Aufgabe 1

$d = 10\,m \qquad r = 0{,}001\,m \qquad n = 5\cdot 10^{26}\,m^{-3}$

$v = \frac{I}{e}\, d \frac{1}{n\cdot d\cdot \pi r^2}$ | da $\frac{I}{e} \triangleq$ Teilchen pro Sekunde; $n\cdot d\cdot \pi r^2 \triangleq$ Anzahl an Teilchen.

$= \frac{I}{e}\frac{1}{n\pi r^2} \approx 3{,}97\cdot 10^{-6}\,\frac{m}{s}$

$\Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{d\pi r^2 n e}{I} = 2{,}51669\cdot 10^{5}\,s \triangleq 2h$?

(w)

b) $R = \rho_s \cdot \frac{d}{\pi r^2} \Rightarrow R_{ges} = R_v + 2R$

$U = I\cdot R_{ges} = I\left(R_v + 2\rho_s\cdot \frac{d}{\pi r^2}\right) = 0{,}61\,V$ ✓

c) mit $d = 4\cdot 10^6$, $r = 0{,}01\,m$ (one way, 1A) $\Rightarrow U = 229{,}183\,V$ ✓

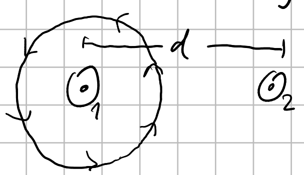
Es müssen sehr hohe Spannungen verwendet werden um entsprechend große Ströme zu transportieren.

→ Gesamtspannung mit Rückleitung?

2,5

Aufgabe 2

Vorbetrachtung: Kraft zweier paralleler Drähte aufeinander:

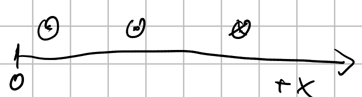


Magnetfeld des linken Leiters: (Ursprung im 1. Leiter.)

$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi r} I\, \hat{e}_\varphi \Rightarrow \vec{F} = l\, I\hat{e}_r \times \frac{\mu_0}{2\pi r} I\, \hat{e}_\varphi = -I^2\frac{\mu_0}{2\pi r} l\, \hat{e}_r$

Es gilt nach Symmetrie das gleiche auch umgekehrt.

Nach Superpositionsprinzip folgt:



Kraft auf D_1:

$F_1 = \underbrace{I^2\frac{\mu_0}{2\pi d} l}_{\text{von } D_2} - \underbrace{I^2\frac{\mu_0}{2\pi 2d} l}_{\text{von } D_3} = I^2\frac{1}{4}\frac{\mu_0}{\pi d} l \approx 10\,nN$ ✓

$F_2 = \underbrace{-I^2\frac{\mu_0}{2\pi d} l}_{\text{von } D_1} - \underbrace{I^2\frac{\mu_0}{2\pi d} l}_{\text{von } D_3} = -I^2\frac{\mu_0}{\pi d} l \approx -40\,nN$ ✓

$F_3 = I^2\frac{\mu_0}{2\pi 2d} l + I^2\frac{\mu_0}{2\pi d} l = I^2\frac{\mu_0}{\pi d} l\cdot\frac{3}{4} \approx 30\,nN$ ✓

3

Aufgabe 3

$$\vec{r}'(t) = \begin{bmatrix} R\cos(2\pi nt) \\ R\sin(2\pi nt) \\ C\cdot t \end{bmatrix} \quad \text{mit } t \in [-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}]$$

$$|\vec{r}'(t)| = \sqrt{R^2 + C^2t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\vec{r}'(t) = \begin{bmatrix} -2\pi nR\sin(2\pi nt) \\ 2\pi nR\cos(2\pi nt) \\ C \end{bmatrix}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \underbrace{\begin{bmatrix} -2\pi nR\sin(2\pi nt) \\ 2\pi nR\cos(2\pi nt) \\ C \end{bmatrix} dt}_{\text{Längenelement}} \times \begin{bmatrix} R\cos(2\pi nt) \\ R\sin(2\pi nt) \\ C\cdot t \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{(R^2 + C^2t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$d\vec{B}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{(R^2+C^2t^2)^{\frac{3}{2}}} dt \left(-2\pi nR^2 \underbrace{\left(\sin(2\pi nt)^2 + \cos(2\pi nt)^2\right)}_{=1}\right)$$

$$= -\frac{I\mu_0 nR^2}{2} \frac{dt}{(R^2+C^2t^2)^{3/2}} =$$

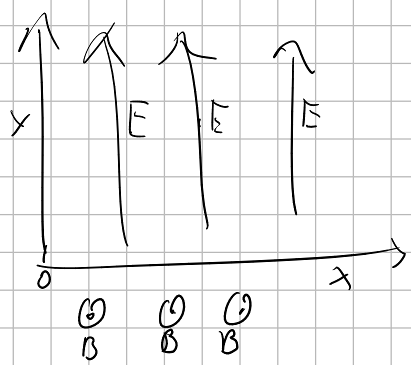
$$\vec{B}_z = \int_t d\vec{B}_z = \int_t -\frac{I\mu_0 nR^2}{2} \frac{1}{(R^2+C^2t^2)^{\frac{3}{2}}} dt = -\frac{I\mu_0 nR^2}{2} \left[\frac{t}{R^2\sqrt{R^2+C^2t^2}}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = +\frac{I\mu_0 nR^2}{2} \frac{1}{R^2\sqrt{R^2+\frac{C^2}{4}}}$$

