Alexey Ustinov, Hannes Rotzinger Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Übungen/Lösungen zur Klassischen Experimentalphysik II SS 2017

Übungsblatt 4 · Besprechung am 24. Mai 2017

http://www.phi.kit.edu/phys2.php ILIAS KPW: *KPII-SS2017*

Aufgabe 11: Plattenkondensator

(a) Angeschlossene Spannungsquelle:
Für die Feldenergie gilt: $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r\frac{A}{d}U^2$. Bei angeschlossener Spannungsquelle bleibt U konstant. Nach obiger Formel nimmt die Energie um $\frac{d_1}{d_2}$ ab, da der Abstand vergrößert wird. Obwohl durch das auseinanderziehen Arbeit verrichtet wird wird die Energie geringer, da nach $E = \frac{U}{d} \iff \frac{Q}{A\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{U}{d}$ die Ladung bei der Vergrößerung des Abstands von den Platten fließen muss.

(b) Bei abgetrennter Spannungsquelle:
Energie $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r\frac{A}{d}U^2$. Allerdings bleibt hier die Ladung auf dem Kondensator konstant da sie nicht abfließen kann und somit bleibt das elektrische Feld konstant da gilt $E = \frac{Q}{A\epsilon_0\epsilon_r}$ mit $U = E \cdot d \rightarrow W = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r A E^2 d$. Man sieht die Energie nimmt um $\frac{d_2}{d_1}$ zu, dies kommt daher, dass durch das Auseinanderziehen mechanische Arbeit in den Kondensator gesteckt wird.

Aufgabe 12: Koaxialkabel

Berechne das E-Feld innerhalb des Zylinder nach Satz von Gauß

$$\oint_{Zylinder} \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Für den Zylinder gilt $r_1 < r < r_2$, da $L \gg r_2$ spielen beim Integral Deckel und Boden keine Rolle mehr. Aufgrund der Symmertrie stehen die Feldlinien parallel zu dem Flächenvektor und mit homogener Verteilung ergibt sich

$$\oint \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E2\pi r l\epsilon_0 = Q \iff E = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_0}$$

Potentialdifferenz: Hierfür gilt

$$|\Phi_2 - \Phi_1| = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi r l\epsilon_0} dr = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}$$

Für die Kapazität pro Längeneinheint ist dann

$$C = \frac{Q}{Ul} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Aufgabe 13:

(a) Plattenkondensator Kapazität: $C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$;

Energie im Kondensator ($\epsilon_0 = 1$): $W = \frac{1}{2}CU^2 = \epsilon_0 \frac{hbU^2}{2d} = 8,85 \cdot 10^{-10}$ J.

(b) Kapazität $C = C_o + C_u = \frac{\epsilon_0 b}{d}((h - H_1) + \epsilon_r H_1) = \frac{\epsilon_0 b}{d}(h + (\epsilon_r - 1)H_1)$, also

$W = \frac{\epsilon_0 b U^2}{2d}(h + (\epsilon_r - 1)H_1) = 2,89 \cdot 10^{-8}$ J.

(c) Die Gesamtenergie des Systems ist die potentielle Energie der Flüssigkeit und die elektrische Energie des Kondensators, der an eine Spannungsquelle angeschlossen ist. Die Spannungsquelle verrichtet die Arbeit $dQ\,U \propto \epsilon C U^2$, wenn das Dielektrikum in den Kondensator hinein gezogen wird, da sich die Kapazität erhöht. Dem entgegen steht die potentielle Energie, die das System aufwenden muss um die Flüssigkeit anzuheben. Die Flüssigkeit wird also solange in den Kondensator reingezogen, bis die beide Energien im Gleichgewicht sind.

(d) $dW_{pot}(\Delta H) = g\rho b d \Delta H dH$ und $dW_{el}(\Delta H) = \frac{\epsilon_0 b U^2}{2d}(\epsilon_r - 1)dH$.

Im Gleichgewicht ist $dW_{pot}(\Delta H) = dW_{el}(\Delta H) \rightarrow \Delta H = \frac{\epsilon_0 U^2(\epsilon_r - 1)}{2g\rho d^2}$, bzw.

$H_W = t + \frac{\epsilon_0 U^2(\epsilon_r-1)}{2g\rho d^2}$. $H_W = 2\,\text{cm}+3,565\,\text{cm}= 5,565\,\text{cm}$.

Aufgabe 14: $\star$ (3 Bonuspunkte)

Kapazitätsnetzwerke mit vielen Kapazitäten lassen sich auf verschiedene Weise beschreiben, für kurze Netzwerke, wie in der Aufgabe, kann man die Eigenschaften sehr anschaulich folgendermassen ableiten:

Die Ladung Q auf der ersten effektiven Kapazität C_1', teilt sich über die Kapazitäten C_g und C_2' auf, was eine induzierte Ladung Q_{C_2} auf der Kapazität C_2' zur Folge hat, usw.

Es gilt nun die Kapazitäten C_i' zu berechnen, dies ist am einfachsten wenn man 'rückwärts' vorgeht :

$$C_3' = (C^{-1} + C_g^{-1})^{-1}$$
$$C_2' = (C^{-1} + (C_g + C_3')^{-1})^{-1}$$
$$C_1' = (C^{-1} + (C_g + C_2')^{-1})^{-1}$$

mit $U_e = \frac{Q}{C_1'}$ und U_a erhält man durch

$$Q_{C_2} = Q\frac{C_2'}{C_g + C_2'}$$

$$Q_{C_3} = Q_{C_2}\frac{C_3'}{C_g + C_3'}$$

und für $U_a = \frac{Q_{C_3}}{C_g}$.

Für $C = 10\,\text{F}$ und $C_g = 1\,\text{F}$ erhält man Spannungsbeträge von $U_a = 0.29\,\text{V}$, $U_e = 0.48$,V, und für $C = 10\,\text{F}$ und $C_g = 10\,\text{F}$ Spannungsbeträge von $U_a = 0.0125\,\text{V}$, $U_e = 0.1625$V.