Aufgabe 1

Ladungsdichte auf dem Leiter: ρ

Es wird ein koaxialer Zylinder mit Radius r und Länge L betrachtet

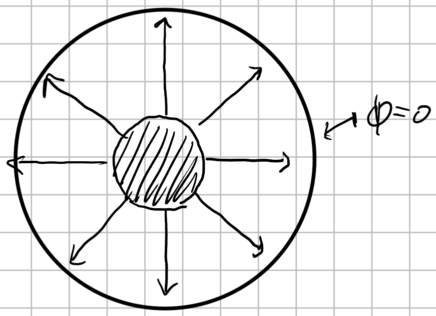
Die Rotationssymetrie wird ausgenutzt um die elektrische Feldstärke $E(r)$ im Radius r zu bestimmen. Es wird nun $r \geq r_1$ betrachtet.

?

$$\frac{L\pi r_1^2 \rho}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV = \int_V \operatorname{div} \vec{E} \, dV = \int_{\partial V} \vec{E} \, d\vec{A} = E(r)\, 2\pi r L$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{r_1^2}{r}$$ wobei $\vec{E}(r)$ immer radial nach außen gerichtet ist.

$$\Rightarrow \phi(r) = \int_{r_2}^{r} E(r')\, dr' = \frac{1}{2} \frac{\rho r_1^2}{\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right)$$

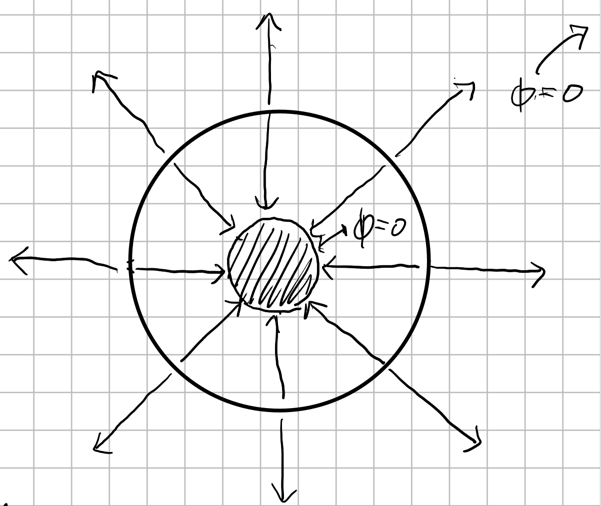


Spannungsdifferenz $U = \phi(r_2) - \phi(r_1) = -\frac{\rho r_1^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$

Gespeicherte Ladung auf einer Längeneinheit L: $Q = L\pi r_1^2 \rho$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{U} = -\frac{2L\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} = 3{,}4566 \cdot 10^{-11}\,F$$

Für den geerdeten Innenleiter wird durch den Außenleiter auch ein Feld außerhalb des Außenleiters erzeugt. Durch das zusätzliche Feld erhöht sich die Kapazität des Leiters um die Selbst-Kapazität des Außenleiters, was in der Anwendung ein unerwünschter Effekt ist. Außerdem ist so die Datenübertragung nicht vor den Einflüssen äußerer elektromagnetischer Strahlung geschützt, sodass mehr Rauschen auf dem Leiter entsteht.



4

Aufgabe 2

a) $C = \frac{A}{d}\varepsilon_0 = \frac{\pi r^2}{d}\varepsilon_0 = 435\,pF$

$Q = CU = 435\,nC$

$W = \frac{1}{2} C U^2 = 217\,\mu J$

b) Das Feld des Kondensators ist homogen.

$\Rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{F}{Q} \Leftrightarrow F = \frac{UQ}{d} = \frac{U^2 A \varepsilon_0}{d^2} = \frac{U^2 \pi r^2 \varepsilon_0}{d^2} = 435\,mN$ f

Achtung: Nur das Feld von einer Platte. Sonst Kraft einer Ladung auf sich selbst.

