

Aufgabe 1

a) $U(t) = n \frac{d}{dt} (B \times A) = n B \frac{d}{dt} A_0 \cos(\omega t) = n B A_0 \omega \sin(\omega t)$
 $= n \cdot 100 \cdot B_0 \omega \sin(\omega t) = 2V \sin(10\text{Hz} \cdot t)$

b) $U_{\max} = 2V \Rightarrow I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R} = 1A$

$$\begin{aligned} P_m &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t U(t) \cdot I(t) dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t U(t)^2 dt \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{U_{\max}^2}{t} \int_0^t \sin^2(\omega t) dt \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{U_{\max}^2}{t} \left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\cos(2\omega t)}{4\omega} \right) \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{U_{\max}^2}{R} = 1W \end{aligned}$$

④

Aufgabe 2

a) Die Leiterschlaufe liege in der xy-Ebene. Der Strom fließe in x-Richtung.

Magnetfeld eines unendlich langen Leiters:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi r} (\hat{e}_r \times \hat{e}_x) \quad \text{innerhalb der Schlaufe} \quad \vec{B}(x, y) = \hat{e}_z \frac{\mu_0 I_L}{2\pi y} = e_z \frac{\mu_0 \beta t}{2\pi y} \quad \forall t \in [t_0, t_1]$$

$$\frac{d}{dt} B_z = \frac{\mu_0 \beta}{2\pi y}$$

Externe Änderung des magnetischen Flusses durch S

$$\dot{\Phi}_E = \frac{d}{dt} \iint_{(a,y)}^{(a+b,y)} B_z dx dy = \iint_{(a,y)}^{(a+b,y)} \frac{d}{dt} B_z dx dy = \iint_{(a,y)}^{(a+b,y)} \frac{\mu_0 \beta}{2\pi y} dx dy = \frac{\mu_0 \beta d}{2\pi} \int_{(a,y)}^{(a+b,y)} dy = \frac{\mu_0 \beta d}{2\pi} \left[\ln(y) \right]_{(a,y)}^{(a+b,y)} = -\frac{\mu_0 \beta d}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

für alle $t \in [t_0, t_1]$ sonst $\dot{\Phi}_E = 0V$

Die Selbstinduktivität kann hier vernachlässigt werden.

$$\Rightarrow U = -\dot{\Phi}_E = \frac{\mu_0 \beta d}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \Rightarrow \text{Stromfluss in positivem mathematischen Sinn}$$

$$I(t) = \frac{U}{R} = -\frac{\mu_0 \beta d}{2\pi R} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \quad \forall t \in [t_0, t_1] \quad \text{sonst } I = 0$$

④

b) $F = \underbrace{\int d B_z(-a)}_{\text{oberer Leiter}} - \underbrace{\int d B_z(-a-b)}_{\text{unterer Leiter}} =$

$$= \int d (-B_z(-a-b) + B_z(-a)) = \int d \left(\frac{\mu_0 \beta t}{2\pi(a+b)} + \frac{\mu_0 \beta t}{2\pi a} \right)$$

$$= -\frac{\mu_0 \beta d}{2\pi R} \left(\frac{1}{(a+b)^2} - \frac{1}{a^2} \right) \int d \left(\frac{\mu_0 \beta t}{2\pi(a+b)} + \frac{\mu_0 \beta t}{2\pi a} \right)$$

$$= -\left(\frac{\mu_0 \beta}{2\pi} \right)^2 \frac{d}{R} \left(\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{a^2} \right) \ln\left(\frac{a}{a+b}\right)$$

→ Richtung?

④

Aufgabe 3

$$\ddot{x}_m = I(B) = \frac{U}{R} L B = (U_0 - \dot{\phi}) \frac{L B}{R} = (U_0 - \dot{x}(B)) \frac{L B}{R}$$

$$\ddot{x} + \dot{x} \frac{L^2 B^2}{m R} = U_0 \frac{L B}{m R}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = A e^{-\frac{L^2 B^2}{m R} t} + \frac{U_0}{L B}$$

mit $\dot{x}(0)=0$ folgt $A = -\frac{U_0}{L B}$

$$\ddot{x} = -\frac{U_0}{L B} e^{-\frac{L^2 B^2}{m R} t} + \frac{U_0}{L B}$$

