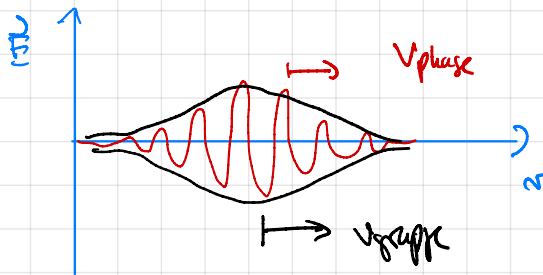


Bei sehr kleiner Dämpfung kann $n < 0$ werden.

$$E = E_0 e^{i(k(\omega) \vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$



Zwei ebene Wellen mit gleichem Frequenz

$$\vec{E}_1(x,t) = \vec{A} \cos(k_1 x - \omega_1 t)$$

$$\vec{E}_2(x,t) = \vec{A} \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$v_1 = \frac{\omega_1}{k_1}$$

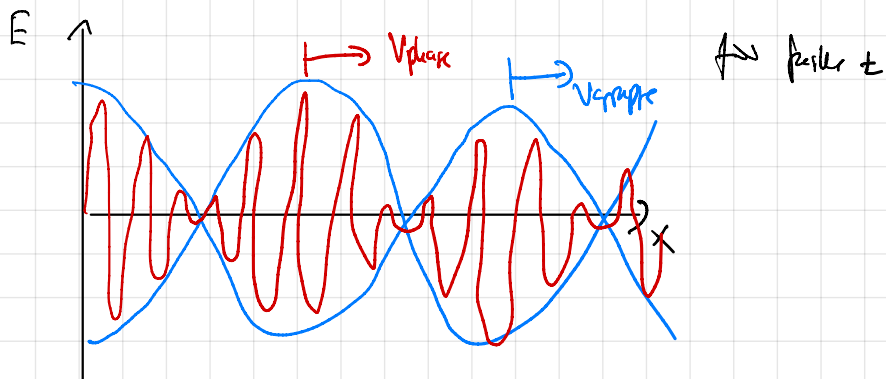
$$v_2 = \frac{\omega_2}{k_2}$$

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_1(x,t) + \vec{E}_2(x,t)$$

$$= \vec{A} (\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t))$$

$$= 2\vec{A} \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

$$= 2A \cos(kx - \omega t) \cos(\Delta k x - \Delta \omega t)$$



Phasen geschwindigkeit

$$\cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v_{\text{phase}}$$

Gruppen geschwindigkeit

$$\cos(\Delta k x - \Delta \omega t)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} = v_{\text{gruppe}}$$

$$v_{\text{gruppe}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\frac{dk}{d\omega}} = \frac{1}{\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{c n} \right)}$$

$$= \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

Auch v_{gruppe} kann größer als c werden.

Wang et al. Nature 406, 277 (2000).

$$v_{\text{gruppe}} > c$$

$$v_{\text{gruppe}} > c \quad \text{aber} \quad v_{\text{signal}} < c.$$

Siehe auch Hecht S. 629

$$\frac{1}{v_{\text{Phase}}^2} = \epsilon_0 \epsilon_0 \epsilon_\mu = \frac{1}{c^2} \epsilon_\mu$$

