

Optik – WS 18/19

5. Quantenoptik

Das Photon

Die Energie des elektromagnetischen Feldes ist quantisiert. Neben Welleneigenschaften (klassische Elektrodynamik) zeigt Licht auch Teilcheneigenschaften (Quantenmechanik). Das Lichtquant wird als Photon bezeichnet und hat die Energie $E = h \nu$.

Die ganzen 50 Jahre bewusster Grübelei haben mich der Antwort der Frage „*Was sind Lichtquanten*“ nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump, er wisse es, aber er täuscht sich...

ALBERT EINSTEIN (1951)

Experimentelle Hinweise und Evidenzen

- Plancksches Strahlungsgesetz (1900)
- Photoeffekt (1905)
- Erklärung des Wasserstoffspektrums durch Bohrsches Atommodell (1913)
- Compton-Effekt (1922)
- Lamb-Shift, Entartungsaufhebung von Energiezuständen im Wasserstoff-Atom (1947); hochpräzise Übereinstimmung der *Quantenelektrodynamik (QED)* mit Experiment.
- Photon-Korrelationen, „Bunching“ (1956) und „Antibunching“ (1977)

Das Plancksche Strahlungsgesetz

Schwarzer Körper

Ein ideal schwarzer Körper absorbiert die auf ihn fallende Strahlung vollständig. Sein Absorptionsgrad ist für alle Frequenzen $A = 1$. Bei der Temperatur T emittiert er Wärmestrahlung der spektralen Energiedichte $w(\nu, T)$ bzw. $w(\lambda, T)$.

Einheit der spektralen Energiedichte : $[w(\nu, T)] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{ Hz}}$ bzw. $[w(\lambda, T)] = \frac{\text{J}}{\text{m}^4}$

Spektrale Strahlungsdichte des schwarzen Körpers

... ist die pro Einheitsfläche und Raumwinkel 1 emittierte spektrale Strahlungsleistung von der Oberfläche eines ideal schwarzen Körpers:

$$L(\nu, T) = \frac{c_0}{4\pi} w(\nu, T) \quad \text{Einheit:} \quad [L(\nu, T)] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ Hz sr}}$$

bzw.

$$L(\lambda, T) = \frac{c_0}{4\pi} w(\lambda, T) \quad \text{Einheit:} \quad [L(\lambda, T)] = \frac{\text{W}}{\text{m}^3 \text{ sr}}$$

(vgl. Strahlungs- und Leuchtdichte in Kap. 1)

3 13.01.2019

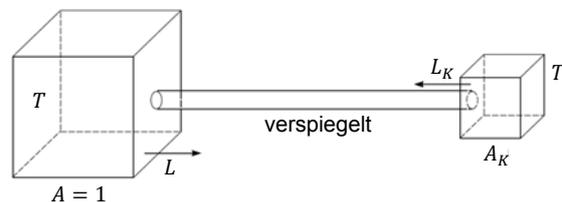
Das Kirchhoffsche Strahlungsgesetz (1859)

Gedankenexperiment

Ein beliebiger Körper K stehe im thermischen Kontakt mit einem schwarzen Körper. Im Gleichgewicht gilt mit dem spektralen Absorptionsgrad $A(\nu, T)$, $0 \leq A(\nu, T) \leq 1$,

$$A_K(\nu, T) \cdot L(\nu, T) = \underbrace{A(\nu, T)}_{=1} \cdot L_K(\nu, T)$$

$$\Rightarrow L_K(\nu, T) = A_K(\nu, T) \cdot L(\nu, T)$$



Mit der Definition des spektralen Emissionsgrads für den Körper K

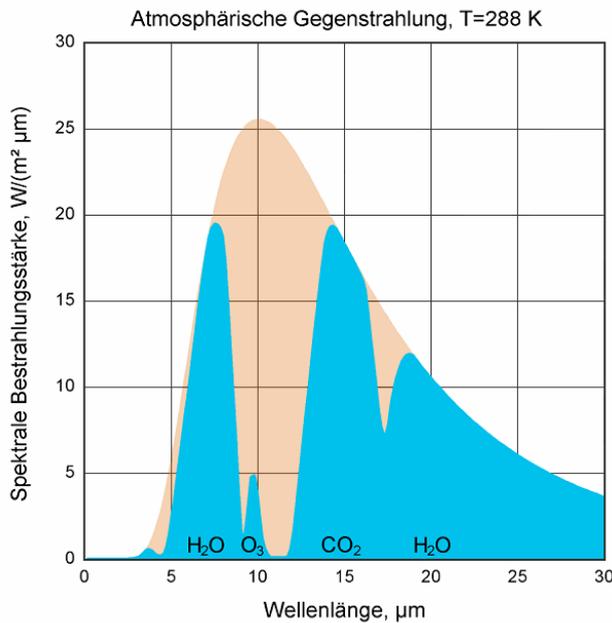
$$E_K(\nu, T) = \frac{L_K(\nu, T)}{L(\nu, T)}$$

gilt im thermischen Gleichgewicht:

Bei gegebener Frequenz ν und Temperatur T ist der spektrale Emissionsgrad $E(\nu, T)$ eines beliebigen Körpers gleich seinem spektralen Absorptionsgrad $A(\nu, T)$.

4 13.01.2019

Beispiel: Atmosphärische Gegenstrahlung



Blau: Emission der Atmosphäre bei wolkenlosem Himmel.

Braun: Emission eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur.

Wikipedia

5 13.01.2019

Hohlraumstrahlung

Betrachte geschlossenen Hohlraum im Temperaturgleichgewicht. Die Wände seien bei allen Frequenzen ν undurchlässig, der spektrale Absorptionsgrad $A(\nu, T)$ aber beliebig.

