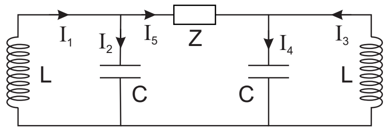
Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber
Übungen zur Klassischen Experimentalphysik II (Elektrodynamik), SS 2019

ÜBUNGSAUFGABEN (IX)
(Besprechung Mittwoch, 3.7.19)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Zwei gleichartige Schaltkreise mit Kapazität C und Induktivität L („Schwingkreise“) werden mittels einer Kapazität C_k mit komplexem Widerstand $Z = 1/i\omega C_k$ gekoppelt (vgl. Skizze).

a) Bestimmen Sie die Frequenzen der elektrischen Eigenschwingungen in den gekoppelten Schaltkreisen.



b) Statt kapazitiv werden die Schwingkreise induktiv gekoppelt mit $Z = i\omega L_k$. Wie ändern sich dadurch die resultierenden Eigenfrequenzen?

Anleitung: Stellen Sie mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln ein Gleichungssystem für die Ströme I_i $(i = 1 \ldots 5)$ durch die fünf Bauelemente auf und lösen Sie dieses durch Gleichsetzen der Determinante der Koeffizientenmatrix mit Null.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Verifizieren Sie durch explizites Berechnen der Komponenten die mathematische Identität

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{F}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\vec{F}) - \triangle\vec{F}$$

für ein zweifach stetig differenzierbares Vektorfeld $\vec{F}$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Leiten Sie die Wellengleichung für das $\vec{B}$-Feld aus den Maxwellschen Gleichungen in differentieller Form her. Es gelte $\vec{j} = 0$ und $\rho = 0$.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Eine ebene elektromagnetische Welle im Vakuum mit dem elektrischen Feld $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot f(kz - \omega t)$ und der magnetischen Flussdichte $\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot f(kz - \omega t)$ bewege sich als Funktion der Zeit t in z-Richtung mit dem Wellenvektor $\vec{k} = (0,\, 0,\, k)$, der Winkelfrequenz ω und einer beliebigen, bezüglich dem Argument ξ zweifach stetig differenzierbaren Funktion $f(\xi)$.

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen, dass $\vec{B} = \frac{1}{\omega}\,\vec{k} \times \vec{E}$.

b) Weisen Sie unter Benutzung der Beziehung aus (a) nach, dass die Energiedichten des elektrischen Feldes und der magnetischen Flussdichte gleich groß sind.