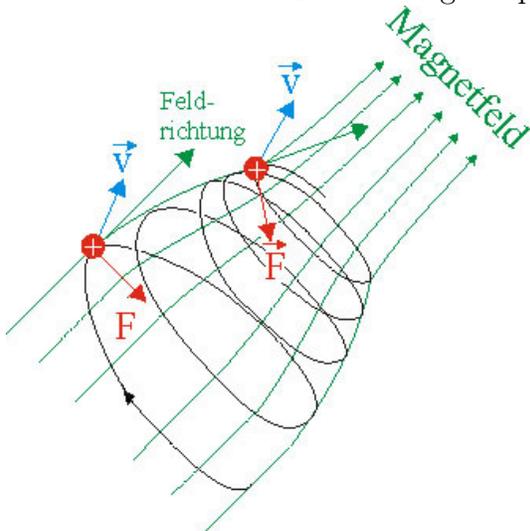
- (b) Werden die Elektronen parallel zum Magnetfeld eingeschossen, so erfahren sie keine Lorentzkraft, also bewegen sie sich geradlinig in Einschussrichtung (d. h. parallel zu den Magnetfeldlinien) weiter.
- (c) In diesem Fall kann der Geschwindigkeitsvektor in eine Komponente parallel und eine Komponente senkrecht zum Magnetfeld zerlegt werden. Die Komponente allein würde zu einer Kreisbahn (Radius r) für die Elektronen führen. Die Komponente allein würde dazu führen, dass sich die Elektronen längs der Feldlinien bewegen würden. Beide Komponenten zusammen führen zu einer Schraubenlinien mit dem Radius r und der Ganghöhe h .
- (d) $h = v_{\parallel} \cdot T \Rightarrow h = v \cdot \cos \alpha \cdot T \Rightarrow h = 0,2 \cdot 10^7 \cdot \cos 30^{\circ} \cdot 0,6 \cdot 10^{-7} m = 0,1 m$



4. Magnetische Flasche

Im Gebiet rechts oben ist die Feldliniendichte höher, was ein stärkeres Magnetfeld bedeutet. Je stärker aber das Magnetfeld ist, desto kleiner ist der Radius der Teilchenbahn. Das Teilchen kehrt im inhomogenen Teil des Feldes um, da die Lorentzkraft eine nach rückwärts gerichtete Komponente hat.

Hinweis: Die blauen Geschwindigkeitspfeile zeigen in die Papierebene.



5. Teilchen im elektromagnetischen Feld; e/m Messung; Isotopenbestimmung

- (a) gekreuzte homogene elektrische und magnetische Felder wirken als Geschwindigkeitsfilter:

$$qE = Bqv \rightarrow v = E/B = U/dB$$

D.h. nur bei einer bestimmten Einstellung E/B werden die mit der Geschwindigkeit v in den Kondensator eintretenden Teilchen NICHT abgelenkt, da die beiden Feldstärken sich gerade aufheben.

$$v = \frac{8 \times 10^3 V}{4 \times 10^{-3} m \times 10^{-2} T} = 2 \times 10^8 m/s \rightarrow \beta = 2/3 \rightarrow \gamma = 1.34$$

d.h. man muß relativistisch rechnen.

- (b) Ablenkung im Magnetfeld: Die Teilchen bewegen sich auf einer Kreisbahn mit $r^2 = L^2 + (r - a)^2 \rightarrow r = \frac{L^2 + a^2}{2a}$ da $L \gg a$ gilt: $r \simeq \frac{L^2}{2a}$

Bewegungsgleichung:

$$\frac{\gamma m_0 v^2}{r} = Bqv \rightarrow \frac{q}{m_0} = \frac{\gamma v}{rB} = \frac{\gamma E}{rB^2 d} = \frac{2\gamma U a}{L^2 B^2 d} = \frac{2 \times 1.34 \times 8 \times 10^3 V \times 4.5 \times 10^{-3}}{(1.3 m)^2 \times 10^{-4} T^2 \times 4 \times 10^{-3}} = 9.4 \times 10^7 C/kg$$

Dies entspricht ca. $1/2000$ von $e/m_{e,0}$ des Elektrons

\Rightarrow es handelt sich um Protonen! (korrekter Wert: $e/m_{p,0} = 9.58 \times 10^7 C/kg$)