Wie groß ist dann bei gegebener Frequenz ν die Emissionsleistung P_n des Flächenelements F_1 nach Reflexion an den Elementen F_2, F_3, \dots, F_n ?

Mit der Leistung P_s eines schwarzen Strahlers und dem Reflexionsgrad $R = 1 - A$ folgt

$$P = E \cdot P_s$$

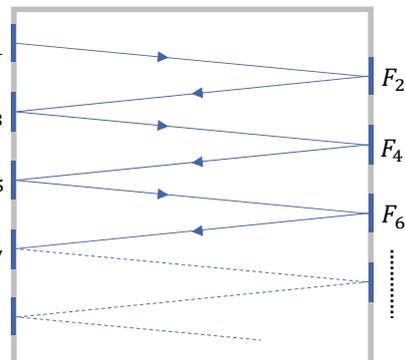
$$P_2 = R \cdot P + P$$

$$P_3 = R \cdot P_2 + P = R^2 \cdot P + R \cdot P + P$$

⋮

$$P_n = \sum_{i=0}^{n-1} R^i \cdot P = \frac{1 - R^n}{1 - R} \cdot P$$

Mit $n \rightarrow \infty$ und $R < 1$ folgt $P_\infty = \frac{P}{1 - R} = \frac{E P_s}{A}$



$$P_\infty = P_s$$

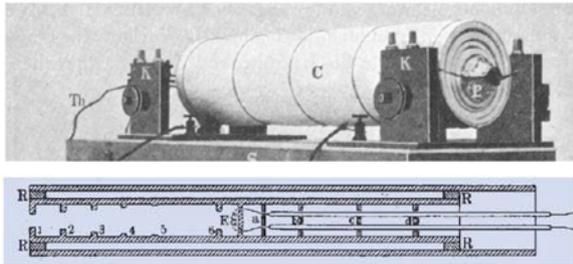
6 13.01.2019

Experiment

Realisierung der Schwarzkörperstrahlung

(Lummer, Wien, Kurlbaum, 1898)

Die Strahlung in einem Hohlraum mit Wänden konstanter Temperatur und endlichem Absorptionsgrad ist dieselbe, als wenn die umgebenden Wände vollkommen schwarz sind; sie hängt nur von der Temperatur, nicht von der Beschaffenheit der Wände ab. (Kirchhoff, 1859)

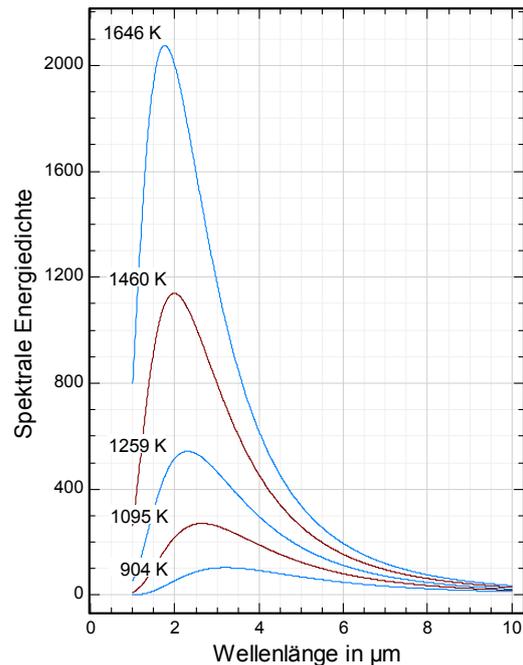


Hoffmann, Phys. Blätter 56 (2000)

7 13.01.2019

Ergebnis

(Lummer, Pringsheim, Kurlbaum, Rubens, 1898-1900)



Theorie

Stefan-Boltzmann-Gesetz (1879-1884): $\int_0^{\infty} w(\nu, T) d\nu \propto T^4$

Folgt unmittelbar aus thermodynamischer Grundgleichung und Maxwell-Gleichungen.

Wiensches Verschiebungsgesetz (1894): $w(\nu, T) \propto \nu^3 \cdot F\left(\frac{\nu}{T}\right)$

Betrachtung der Arbeit und Entropie von Hohlraumstrahlung in einem verspiegelten Raum unter Beachtung thermodynamischer Grundsätze (z.B. Stefan-Boltzmann-Gesetz).

Folgerung für die Wellenlänge beim Maximum der Energiedichte: $\lambda_{max} \cdot T = \text{const}$

Wiensches Strahlungsgesetz (1896): $w(\nu, T) = a_1 \nu^3 \exp\left(-a_2 \frac{\nu}{T}\right)$

Sehr gute Übereinstimmung mit Experiment für hohe Frequenzen. Planck (1900) bestätigt das Gesetz durch seine auf Strahlungsentropie basierende Theorie. Präzise Messungen von Rubens (1900) zeigen jedoch signifikante Abweichungen bei niedrigen Frequenzen.

Rayleigh-Jeans-Gesetz (1900): $w(\nu, T) \propto \nu^2 \cdot k_b T$

Sehr gute Übereinstimmung mit Rubens Messungen für niedrige Frequenzen.

8 13.01.2019

Plancksches Strahlungsgesetz (1900):

$$w(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c_0^3} \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_b T}\right) - 1}$$

Zunächst Interpolation von Wienscher Strahlungsgleichung und Rayleigh-Jeans-Gesetz („... glücklich geraten.“). Anschließend Rechtfertigung mittels Boltzmann-Gesetz für die Entropie ($S = k_b \log W$) und Quantenhypothese („Akt der Verzweigung“):

$$E = h\nu$$

Warum gelingt eine mit der Thermodynamik vereinbare theoretische Beschreibung nur auf Basis der Quantenhypothese?

