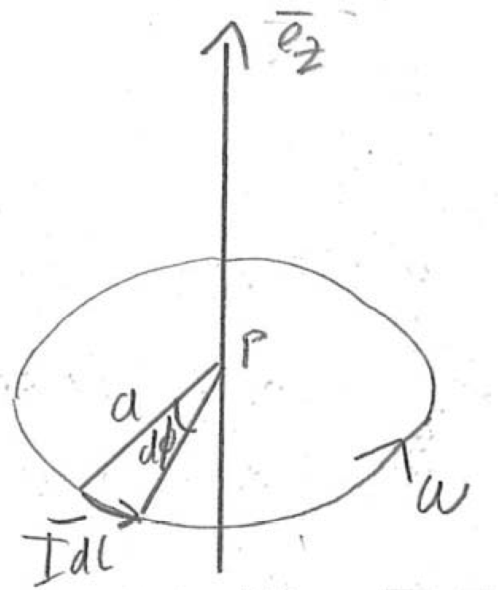
Alexey Ustinov, Hannes Rotzinger Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Übungen/Lösungen zur Klassischen Experimentalphysik II SS 2017

Übungsblatt 9 · Besprechung am 28. Juni 2017

Aufgabe 28: *(1.5 Punkte)*



Die Aufgabe kann mit dem Biot-Savartschen Gesetz gelöst werden.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

In Zylinderkoordinaten gilt $Id\vec{l} \times \vec{r} = Iad\phi\vec{e}_\phi \times a\vec{e}_r = Ia^2 d\phi\vec{e}_z$ Ein beliebiger, fester Punkt auf dem Leiter macht eine Umdrehung pro Zeit $T = \frac{2\pi}{\omega}$, die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde ist $\omega/2\pi$, der Strom ist also

$$I = \frac{Q\omega}{2\pi}$$

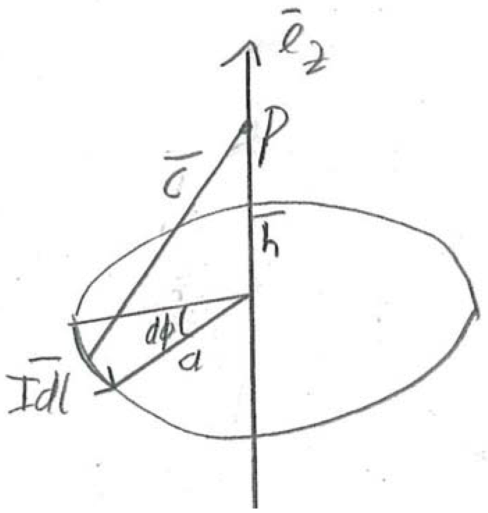
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi a^3}\frac{Q\omega}{2\pi}a^2 d\phi\vec{e}_z$$

$$B = \frac{\mu_0 Q\omega}{8\pi^2 a}\int_0^{2\pi} d\phi\vec{e}_z$$

Das Magnetfeld im Mittelpunkt ist also:

$$B = \frac{\mu_0 Q\omega}{4\pi^2 a}\vec{e}_z$$

Aufgabe 29: *(1.5 Punkte)*



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{h}$$

Auch hier findet das Biot-Savartsche Gesetz Anwendung.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{c}}{c^3}$$

In Zylinderkoordinaten:

$$I d\vec{l} \times \vec{c} = I(a^2 d\phi \vec{e}_\phi \times \vec{e}_r + ahd\phi \vec{e}_\phi \times \vec{e}_z)$$

$$I d\vec{l} \times \vec{c} = I(a^2 d\phi \vec{e}_z + ahd\phi \vec{e}_r)$$

Aufgrund der Symmetrie heben sich alle Beiträge in Richtung $\vec{e}_r$ auf, $\rightarrow$ $\vec{B}$-Feld zeigt entlang der $\vec{e}_z$-Achse

$$dB = \frac{\mu_0 I a^2 d\phi}{4\pi c^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi (a^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

Aufgabe 31: *(2.5 Punkte)*

(a) Feld eines stromdurchflossenen Leiters $H = \frac{I}{2\pi r}$

$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} = 2.82 \cdot 10^{-5} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$$

(b)

$$U_{ind} \sim \dot{\Phi}$$

$$\Phi = N \int \vec{B} d\vec{A}$$

$\rightarrow$ Spannunsamplitude ist maximal für $\vec{B} || \vec{A}$ also $\vec{A} \perp \vec{I}$.

