

WS18/19

THERMODYNAMIK UND THEORIE DER WÄRME

VORLESUNG #10

January 14, 2019

Prof. Dr. Florian U. Bernlochner | ETP - KIT

INSTRUKTIONEN FÜR VORLESUNG #10

Instruktionen für Vorlesung #10:

Die Vorlesung am 16.1 findet nicht statt. Sie bekommen stattdessen eine Aufgabe zum Selbststudium:

- Lesen Sie sich nochmals die Herleitung des **Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes** durch (in diesem PDF). Weiter gehen sie nochmals den Stoff der letzten Vorlesung durch ([vorlesung_9.pdf](#))
- Lesen Sie den ausgeteilten Text durch ([vorlesung_10_material.pdf](#))

Hinweis: Wir haben in der Vorlesung eine andere Notation verwendet: **Vorlesung** $\leftrightarrow$ **Text**

$$u(T) \leftrightarrow U(T)$$

$$f_u(T, \nu) \leftrightarrow u(T, \nu)$$

Der Grund hierfür ist, dass wir in der Vorlesung u klar von der inneren Energie U unterscheiden wollten.

- Beantworten Sie für sich die Verständnisfragen

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

9. Plancksches Strahlungsgesetz

Vorlesung 4:

Wärmeenergie kann auf drei Arten übertragen werden

- **Wärmeleitung**

Energietransport durch Wechselwirkung zwischen Molekülen, welche aber selber nicht transportiert werden

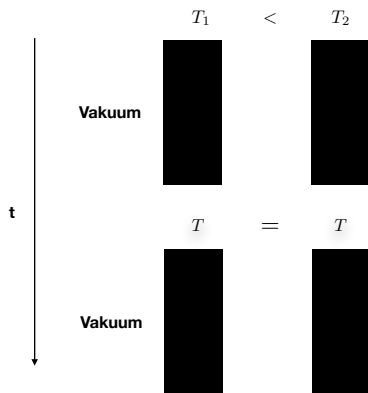
- **Konvektion**

Wärmeübertragung auch mit einem Stofftransport verbunden

- **Wärmestrahlung** → diese und nächste Vorlesung

Absorption von Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ



Beobachtung:

- zwei Körper mit unterschiedlichen Temperaturen $T_1 < T_2$ können auch im Vakuum Wärme austauschen
- Nach endlicher Zeit haben sie die gleiche Temperatur $T_1 < T < T_2$

→ Elektromagnetische Strahlung kann **Entropie** übertragen

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

9.1 Das Problem an dem die klassische Physik zerbrach

Jeder Körper, dessen Temperatur über dem absoluten Nullpunkt liegt, gibt **Wärmestrahlung** ab.



Schwarzer Körper:

- Idealisierter Körper, der alle auf ihn treffende Strahlung vollständig absorbieren kann
- Gesamtemission ist alleine von der Temperatur abhängig

(Kirchhof, 1859)

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Grundlegende Frage, die wir beantworten wollen:

Wie ist die spektrale Zusammensetzung der Strahlung eines schwarzen Körpers der Temperatur T ?

- spektrale Zusammensetzung beschrieben durch universelle Funktion:

$f_u(T, \nu)$: Spektrale Energiedichte bei Temperatur T im Frequenzintervall $[\nu, \nu + d\nu]$

Herkulesaufgabe für die Physik/Physikerinnen um die letzte Jahrhundertwende:

Bestimme $f_u(T, \nu)$.

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

9.2 Stefan-Boltzmann'sche Gesetz

Für einen **Schwarzen Körper** gilt im thermodynamischen Gleichgewicht

$$TdS = dU + PdV$$

und wir haben aus der **Integrabilitätsbedingung** hergeleitet (vgl. Vorlesung 8)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

Isotropes Strahlungsfeld auf eine undurchlässige Wand: **Strahlungsdruck** P_s

$$P = P_s = \frac{1}{3}u = \frac{1}{3} \int_0^\infty f_u d\nu$$

u : **Energiedichte** der EM Strahlung

Maxwell, 1873 (Herleitung technisch)

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Die **Energiedichte** u und die **innere Energie** U stehen in folgender Beziehung,

$$U = u V$$

und es folgt für $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = u \left(\frac{\partial V}{\partial V}\right)_T = u.$$

Für den zweiten Teil der vorherigen Gleichung finden wir

$$T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = \frac{T}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V - \frac{u}{3} \stackrel{!}{=} u$$