→ Betrachte Herleitung des Rayleigh-Jeans-Gesetz.

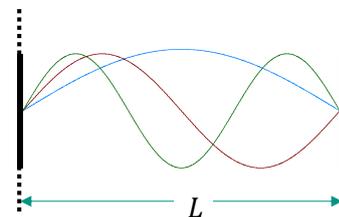
Rayleigh-Jeans-Gesetz

Betrachte alle möglichen Strahlungsmoden (Freiheitsgrade) in einem verspiegelten Würfel mit Seitenlänge L . Die Moden in x -, y - und z -Richtung sind voneinander unabhängig. Die möglichen *diskreten* Moden sind dann stehende Wellen mit

$$k_x = m_x \frac{\pi}{L} ; m_x = 0, 1, 2, \dots$$

$$k_y = m_y \frac{\pi}{L} ; m_y = 0, 1, 2, \dots$$

$$k_z = m_z \frac{\pi}{L} ; m_z = 0, 1, 2, \dots$$

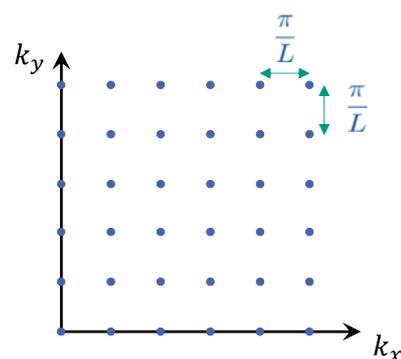


Zustandsdichte im \vec{k} -Raum

... mit Faktor 2 für zwei Polarisationsrichtungen pro Mode:

$$\frac{dN}{dV_k} = \frac{2}{(\pi/L)^3} = 2 \left(\frac{L}{\pi}\right)^3$$

mit $dV_k = dk_x dk_y dk_z$



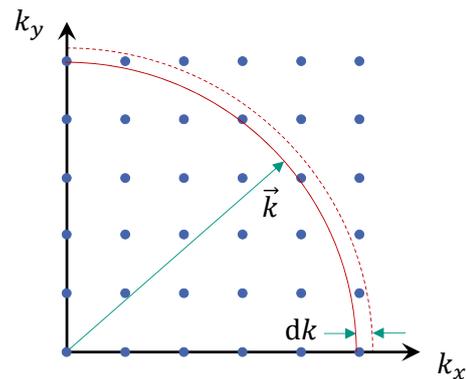
Zustandsdichte im Frequenzraum

Alle Moden bis zum Wert $k = |\vec{k}|$ liegen in einem Segment V_k des Kugelvolumens mit Radius k

$$V_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi k^3 \quad \Rightarrow \quad dV_k = \frac{1}{2} \pi k^2 dk$$

Es folgt für die Modendichte im Frequenzraum

$$\frac{dN}{dk} = \frac{dN}{dV_k} \cdot \frac{dV_k}{dk} = \frac{L^3}{\pi^2} k^2$$



Mit der Dispersionsrelation $\nu = \frac{c_0}{2\pi} k$ und Division durch $V = L^3$ folgt für die Zustandsdichte

$$\rho(\nu) = \frac{1}{V} \frac{dN}{d\nu} = \frac{8\pi \nu^2}{c_0^3}$$

Gleichverteilungssatz

Im thermodynamischen Gleichgewicht bei der Temperatur T hat jede Strahlungsmode (zwei Freiheitsgrade) die thermische Energie $k_b T$!

$$\Rightarrow w(\nu, T) = \rho(\nu, T) \cdot k_b T = \frac{8\pi}{c_0^3} \nu^2 k_b T \quad \text{Rayleigh-Jeans-Gesetz}$$

Folgerung

Mit dem Rayleigh-Jeans-Gesetz steigt die Energiedichte kontinuierlich mit der Frequenz („UV-Katastrophe“). Im Widerspruch dazu verlangt das ebenfalls sehr gut begründete Stefan-Boltzmann-Gesetz eine Abnahme gegen Null für große Frequenzen.

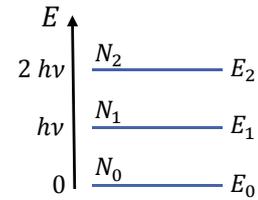
Ausweg - Quantenhypothese

Moden hoher Frequenz werden thermisch nicht angeregt, da die Energie $k_b T$ kleiner als die erforderliche Mindestenergie $h \cdot \nu$ ist.

Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes

Planck's Quantenhypothese

Die Wände des Hohlraums bestehen aus N Oszillatoren die nur ganzzahlige Vielfache der Energie $h \cdot \nu$ mit Konstante h absorbieren.



Die Besetzungszahlen der quantisierten Zustände seien $N_0, N_1, \dots, N_j, \dots$. Dann gilt im thermischen Gleichgewicht

$$\frac{N_j}{N_0} = e^{-j h\nu/k_b T}$$

Die Gesamtzahl N der Oszillatoren ist

$$N = N_0 \sum_{j=0}^{\infty} e^{-j h\nu/k_b T}$$

Die mittlere Besetzungszahl ist dann

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} j N_j}{N} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} j e^{-j h\nu/k_b T}}{\sum_{j=0}^{\infty} e^{-j h\nu/k_b T}}$$

Mit der geometrischen Reihe führt das zu

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{h\nu/k_b T} - 1}$$

Zusammen mit der Zustandsdichte $\rho(\nu, T)$ erhält man dann für die Energiedichte

$$\begin{aligned} w(\nu, T) &= \rho(\nu, T) \cdot \langle n \rangle h\nu \\ &= \frac{8\pi \nu^2}{c_0^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_b T} - 1} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Berechnung der mittleren Besetzungszahl

