Vor- und Nachname Tutor/in:

Vor- und Nachnamen
der Gruppenmitglieder:

Buchstabe des Tutoriums

Klassische Experimentalphysik II Übungsblatt 2 **SS 2018**

Heften Sie die Blätter zur Abgabe zusammen und tragen Sie auf jedem Blatt den Nachnamen Ihres Tutors und Ihre Namen ein. Auf das erste Blatt schreiben Sie bitte die kompletten Namen und den Buchstaben Ihres Tutoriums. Rechnen Sie die Aufgaben maximal zu dritt.

Abgabe bis	Mo, 30. April, 11:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 02. Mai im Tutorium

1. *Ladungsverteilung I* **(5 Punkte)**

Ein dünner Stab mit einer homogenen Ladungsverteilung beginnt am Punkt (0, 0) und dehnt sich linear bis zum Punkt (L, 0) aus. Die Ladungsdichte wird beschrieben durch:
$\lambda = \lambda_0(1 - \frac{x^2}{L^2})\frac{x}{L}$, wobei x den Abstand zum Punkt 0 beschreibt. λ_0 ist eine Konstante.

a) Berechnen Sie die Gesamtladung Q und die mittlere lineare Ladungsdichte $\bar{\lambda}$.

b) Bestimmen Sie die Komponenten des elektrischen Feldes E_x und E_y am Punkt P mit Koordinaten (0, -L).

2. *Ladungsverteilung II* **(5 Punkte)**

Eine kreisförmige Scheibe in der x,y-Ebene mit Mittelpunkt bei (0, 0, 0) und Radius a hat auf einer Seite eine Oberflächenladung mit Ladungsdichte: (i) $\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{r}{a}$, (ii) $\sigma = \sigma_0 \cdot exp(\frac{-r}{a})$, wobei σ_0 eine Konstante ist.

a) Berechnen Sie die Gesamtladung Q für (i) und (ii).

b) Welche Kraft wirkt auf ein Teilchen der Ladung q am Punkt $Q(0{,}0{,}a)$ im Falle (i)?
Tipp: Zerlegen Sie die Kraft in eine horizontale und ein vertikale Komponente. Benutzen Sie Polarkoordinaten. (Hilfe: $\int \frac{1}{cosx}\,\mathrm{d}x = ln(\frac{1}{cosx} + tanx) + C$)

3. *Ladungsverteilung III* **(4 Punkte)**

a) Gegeben sei ein nichtleitender Würfel der Kantenlänge a, dessen eine Ecke sich im Ursprung befindet. Die drei anliegenden Kanten zeigen in die positive x-, y- und z-Richtung. Der Würfel besitzt eine Ladungsverteilung von: $\rho(x{,}y{,}z) = \rho_0 \cdot (3x^2 - 2y^2 + 5xz)$. Berechnen Sie die Gesamtladung des Würfels durch Integration über sein Volumen.

b) Gegeben sei eine den Raum ausfüllende kugelsymmetrische Ladungsverteilung: $\rho = k \cdot \frac{e^{\frac{-2r}{a}}}{r^2}$, wobei a und k Konstanten sind. Berechnen Sie die Gesamtladung im Raum. Integrieren Sie dazu die Ladungsdichte über ein Kugelvolumen mit unendlichem Radius. Hinweis: Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten, in denen das Volumenelement als $dV = r^2 sin\theta dr d\theta d\phi$ geschrieben werden kann. Integrieren Sie anschließend über $\theta \in [0{,}\pi]; \phi \in [0{,}2\pi]$ und $r \in [0{,}\infty)$.

.

4. *Beschleunigte Ladung im elektrischen Feld* **(4 Punkte)**

   a) Ein Elektron mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \cdot 10^4 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$ bewegt sich durch ein elektrisches Feld für das gilt: $\vec{E} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} 10^4 \frac{N}{C}$.

      i) Bestimmen Sie die auf das Elektron wirkende Beschleunigung.
      ii) Bestimmen Sie die Ablenkung von der ursprünglichen Bewegungsrichtung zum Zeitpunkt t=2 ns.

   b) Ein geladener Öltropfen mit einem Radius von $10\mu m$ befinde sich unbeweglich in Luft. Nehmen Sie an, das elektrische Feld der Erde beträgt 150 N/C und ist zum Erdmittelpunkt gerichtet. Wie viele Elektronen müssen sich in dem Öltropfen befinden? (Dichte Öl: $\rho = 820\, kg/m^3$)

5. *Rechenübungen zum Nabla-Operator* **(4 Punkte)**

Mit Hilfe des sogenannten Nabla-Operators (in kartesischen Koordinaten)

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

lassen sich der Gradient einer skalaren Funktion $f(x,y,z)$ sowie die Divergenz und Rotation einer vektorartigen Funktion $\vec{F}(x,y,z)$ schreiben.

$$grad\ f = \vec{\nabla}\ f \qquad div\ \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \qquad rot\ \vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F}$$

Gegeben sei nun $f(x,y,z) = f(r) = 1/r^2$ mit $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
Bestimmen Sie dafür:

a) *grad f*
b) *div grad f*
c) *rot grad f*
d) Beweisen Sie, dass *rot grad* $f = 0$ allgemein für alle Funktionen $f(r)$ gilt, die nur von $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ abhängig sind.

Die Übungsblätter dürfen grundsätzlich nicht weiterverbreitet werden, weder online noch offline, weder digital noch analog.