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Wir lösen auf und finden die Differentialgleichung

$$\frac{du}{4u} = \frac{dT}{T}$$

→

$$\ln u = 4 \ln T + \ln A$$

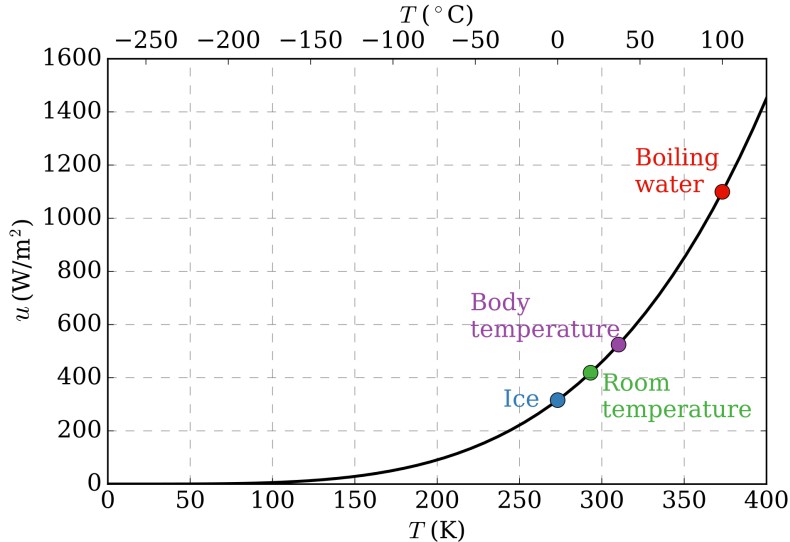
mit einer Integrationskonstante A und wir erhalten

$$u = \int_0^{\infty} f_u(T, \nu) d\nu = A T^4$$

Die Integrationskonstante A wird üblicherweise mit σ und als **Stefan-Boltzmann-Konstante** bezeichnet. Ihr Wert ist

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ



9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Verständnisfragen zur letzten Vorlesung und Stefan-Boltzmann:

- Wieso existiert der Joule-Thomson-Effekt bei idealen Gasen nicht?
- Was ist die Inversionstemperatur? Skizzieren und diskutieren sie den Verlauf des Inversionsdruckes
- Welche Rolle spielt das chemische Potential bei Gleichgewichtszuständen verschiedener Phasen eines Stoffes? Welche Einheiten hat das chemische Potential?
- Welche Rolle spielen Anziehungskräfte bei der Dampfdruckerniedrigung in Lösungen? Zeichnen sie eine Dampfdruckkurve für eine Lösung und eine reine Substanz
- Wie stark verändert sich die thermische abgestrahlte Leistung eines Schwarzen Körpers, wenn man seine Temperatur verdoppelt oder halbiert?

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Verständnisfragen zum ausgeteilten Text: (Notation wie im Text)

- Das Wien'sche Verschiebungsgesetz ist gegeben durch $u(T, \nu) = \nu^3 f(\nu/T)$. Vergewissern sie sich, dass die Integration über ν einen Ausdruck $\propto T^4$ ergibt.

Hinweis: Finden sie entweder eine passende Substitution u von ν , so dass $u \propto 1/T^4$ oder benutze Gleichung 3.

- Was versteht man in der Physik unter dem Begriff "Ultraviolett-Katastrophe" und warum ist das Rayleigh-Jeans'sche Gesetz absurd?
- Welchen Ansatz zog Planck heran um das Planck'sche Strahlungsgesetz herzuleiten? (Beachte, dass E im Text der inneren Energie U der Vorlesung entspricht)

9 PLANCKSCHES STRAHLUNGSGESETZ

Verständnisfragen zum ausgeteilten Text: (Fortsetzung)

- Leiten sie Gleichung (11) aus Gleichung (9) und (10) her.

Hinweis: Benutzen sie hierzu die Stirling'sche Approximation und dass $n + p + 1 \approx n + p$ für große Werte von n und p . Weiter nutzen sie, dass $p/n = E/\epsilon$, $S = S/n$ und $k = \frac{R}{N}$ ist.

- Weshalb folgt $\epsilon = h\nu$?
- Mit welcher Erklärung versuchte Planck seine Quantisierung der erlaubten Oszillationsenergien ϵ wegzudiskutieren? Warum waren Planck und die anderen Physiker so zögerlich die Quantisierung zu akzeptieren?