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_j j e^{jx}}{\sum_j e^{jx}} \quad \text{mit} \quad x = -\frac{h\nu}{kT}$$

$$\sum_j (e^x)^j = \frac{1}{1 - e^x}$$

$$\begin{aligned} \sum_j j e^{jx} &= \sum_j \frac{d}{dx} (e^x)^j \\ &= \frac{d}{dx} (1 - e^x)^{-1} \\ &= \frac{e^x}{(1 - e^x)^2} \end{aligned}$$

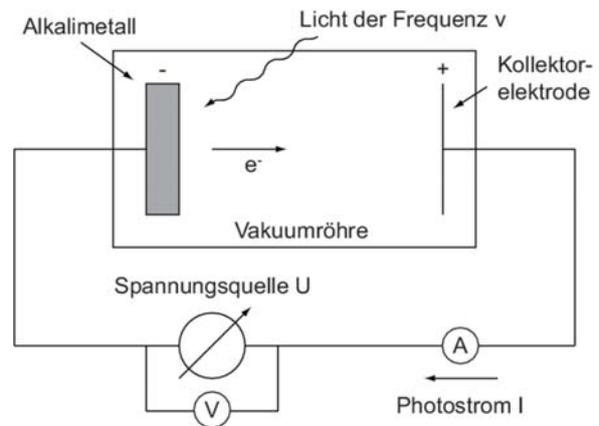
$$\langle n \rangle = \frac{e^x}{1 - e^x} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Photoeffekt

(oder lichtelektrischer Effekt)

Experiment (Lenard, 1902)

Die negativ geladene Anode wird mit Licht der Frequenz ν und Leistung P bestrahlt. Die in Richtung der Kathode emittierten Elektronen werden durch die angelegte Gegenspannung U gebremst. Die Elektronen, welche die Kathode erreichen, erzeugen den *Photostrom* I_{ph} .



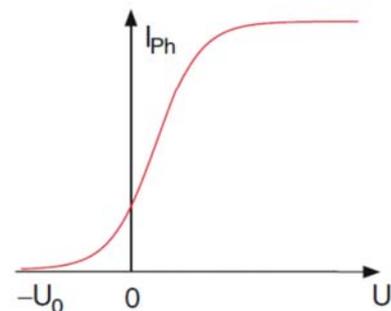
Erwartungen aus der klassischen Wellentheorie

- E_{kin} sollte von der Intensität abhängen.
- Der Photoeffekt sollte für alle Lichtfrequenzen auftreten.
- Zwischen Einschalten des Lichts und Emission von Elektronen sollte eine Zeitverzögerung bestehen (die Elektronen müssen erst genügend Energie absorbieren).

<https://qudev.phys.ethz.ch/content/science/BuchPhysikIV/PhysikIVch2.html>

Beobachtungen

- Die Photoelektronen können eine Gegenspannung U_0 überwinden, d.h. $E_{kin} \geq e \cdot U_0$.
- Der Photostrom I_{ph} (Rate der Photoelektronen) ist proportional zur Lichtintensität.
- Zwischen Lichteinfall und Elektronenaustritt gibt es keine (messbare) Verzögerung.
- Die kinetische Energie E_{kin} von Elektronen ist nur von der Lichtfrequenz ν abhängig, aber nicht von der Intensität.

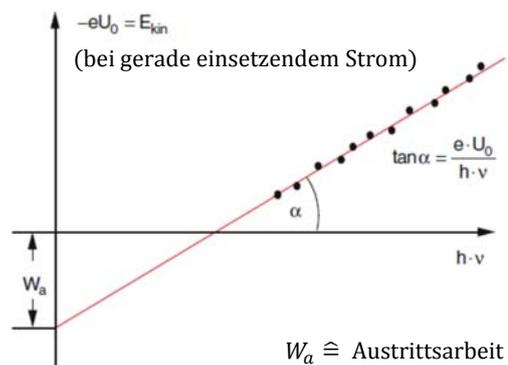


Analyse von Einstein (1905)

Jedes absorbierte Photon überträgt seine Energie $h \cdot \nu$ vollständig auf ein Elektron:

$$h \cdot \nu - W_a \stackrel{!}{=} -e \cdot U_0$$

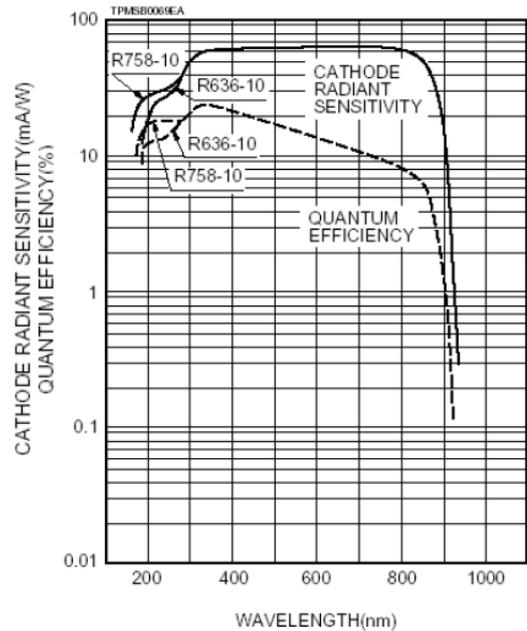
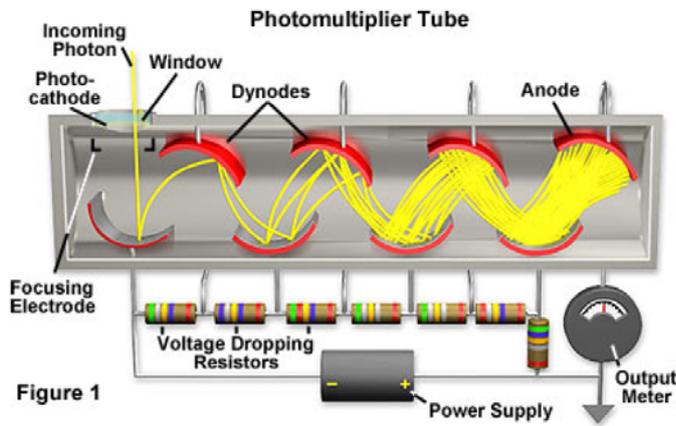
Steigung → Plancksche Konstante h
 Achsenabschnitt → Austrittsarbeit W_a



