

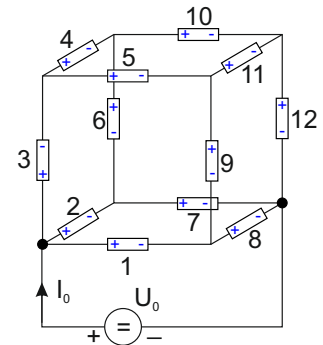
ÜBUNGSAUFGABEN (IV)

(Abgabe Montag, 15.5.2023; Besprechung Mittwoch, 17.5.2023)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Gegeben sei ein Netzwerk aus 12 Einzelwiderständen mit identischen Widerstandswerten $R_i = R_0$, $i \in \{1 \dots 12\}$, die wie die Kanten eines Würfels miteinander verbunden sind. Bei Anlegen der Gleichspannung U_0 resultiert ein Gesamtstrom I_0 (vgl. Skizze). Der Ersatzwiderstand des Netzwerkes ist dann gegeben durch $R_E = U_0/I_0$. Es soll R_E als Funktion von R_0 berechnet werden.

- Identifizieren Sie zunächst diejenigen Einzelwiderstände, deren Ströme und Spannungen aufgrund der Symmetrie des Netzwerkes identisch sein müssen.
- Stellen Sie mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln Beziehungen zwischen den Strömen und Spannungen der Einzelwiderstände R_i auf.
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem für die Ströme I_i und bestimmen Sie dann R_E .

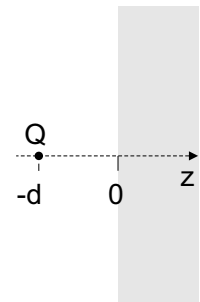


Hinweis: Zur Festlegung der Stromrichtungen an den Einzelwiderständen werden Plus- und Minuspol der anliegenden Spannung vorgegeben (vgl. Skizze).¹

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Eine Punktladung Q befinde sich am Ort $\vec{d} = (0, 0, -d)$ vor einem im Halbraum $z \geq 0$ in x - und y -Richtung unendlich ausgedehnten metallischen Leiter. Es soll die induzierte Oberflächenladungsdichte $\tilde{\sigma}(x, y)$ auf dem Leiter bei $z = 0$ berechnet werden.

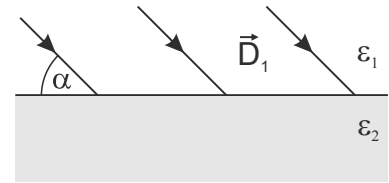
- Die Oberflächenladungsdichte $\tilde{\sigma} = dQ'/dA$ mit infinitesimaler Ladung dQ' und Flächenelement dA sei gegeben. Zeigen Sie allgemein mit dem ersten Maxwellschen Gesetz, dass das von $\tilde{\sigma}$ erzeugte elektrische Feld E'_n senkrecht zu einer Teilfläche ΔA gegeben ist durch $E'_n = \tilde{\sigma}/(2\epsilon_0)$. $\tilde{\sigma}$ wird dabei auf ΔA als konstant angenommen.
- Berechnen Sie $\tilde{\sigma}(x, y)$ mit der Forderung, dass die Summe der elektrischen Felder von Ladung Q und Oberflächenladung $\tilde{\sigma}(x, y)$ innerhalb des Leiters verschwinden muss.
- Ermitteln Sie schließlich die induzierte Gesamtladung Q' durch Integration von $\tilde{\sigma}(x, y)$ über die gesamte Oberfläche.



¹Die Vorzeichen können prinzipiell beliebig gewählt werden, müssen aber der Symmetrie des Netzwerks entsprechen, wenn diese zur Lösung genutzt wird.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Ein homogenes elektrisches Feld im Vakuum mit Flussdichte $\vec{D}_1$ stößt auf ein homogenes Material mit Permittivität $\epsilon_2 = 2$. Die ebene Grenzfläche liege in der xy -Ebene und das Feld $\vec{D}_1 = (D_{1x}, 0, D_{1z})$ trifft auf diese unter dem Winkel $\alpha = 45^\circ$. Elektrische Felder werden in Zeichnungen durch *Flusslinien* repräsentiert, deren Dichte ein Maß für die Stärke des Feldes ist.



- Die Flussdichte $\vec{D}_2$ im Dielektrikum schließt mit der Grenzfläche den Winkel β ein. Leiten Sie die Formeln her für β und $|\vec{D}_2|/|\vec{D}_1|$ als Funktionen nur von α und ϵ_2 .
- Zeichnen Sie die Flusslinien von $\vec{D}_1$ und $\vec{D}_2$ beim Übergang von ϵ_1 zu ϵ_2 (mit Begründung).
- Zeichnen Sie in gleicher Weise die Flusslinien der elektrischen Feldstärken $\vec{E}_1$ und $\vec{E}_2$ (mit Begründung).