(c)

$$\Phi = N\int \vec{B}d\vec{A} = NBA = \frac{1}{2\pi r}N\mu_0 I_0 \sin\left(\omega t + \phi\right)$$

$$\dot{\Phi} = \frac{1}{2\pi r}N\mu_0 I_0 A\omega\cos(\omega t + \phi)$$

$$\dot{\Phi} = \frac{1}{r}N\mu_0 I_0 Af\cos(\omega t + \phi)$$

$$U_{ind} = -\dot{\Phi} \to U_0 = -\frac{1}{r}N\mu_0 IAf = 2.67\,\mathrm{mV}$$

Aufgabe 31: *(4.5 Punkte)*

(a) Die kreisförmige Vakuumröhre umschließt eine Fläche, die vom Feld B_0 durchdrungen wird. Ändert sich das Feld B_0, wird nach der Maxwell-Gleichung

$$\oint \vec{E}d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}d\vec{A}$$

entlang der Röhre ein elektrisches Ringfeld erzeugt, das die Elektronen entlang der Röhre beschleunigt. Gleichzeitig hält das Magnetfeld, wie in der Aufgabenstellung angedeutet, die Elektronen durch die Lorentzkraft auch auf der Kreisbahn. Um den Elektronenstrahl tatsächlich fokussiert zu halten, benötigt man spezielle Formen der Pole. In der Abbildung ist dies nur angedeutet.

(b) Die Lorentzkraft $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ erzeugt die Zentripetalbeschleunigung. Wenn das Feld B_0 von oben nach unten zeigt (siehe Abbildung), müssen sich die Elektronen im Uhrzeigersinn bewegen (man beachte die negative Ladung der Elektronen), um eine Kraft zu bekommen, die, wie es sich für eine Zentripetalkraft gehört, ins Zentrum gerichtet ist. Für Positronen analog gegen den Uhrzeigersinn.

(c) Wir haben gesehen, dass sich die Elektronen im Uhrzeigersinn bewegen, der durch diese Elektronen verursachte (technische) Strom also entgegen dem Uhrzeigersinn verläuft. Das Magnetfeld B_{ind}, das dieser Strom erzeugt, zeigt nach der Rechte-Hand-Regel durch die von der Röhre eingeschlossene Fläche von unten nach oben. Dieses induzierte Magnetfeld B_{ind} versucht der Änderung des magnetischen Flusses entgegenzuwirken (Lenzsche Regel). Da das Beschleunigerfeld B_0 von oben nach unten zeigt, muss dessen Fluß also zunehmen um ein von unten nach oben zeigen- des B_{ind} zu erzeugen.

(d) Ansatzpunkt ist wieder die Lorentz- bzw. Zentripetalkraft

$$\vec{F}_Z = \vec{F}_L = \frac{mv^2}{R} = e\vec{v} \times \vec{B},$$

da $\vec{v} \perp \vec{B}$. Für die Beträge gilt also

$$\frac{mv^2}{R} = evB \to mv = p = eRB$$

(e) Aus der Maxwell Gleichung in a) folgt die elektrische Feldstärke (mit Formeln für Umfang und Fläche des Kreises).

$$2\pi R \left|\vec{E}(R)\right| = \pi R^2 \frac{d\bar{B}}{dt}$$

Die Kraft auf ein Elektron ist $\vec{F}_{el} = e \cdot \vec{E}$:

$$\left|\vec{E}(R)\right| = \frac{1}{e}\frac{dp}{dt}$$

also

$$\frac{dp}{dt} = \frac{eR}{2}\frac{d\bar{B}}{dt}$$

Die Integration mit $p(0) = B(0) = 0$ liefert:

$$p = \frac{eR}{2}\bar{B}$$

Der Vergleich mit $p = eRB$ liefert die Wideröe-Bedingung

$$\bar{B} = 2 \cdot B$$