$W_a \hat{=} \text{Austrittsarbeit}$

(Demtröder, Atome, Moleküle und Festkörper)

Anwendung des Photoeffekts: Elektronenvervielfacher



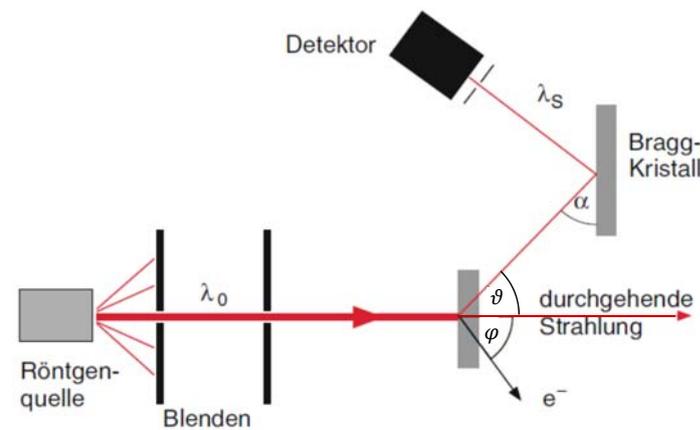
Kenngrößen (typ.)

Dunkelzählrate < 10 Counts/s
Zeitliche Auflösung < 150 ps

Compton-Effekt

Experiment

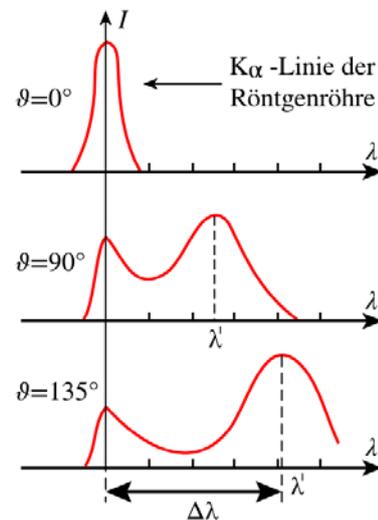
Bei der Streuung von Röntgenlicht an im Festkörper gebundenen Elektronen tritt neben elastisch gestreutem Licht auch inelastische Streuung größerer Wellenlänge auf.



(Demtröder, Atome, Moleküle und Festkörper)

Wellenlängenmessung mittels Bragg-Reflexion

Beugung an Kristallgitter → Festkörperphysik

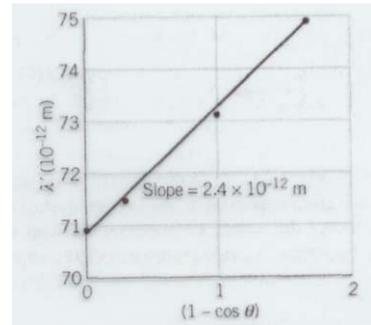


Ergebnis

Empirisch erhält man für die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ mit dem Streuwinkel ϑ und der Comptonwellenlänge λ_c

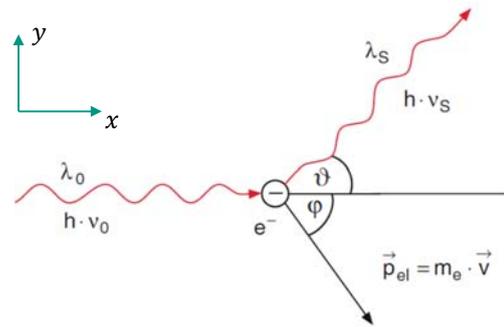
$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \vartheta) \quad ; \quad \lambda_c \simeq 2.4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Im Rahmen der klassischen Elektrodynamik kann die inelastische Streuung nicht verstanden werden.



Analyse von Compton (1922)

Ein Photon mit Energie $E_0 = h \nu_0$ und Impuls $p_0 = E_0/c_0 = h/\lambda_0$ stößt *elastisch* mit einem schwach gebundenen („quasi-freien“) Elektron mit (relativistischer) Ruheenergie $E_{el} \simeq m_e c_0^2$ und Impuls $p_{el} \simeq 0$.



(Demtröder, Atome, Moleküle und Festkörper)

Wie groß wird $\Delta\lambda = \lambda_s - \lambda_0$?