Aufgabe 3

a) Die Ladung Q ist konstant, da die Platten isoliert sind.

$C = C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1} = \frac{Q}{U_1}$ und nach der Verschiebung $C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1 + \Delta d} = \frac{Q}{U_2}$

$\Rightarrow U_2 = \frac{Q d_1 + Q \Delta d}{\varepsilon_0 \varepsilon A} = U_1 + U_1\left(\frac{\Delta d}{d_1}\right) = U_1\left(1 + \frac{\Delta d}{d_1}\right) \Rightarrow \Delta U = U_1 \frac{\Delta d}{d_1}$

$W_1 = \frac{1}{2} Q U_1 \quad W_2 = \frac{1}{2} Q U_2 =$

$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} Q \Delta U = \frac{1}{2} U_1^2 \frac{\Delta d}{d_1} \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1}$

3

b) Die Spannung U ist konstant

$$C = C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1} = \frac{Q_1}{U} \quad \text{und nach der Verschiebung} \quad C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1 + \Delta d} = \frac{Q_2}{U}$$

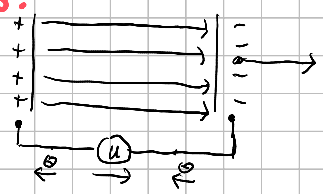
$$W_1 = \frac{1}{2} Q_1 U = \frac{1}{2} U^2 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1} \qquad W_2 = \frac{1}{2} Q_2 U = \frac{1}{2} U^2 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d_1 + \Delta d}$$

$$\Rightarrow \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} U^2 \varepsilon_0 \varepsilon A \left(\frac{1}{d_1 + \Delta d} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{1}{2} U^2 \varepsilon_0 \varepsilon A \left(\frac{-\Delta d}{d_1^2 + \Delta d d_1} \right)$$

c) Die Energie im Kondensator ist proportional zu $Q \cdot U$.

Im „isolierten" 1. Fall erhöht sich die Spannung proportional zum Abstand während die Ladung konstant bleibt.

Im „gekoppelten" 2. Fall senkt sich die Ladung antiproportional zum Abstand während → Wieso? die Spannung konstant bleibt. Die Ableitung beider Zusammenhänge (Proportional bzw. Antiproportional) ist im Punkt der Gleichheit (also vor der Auslenkung) gerade entgegengesetzt (da $\frac{d}{dx} \frac{1}{x} \big|_{x=1} = -1$ und $\frac{d}{dx} x \big|_{x=1} = 1$ und $\frac{1}{x} = x \Leftrightarrow x = 1$).



Die Proportionalitätskonstanten sind in beiden Fällen die gleichen, weswegen sich die Betragsmäßige Gleichheit ergibt.

2,5

Aufgabe 4

$W_0 = \frac{1}{2} U_0^2 C_0$ Die Spannung bleibt erhalten.

Nach einbringung des Dielektrikums:

$C_1 = \varepsilon_r C_0$

5?

$W_1 = \frac{1}{2} U_0^2 C_1 = \frac{1}{2} U_0^2 C_0 \varepsilon_r = 5 U_0^2 C_0 \varepsilon_r = 50 U_0^2 C_0$? f

$Q_1 = C_1 \cdot U_0 = \varepsilon_0 C_0 U_0 = 10 C_0 U_0$

$E_1 = \frac{U_0}{d} = E_0$ da die Geometrie erhalten bleibt

Nun ist Q erhalten da die Platten isoliert sind. $Q_1 = Q_0$

$C_1 = \varepsilon_r C_0 = 10 C_0$

$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{1}{10} \frac{Q}{C_0} = \frac{1}{10} U_0$

$E_1 = \frac{U_1}{d} = \frac{1}{10} \frac{U_0}{d} = \frac{1}{10} E_0$

$W_1 = \frac{1}{2} U_1^2 C_1 = \frac{1}{20} U_0 C_0 = \frac{1}{10} W_0$

3,5