$$= + \frac{I\mu_0 n}{2\sqrt{R^2+\frac{C^2}{4}}}$$

4

Aufgabe 4 $q \hat{=}$ elementarladung $e \hat{=}$ Eulers Zahl

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{q}{m_e}\left(E\hat{e}_y + \dot{\vec{r}} \times B\hat{e}_z\right)$$



$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{q}{m_e}\begin{bmatrix} \dot{y}B \\ E - \dot{x}B \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow z = 0$$

Ansatz: $\dot{x} = \alpha e^{\lambda t} + C \qquad \dot{y} = \beta e^{\lambda}$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \alpha\lambda e^{\lambda t} \stackrel{!}{=} \frac{q}{m_e} B\beta e^{\lambda t} \Rightarrow \alpha\lambda = \frac{q}{m_e} B\beta$$

$$\ddot{y} = \beta\lambda e^{\lambda t} = \frac{q}{m_e}(E - \dot{x}B) = \frac{q}{m_e}(E - CB) - \frac{q}{m_e}\alpha B e^{\lambda t} \Rightarrow \beta\lambda = -\frac{q}{m_e}B\alpha \text{ und } C = \frac{E}{B}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \lambda = \frac{q}{m_e} B \frac{\beta}{\alpha} \\ \lambda = -\frac{q}{m_e} B \frac{\alpha}{\beta} \end{matrix} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha^2 = -\beta^2 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \pm i \Rightarrow \lambda = \pm \frac{q}{m_e} B i$$

Also $\dot{x} = \alpha_1 e^{\lambda t} + C \qquad \dot{y} = \beta_1 e^{\lambda t}$

mit $\mathrm{Re}(\dot{x}(0)) = 0 = \alpha e^0 + \frac{E}{B} \Rightarrow \alpha = -\frac{E}{B} \Rightarrow \beta = \pm i \frac{E}{B}$

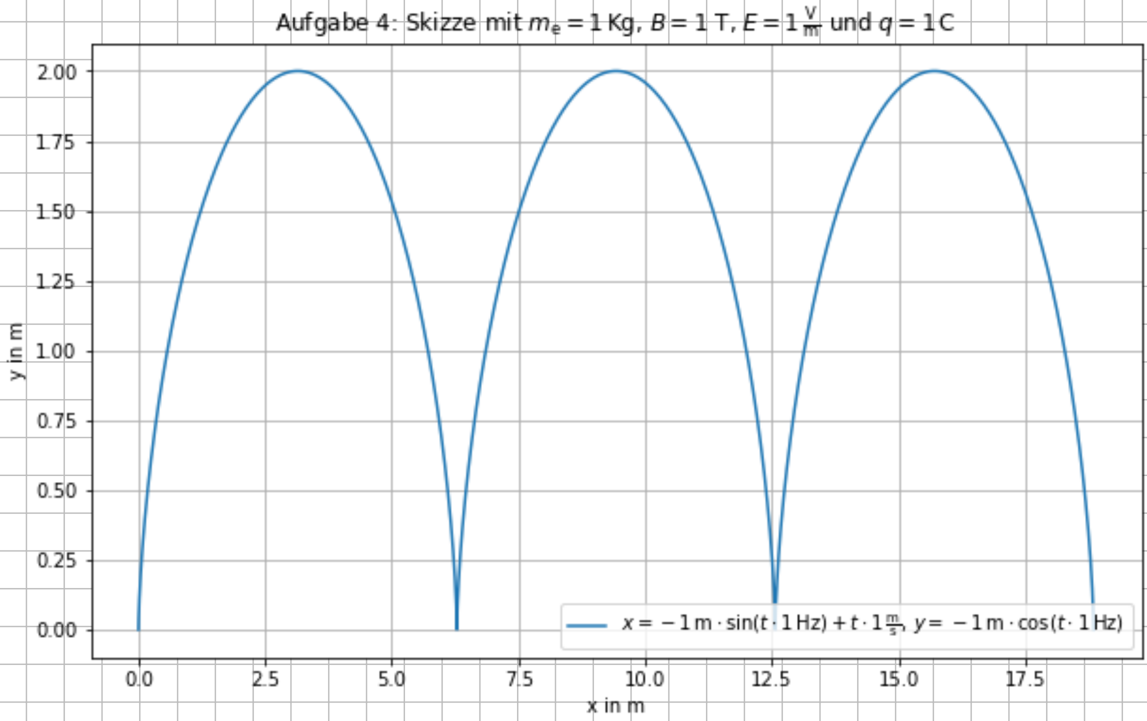
$$\Rightarrow \dot{x} = \frac{E}{B} e^{\frac{q}{m_e}Bit} + \frac{E}{B} \qquad \dot{y} = i\frac{E}{B} e^{\frac{q}{m_e}Bit}$$

$$\Rightarrow \quad x = i\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}\, e^{\frac{q}{m_e}Bit} + \frac{E}{B}t \underbrace{- i\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}}_{\text{da } x_0=0} \qquad y = -\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}\, e^{\frac{q}{m_e}Bit} + \underbrace{\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}}_{\text{da } y_0=0}$$