Berechnung elastischer Stoß

Relativistische Masse

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{1 - (v_e/c_0)^2}} \quad \Rightarrow \quad m^2 v_e^2 = (m^2 - m_e^2) c_0^2$$

Energieerhaltung

$$\frac{hc_0}{\lambda_0} + m_e c_0^2 = \frac{hc_0}{\lambda_s} + m c_0^2$$

$$\left(\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda_s} + m_e c_0 \right)^2 = m^2 c_0^2$$

Impulserhaltung (x- und y-Komponenten)

$$\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda_s} \cos \vartheta = m v_e \cos \varphi$$

$$\frac{h}{\lambda_s} \sin \vartheta = m v_e \sin \varphi$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda_s} \right)^2 + 2m_e c_0 \left(\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda_s} \right) &= (m^2 - m_e^2) c_0^2 \\ \left(\frac{h}{\lambda_0} \right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_s} \right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda_s} \cos \vartheta &= m^2 v_e^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda_s} + \frac{2m_e c_0 h}{\lambda_0 \lambda_s} \Delta\lambda &= -\frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda_s} \cos \vartheta \end{aligned}$$

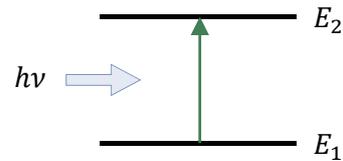
$$\Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c_0} (1 - \cos \vartheta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c_0} = 2.4262 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Absorption und Emission von Photonen

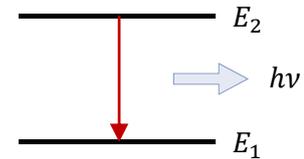
Absorption

Elektronen haben in Atomen *diskrete Energiezustände*. Ein einfallendes Photon der Energie $h\nu$ kann durch Absorption den Übergang eines Elektrons im Energiezustand E_1 zu einem unbesetzten Zustand E_2 mit $E_2 - E_1 = h\nu$ induzieren.



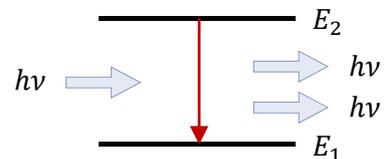
Spontane Emission

Ohne äußere Einwirkung kann ein Elektron spontan von einem Energiezustand E_2 zu einem energetisch niedrigeren unbesetzten Zustand E_1 übergehen und dabei ein Photon der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ erzeugen.



Stimulierte Emission (Einstein, 1917)

Ist ein Elektron im höheren Zustand E_2 kann ein einfallendes Photon mit Energie $h\nu = E_2 - E_1$ den Übergang des Elektrons in den unbesetzten Zustand E_1 induzieren und die Emission eines zweiten Photons der Energie $h\nu$ bewirken (in derselben Mode, also mit gleicher Phase und Richtung!).



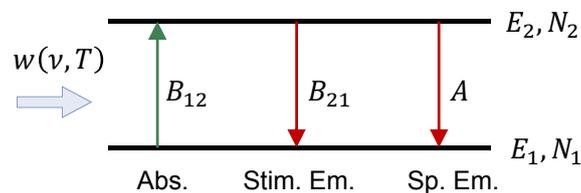
Stimulierte Emission

Unter welchen Bedingungen kann die stimulierte Emission als Funktion der Frequenz ν größer sein als die spontane Emission?

Wir betrachten dazu viele gleichartige Atome, welche bei der Temperatur T mit der Hohlraumstrahlung der Energiedichte $w(\nu, T)$ im thermischen Gleichgewicht sind und demzufolge N_1 Atome im Zustand E_1 und N_2 Atome im Zustand E_2 sind.

Dann gelten

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{k_b T}\right)$$



und die Ratengleichung

$$\dot{N}_2 = B_{12} w(\nu, T) N_1 - B_{21} w(\nu, T) N_2 - A N_2 \stackrel{!}{=} 0$$

mit den Einstein-Koeffizienten B_{12} , B_{21} und A . Dann folgt (ohne Entartung)

$$\exp\left(-\frac{h\nu}{k_b T}\right) = \frac{B_{12} w(\nu, T)}{B_{21} w(\nu, T) + A} \Rightarrow w(\nu, T) = \frac{A}{B_{12} \exp\left(\frac{h\nu}{k_b T}\right) - B_{21}}$$

Für $T \rightarrow \infty$ wird $w(\nu, T) \rightarrow \infty$, so dass gelten muss

$$B_{21} = B_{12} \Rightarrow w(\nu, T) = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_b T}\right) - 1}$$

Durch Vergleich mit der Planckschen Strahlungsformel erhält man (vgl. S. 11 und S. 13)

$$A = \frac{8\pi h\nu^3}{c_0^3} B \quad \text{oder} \quad \frac{A}{8\pi \nu^2 / c_0^3} = B \cdot h\nu$$

Wahrscheinlichkeit für stimulierte Emission wenn Mode ein Photon enthält

Wahrscheinlichkeit für spontane Emission pro Mode

Das Verhältnis von stimulierter zu spontaner Emission in einer Mode des Strahlungsfeldes ist gleich der Zahl der Photonen in dieser Mode.

Für Raumtemperatur überwiegt die spontane Emission bei weitem! Wenn die induzierte Emission überwiegen soll, muss man nichtthermische Felder in wenigen Moden und mit sehr hohen Intensitäten erzeugen.

→ LASER

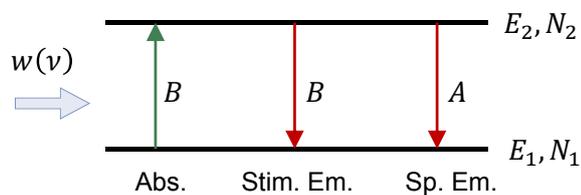
LASER

≡ Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

Zwei-Niveau-System

Im thermischen Gleichgewicht gilt

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{k_b T}\right) < 1$$



Was wäre wenn $N_2 > N_1$?