$$\Rightarrow n = \pm \sqrt{\epsilon_\mu}$$

Wenn $\mu < 0 \Rightarrow n < 0$

$\Rightarrow \vec{s}$ und \vec{u} liegen in entgegengesetzter Richtung

Realteil in Metamaterialien

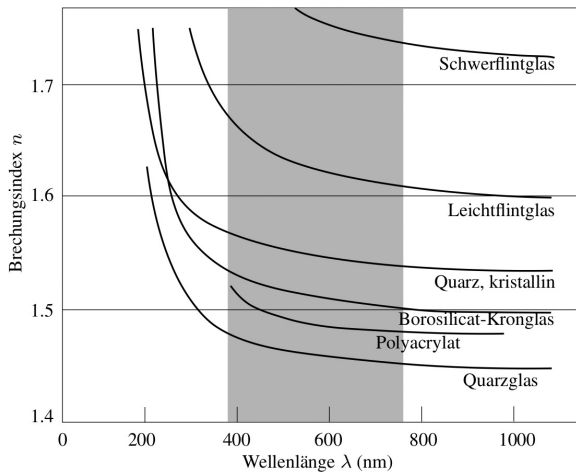


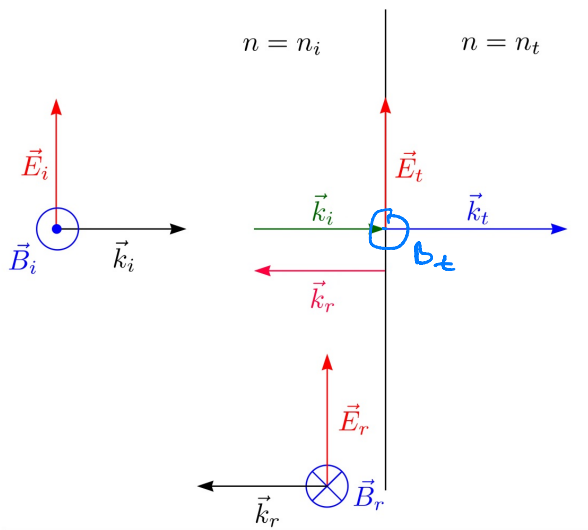
Bild 3.40: Abhängigkeit des Brechungsindex verschiedener Medien von der Wellenlänge.

Typische optische Metamaterialien weisen eine normale Dispersion im sichtbaren Licht, n steigt mit ω an, ϵ sinkt mit ω .

Hoch

2. Licht an Grenzflächen

3.1 Reflexion und Transmission bei senkrechtem Einfall



links: 1. Medium, aus dem die Ebene Welle eintrifft
 → incident

rechts: 2. Medium, in die die Ebene Welle transmittiert wird
 → transmitted

Die Welle kann auch an der Grenzfläche reflektiert werden → reflected

\vec{k} , \vec{E} und \vec{B} bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$i\vec{k} \times \vec{E} = +\omega \vec{B}$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$$

Stetigkeitsbedingung:
 an der Grenzfläche

$$E_i + E_r = E_t$$

$$B_i - B_r = B_t$$

$$\frac{E}{B} = \frac{c}{n}$$

$$n_i (E_i + E_r) = n_t E_t$$

$$E_t = \frac{n_i}{n_t} (E_i - E_r)$$

Einschreiben in den Stützpunkt für E

$$E_i + E_r = \frac{n_i}{n_t} (E_i - E_r)$$

$$\Rightarrow E_r \left(1 + \frac{n_i}{n_t} \right) = E_i \left(\frac{n_i}{n_t} - 1 \right)$$

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{n_i}{n_t} - 1}{\frac{n_i}{n_t} + 1} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \equiv r$$

r: Feldreflexionskoeffizient

Achtung: r kann negativ sein

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2n_i}{n_i + n_t} \equiv t$$

t: Feldtransmissionskoeffizient

Phasensprung bei Reflexion	$n_t > n_i$	$n_t < n_i$
E	π	0
B	0	π

Intensität

$$I = \langle |\vec{S}| \rangle = \langle |\vec{E} \times \vec{H}| \rangle = \frac{1}{\mu_0} \langle |\vec{E} \times \vec{B}| \rangle$$

$$= \frac{n}{c \mu_0} \langle |E|^2 \rangle = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \langle |E|^2 \rangle$$

Reflexionskoeffizient R für die Intensität

$$R = \frac{I_r}{I_i} = r^2$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = t^2 \frac{w_t}{w_i}$$

bedeutet

$$R+T = 1$$

$$r+t \neq 1$$

beispiel

$$w_i = 1$$

(Luft)

$$w_t = 1.5$$

glas

$$R = \frac{(1-1.5)^2}{(1+1.5)^2} = 0.04 = 4\%$$