- (c) Für die Gesamtenergie nach Verlassen des Zyklotrons gilt:

$$E_p = \sqrt{m_{p,0}^2 c^4 + p^2 c^2} \text{ mit der Protonenmasse } m_{p,0} \quad m_{p,0}^2 c^4 = (0.94 GeV)^2;$$

$$p^2 c^2 = (\gamma m_{p,0} v c)^2 = (\gamma \beta m_{p,0} c^2)^2 = (1.34 \times 2/3 \times (0.94 GeV))^2$$

$$\rightarrow E_p = 0.94 GeV (1 + (1.34 \times 2/3)^2)^{1/2} = 1.26 GeV$$

$$\rightarrow E_{kin} = E_p - m_{p,0} c^2 = 0.32 GeV$$

$$\rightarrow \text{Anzahl der Umdrehungen: } n = \frac{0.32 \times 9}{2 \times 20 \times 10^3} = 8000$$

- (d) Umlauffrequenz der Protonen: $\omega_p = \frac{eB_Z}{m_p}$ (folgt aus $m\omega r = Ber$; mit $v = \omega r$)

\rightarrow Umlaufzeit: $T = \frac{2\pi}{eB} \frac{1}{m_p} = \frac{2\pi}{eB_Z c^2} (E_{kin} + m_{p,0} c^2)$ d.h. T ist nur dann unabhängig von der Energie E_p , wenn $E_{kin} \ll m_{p,0} c^2$ gilt.

$$\rightarrow \omega = \omega(t) = \frac{eB_Z}{m_p} = \frac{eB_Z c^2}{E_p} \rightarrow \omega(t) \cdot (m_{p,0} c^2 + \frac{2\tilde{E}}{\pi} \int \omega(t) dt) = eB_Z c^2$$

$$\rightarrow \frac{eB_Z c^2}{\omega(t)} = m_{p,0} c^2 + \frac{2\tilde{E}}{\pi} \int \omega(t) dt \text{ (differenzieren: } \cdot d/dt)$$

$$\rightarrow eB_Z c^2 \frac{\dot{\omega}}{\omega^2} = eB_Z c^2 \frac{d\omega}{\omega^2} \frac{2\tilde{E}}{\pi} \omega \cdot dt \xrightarrow{\cdot dt} \frac{eB_Z c^2}{2\tilde{E}} \int \frac{d\omega}{\omega^3} = \int dt$$

$$\text{mit der Anfangsumlaufzeit } \omega_0 \rightarrow \frac{eB_Z c^2 \pi}{2\tilde{E}} (1/\omega^2 - 1/\omega_0^2) = t$$

$$\rightarrow 1/\omega^2 = \frac{2\tilde{E}t}{eB_Z c^2 \pi} + \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$\Rightarrow \omega(t) = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{2\tilde{E}\omega_0^2}{eB_Z c^2 \pi} t + 1}}$$

6. Dumme Fragen :)

- (a) Durch die magnetische Kraft wird ein bewegtes, geladenes Teilchen nicht beschleunigt, weil die Kraft senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor steht.

1. Richtig

2. Falsch

Falsch: Richtungsänderung = Beschleunigung.

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

(b) Wie muss eine stromdurchflossene Leiterschleife relativ zu einem Magnetfeld ausgerichtet sein, damit das auf sie wirkende Drehmoment maximal wird?

1. Senkrecht zum Magnetfeld
2. Parallel zum Magnetfeld
3. Beliebig

Senkrecht zum Magnetfeld. $\sin 90^\circ = 1$;

Parallel $F = 0$ wegen $\vec{v} \times \vec{B}$

(c) Bewegtes Elektron

Ein einzelnes Elektron bewegt sich geradlinig mit der moderaten Geschwindigkeit $v = 100\text{m/s}$. Wird ein Magnetfeld erzeugt?

1. Ja
2. Nein

Jede bewegte Ladung erzeugt ein Magnetfeld!

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

Liebe Tutoren: Im nächsten Blatt kommt Biot-Savard und Ampere'sches Gesetz dran. Falls genau Zeit ist könnte das besprochen werden.

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, CN, KIT

Tel.: +41 75411 4362; Mobil - immer

Tel.: +49 721 608 23537 - ab und zu

Email: Frank.Hartmann@kit.edu

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/EDYN.htm

Hier finden Sie auch alle Daten zu den Klausuren!