Betrachtung der Realteile:

$$x = -\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}\sin\left(\frac{q}{m_e}Bt\right) + \frac{E}{B}t$$

$$y = -\frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}\cos\left(\frac{q}{m_e}Bt\right) + \frac{m_e}{q}\frac{E}{B^2}$$



6

Ex_7

June 6, 2023

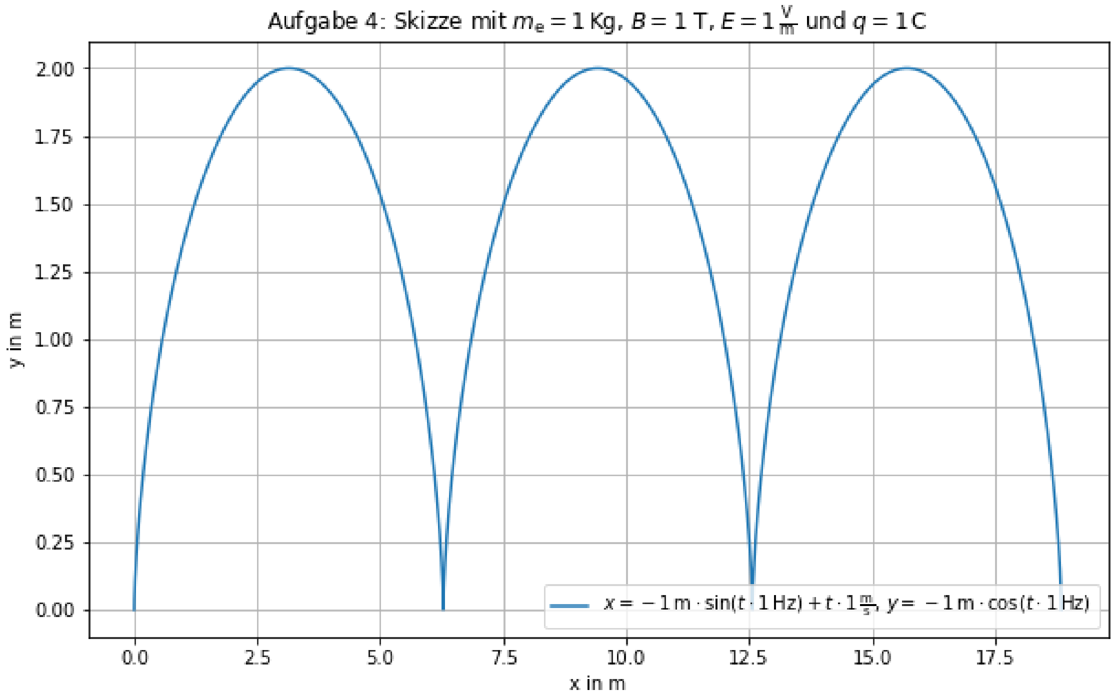
[40]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

t = np.linspace(0, 6*np.pi, 1000)

x = - np.sin(t) + t
y = - np.cos(t) + 1

plt.figure(figsize=(10,6))
plt.plot(x, y, label=r'$x=-1\,\mathrm{m}\cdot \sin(t\cdot 1\,\mathrm{Hz}) + t␣
 ↪\cdot 1\,\mathrm{\frac{m}{s}}$, $y=-1\,\mathrm{m}\cdot \cos(t\cdot␣
 ↪1\,\mathrm{Hz})$')
plt.title(r"Aufgabe 4: Skizze mit $m_\mathrm{e} = 1\,\mathrm{Kg}$, $B =␣
 ↪1~\mathrm{T}$, $E = 1\,\mathrm{\frac{V}{m}}$ und $q=1\,\mathrm{C}$")
plt.xlabel('x in m')
plt.ylabel('y in m')
plt.legend(loc="lower right")
plt.grid(True)
plt.show()
```


Aufgabe 4: Skizze mit $m_e = 1\,\mathrm{Kg}$, $B = 1\,\mathrm{T}$, $E = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ und $q = 1\,\mathrm{C}$
y in m
x in m
$x = -1\,\mathrm{m} \cdot \sin(t \cdot 1\,\mathrm{Hz}) + t \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $y = -1\,\mathrm{m} \cdot \cos(t \cdot 1\,\mathrm{Hz})$