

ÜBUNGSAUFGABEN (III)

(Abgabe Montag, 8.5.2023; Besprechung Mittwoch, 10.5.2023)

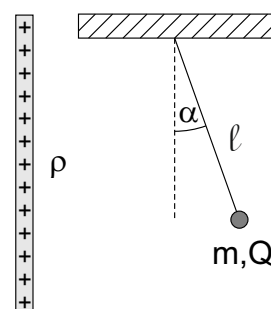
Aufgabe 1: (3 Punkte)

Das elektrische Feld eines unendlich langen, homogen geladenen Zylinders mit Symmetrieachse in z -Richtung ist im Inneren des Zylinders gegeben durch $\vec{E}(\vec{r}) = a \begin{pmatrix} x & y & 0 \end{pmatrix}^T$ mit $a = -2 \text{ V/m}^2$. Zeichnen Sie sorgfältig die zugehörigen elektrischen Feldlinien in der xy -Ebene. Berechnen Sie das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ und skizzieren Sie dessen Äquipotentiallinien in der xy -Ebene für $\Phi(\vec{r}) - \Phi(0) = 0 \text{ V}, 2 \text{ V}, 4 \text{ V}$ und 6 V .

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Eine Kugel mit Masse m und Ladung Q hängt an einem Faden der Länge l und taucht in ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}$ ein. Dieses wird erzeugt durch eine senkrecht stehende, homogen geladene Platte der Dicke d und Ladungsdichte ρ .

- Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ als Funktion der gegebenen Größen mit Hilfe der Maxwellschen Gesetze. Die Platte kann als unendlich ausgedehnt angenommen werden.
- Durch die Wirkung der Gravitationskraft $F_G = mg$ und elektrischen Kräften wird die Kugel ausgelenkt. Leiten Sie eine Formel zur Berechnung der Winkelauslenkung α des Fadens her.



Aufgabe 3: (5 Punkte)

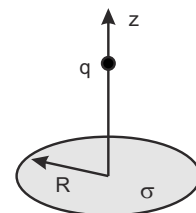
Berechnen und zeichnen Sie den Potential- und Feldstärkeverlauf $\Phi(r)$ und $\vec{E}(r)$ für eine Hohlkugel (Radius R) von vernachlässigbarer Wandstärke und homogener Ladungsdichte ϱ der Wand für $r \leq R$ und für $r > R$. Die Gesamtladung der Kugel sei Q . Wie groß ist dann die Arbeit W , die man aufwenden muss, um eine Probeladung q von $r=0$ bis $r=R$ sowie von $r=R$ bis $r \rightarrow \infty$ zu bringen, wenn $\varphi(\infty)=0$ ist?

Tipp: Verwenden Sie die erste Maxwellsche Gleichung unter Beachtung der gegebenen Symmetrie.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Eine Probeladung q bewegt sich entlang der Symmetrieachse einer dünnen geladenen Kreisscheibe konstanter Flächenladungsdichte $\sigma = Q/(\pi R^2)$ im Abstand z von deren Mittelpunkt (vgl. Skizze).

- Berechnen Sie die Kraft $\vec{F}$ auf die Probeladung q als Funktion des Abstands z . Zerlegen Sie hierzu die Kreisscheibe A in geeignete Flächenelemente dA und integrieren Sie die Kräfte $d\vec{F}$ der infinitesimalen Ladungsbeiträge $dQ = \sigma dA$ auf die Probeladung. Nutzen Sie die Symmetrie der Anordnung zur Bestimmung der Richtung von $d\vec{F}$.
- Nähern Sie das Ergebnis für die beiden Grenzfälle $z \ll R$ und $z \gg R$ und interpretieren Sie die Resultate.



Hinweis: Das auftretende Integral dürfen Sie „nachschnellen“. ¹

¹z.B. bei <http://integrals.wolfram.com>