Wir betrachten die Wechselwirkung mit nur einer einzigen Mode des Strahlungsfeldes mit Photonenzahl N_p und $h\nu = E_2 - E_1$. Dann gilt $N_p + N_2 = \text{const}$ und es folgt

$$\frac{dN_2}{dt} = -B w(\nu) \underbrace{(N_2 - N_1)}_{> 0} - \underbrace{A N_2}_{\text{klein}} \Rightarrow \begin{cases} \text{Exponentieller Abfall von } N_2 \\ \text{Exponentieller Anstieg von } N_p \end{cases}$$

Wie kann man die „Inversion“ $N_2 > N_1$ erreichen?

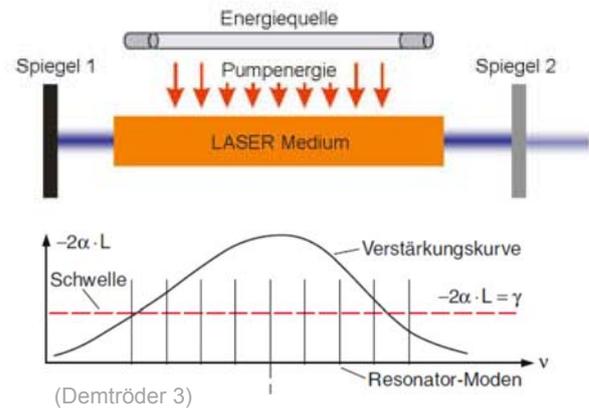
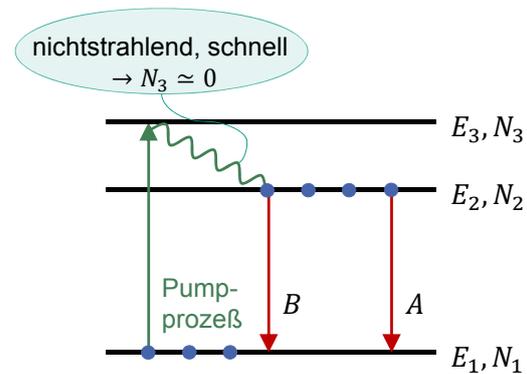
Eine Inversion ist mittels optischer Anregung („Pumpen“) in einem Zwei-Niveau-System nicht möglich! Dies geht erst mit mindestens drei Niveaus.

Drei-Niveau-System

- Pumplicht mit $\nu_p > \nu$ erzeugt keine stimulierte Emission \rightarrow Inversion, wenn Übergang $3 \rightarrow 2$ schneller ist als $2 \rightarrow 1$.
- Erheblich effektivere Abregung von Laserübergang $2 \rightarrow 1$ wenn die Photonen der Strahlungsmode in das Lasermedium zurückgestrahlt werden (Rückkopplung).

\rightarrow Laserresonator

- Hohe Photonenzahl N_p verstärkt stimulierte Emission.
- Spontane Emission wird vernachlässigbar, da langsamer.
- Fabry-Pérot-Resonator hat diskrete „longitudinale“ Moden \rightarrow Bandbreite $\Delta\nu$ wird schmaler \rightarrow höhere Kohärenz.
- Auskopplung am schwach durchlässigen Spiegel 2 ($R < 1$).



25 13.01.2019

Ratengleichung des Drei-Niveau-Systems

Es folgen mit $\tilde{B} \cdot N_p = B \cdot w(\nu)$ die gekoppelten Differentialgleichungen

$$\frac{dN_2}{dt} = -\tilde{B} N_p (N_2 - N_1) - A N_2 + \Gamma_{\text{pump}}$$

$$\frac{dN_p}{dt} = +\tilde{B} N_p (N_2 - N_1) + \beta A N_2 - \frac{N_p}{\tau_p}$$

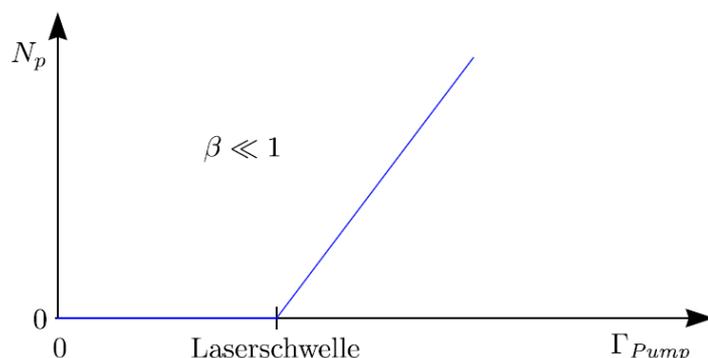
- Faktor β beschreibt Kopplung der spontanen Emission mit Resonator (typ. $\beta \ll 1$).
- Lebensdauer τ_p beschreibt Auskoppelverluste der Photonen im Resonator.

Stationärer Betrieb

Mit $\frac{dN_2}{dt} = \frac{dN_p}{dt} = 0$ und $\beta \approx 0$ folgt

$$\tilde{B} N_p (N_2 - N_1) \approx \frac{N_p}{\tau_p}$$

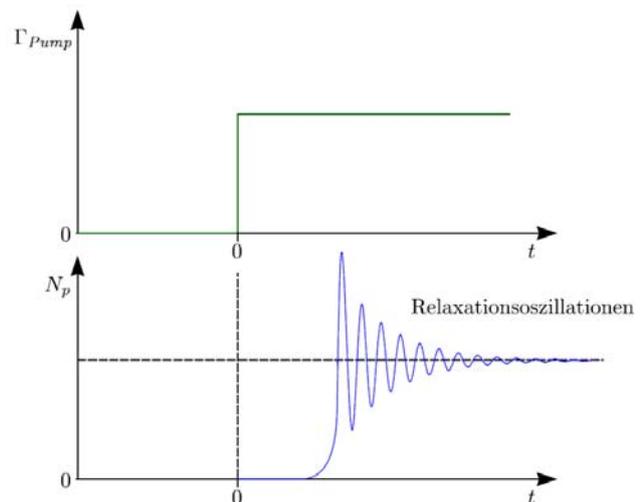
$$\Rightarrow \frac{N_p}{\tau_p} + A N_2 \approx \Gamma_{\text{pump}}$$



26 13.01.2019

Einschaltverhalten

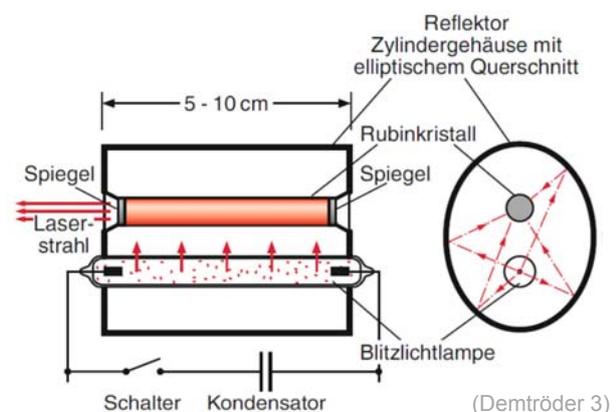
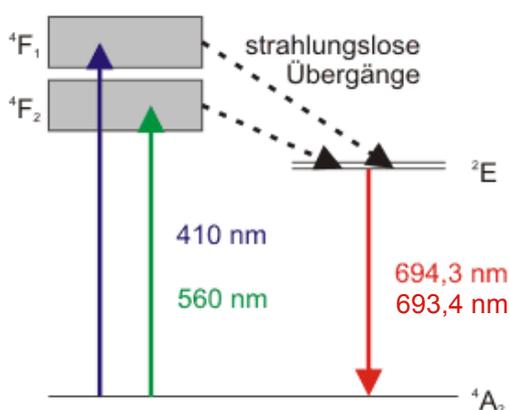
- Starke Oszillationen treten auf beim Einschaltvorgang (Spiking), aber auch bei Fluktuationen in der Verstärkung (z.B. Störungen des Resonators).
- Nahe der Laserschwelle führt die Kopplung von N_2 und N_p zu einer gedämpften Schwingung.
- Die gezielte Beeinflussung der Resonatorgüte (Q-Switching) wird zur Erzeugung von Pulsen hoher Leistung genutzt.



27 13.01.2019

Beispiel: Rubin-Laser (Maiman, 1960)

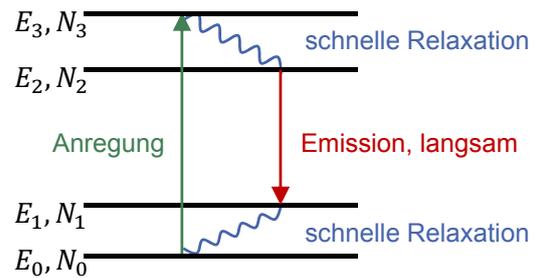
Saphir-Kristall (Al_2O_3) dotiert mit Cr^{3+} -Ionen (0,03% – 0,05%)



28 13.01.2019

Vier-Niveau-Laser

- Die thermische Besetzung vom Niveau E_1 ist vernachlässigbar.
- Schneller Übergang $1 \rightarrow 0$ erlaubt Inversion von E_2 auch für niedrige Besetzung N_2 , da $N_1 \rightarrow 0$.
- Alle heutzutage wichtigen Laser sind Vier-Niveau-Systeme.



Festkörperlaser

Neodym-Glas-Laser	Nd ³⁺	Glas	1,06 μm
Neodym-YAG-Laser	Nd ³⁺	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	1,06 μm
Titan-Saphir-Laser	Ti ³⁺	Al ₂ O ₃	650–1100 nm
Alexandrit-Laser	Cr ³⁺	BeAl ₂ O ₄	700–830 nm
Erbium-Laser	Er ³⁺	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	2,9 μm

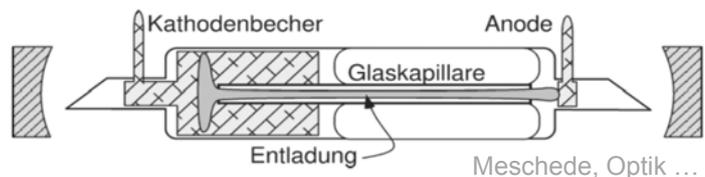
Gaslaser

He-Ne-Laser	Ne	Helium/Neon	u.a. 543 nm 594 nm 633 nm
Argonionen-Laser	Ar ⁺	Argon	u.a. 351 nm 488 nm 514 nm
CO ₂ -Laser	CO ₂	CO ₂	ca. 10 μm
ArF-Laser	Ar	Argon/Fluor	193 nm
N ₂ -Laser	N ₂	Stickstoff	337 nm

Beispiel: Helium-Neon-Laser

Typische Betriebsparameter

- Helium-Neon-Gasgemisch ca. 5 : 1 bis 10 : 1 bei $p \approx 10$ mbar
- Kapillardurchmesser ≤ 1 mm
Länge ≤ 1 m
- Spannung 1 - 2 kV
Strom typ. bis 10 mA
- Optische Leistung 0,5 – 50 mW



Anregungsmechanismus

- Elektronenstöße erzeugen angeregte He-Zustände (metastabil).
- Diese sind in Resonanz mit Zuständen von Neon \rightarrow Transfer mittels resonanter „Stöße zweiter Art“.
- Niedrige Ne-Zustände bleiben dabei nahezu unbesetzt \rightarrow Inversion.

