6. Interferenz und Beugung

6.1 Kohärenz

$$\Delta \vec{E}(r,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E(r,t)}{\partial t^2}$$

Die Wellengleichung ist eine lineare Differentialgleichung

$\Rightarrow$ Erfüllen $\vec{E}_1(r,t)$ und $\vec{E}_2(r,t)$ die Wellengleichung, so erfüllen auch

$$\vec{E}(r,t) = a\,\vec{E}_1(r,t) + b\,\vec{E}_2(r,t)$$

die Wellengleichung (für beliebige a und b).

Ein Wellenfeld $\vec{E}(r,t)$ an einem beliebigen Punkt $\vec{r}$ zur Zeit t kann also aus der Überlagerung mehrerer Teilwellen $\vec{E}_i(r,t)$ resultieren.

Superpositionsprinzip

Diese Überlagerung der Teilwellen nennen wir Interferenz

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_m \vec{A}_m(\vec{r},t)\, e^{i\varphi_m} \qquad \varphi_m(t) \quad \varphi_m(r)$$

Messgröße ist oft die Intensität

$$I(\vec{r},t) \propto |\vec{E}(\vec{r},t)|^2$$

Stationäre Interferenzmuster $I(r)$ gibt es nur, falls die Teilwellen „kohärent" sind.

Eine räumliche Begrenzung im Wellenfeld (z.B. eine Blende) unterdrückt ein Teil der interferierenden Wellen (unvollständige Interferenz)

→ Beugungsphänomene

Wir betrachten zwei Teilwellen $\vec{E}_j, \vec{E}_k$

- E_j und E_k heißen zeitlich kohärent, wenn ihre Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_k$ in einem Raumpunkt $\vec{r}$ sich während der Beobachtungszeit Δt um weniger als 2π ändern.

- Die maximale Zeitspanne Δt, während der zwei Wellen am Punkt $\vec{r}$ kohärent sind, nennt man die Kohärenzzeit.

Ursache für Phasendifferenz $\Delta\varphi$?

Fluktuationen der Frequenz ν einer oder beider Teilwellen (bzw. der Wellenlänge λ)

Fluktuationen der Phase einer oder beider Teilwellen

Lorentz Kurve

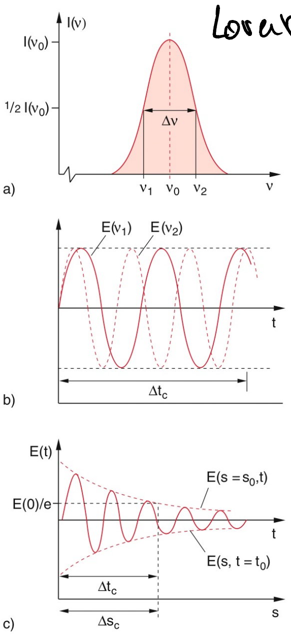
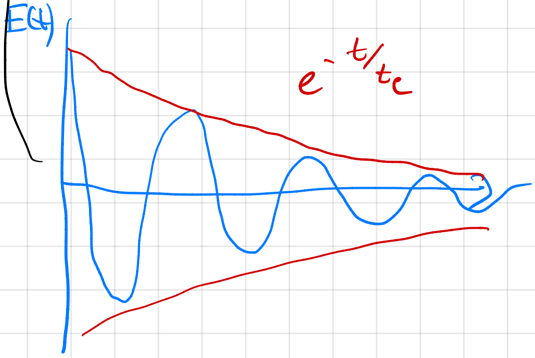


Abbildung 10.1 Zur zeitlichen Kohärenz einer Welle mit der spektralen Frequenzbreite $\Delta\nu$. Die Kohärenzzeit ist $\Delta t_c = 1/\Delta\nu$. **a** Spektralverteilung $I(\nu)$; **b** zeitliche Überlagerung zweier Teilwellen; **c** zeitlicher Verlauf der Gesamtfeldstärke aller Komponenten in (**a**)

Angeregte Atome gehen wieder in den angeregten niedrigen Zustand in Form eines exponentielle Zerfalls.

Dies verhält sich wie beim harmonischen Oszillator mit Dämpfung.



Demtröder

Es ergibt sich eine "Unschärfe" in der Frequenz von $\Delta\nu$.

Zwei Teilwellen mit $\omega_0 - \Delta\omega/2$ und $\omega_0 + \Delta\omega/2$

$$\Delta\varphi(t) \quad \left[\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right) - \left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}\right)\right] t = \Delta\omega \cdot t$$

Phasendifferenz wächst linear mit der Zeit.

$$\Delta\varphi(\Delta t_c) = 2\pi = \Delta\omega \cdot \Delta t_c$$

Kohärenzzeit $\quad \Delta t_c = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu}$

Kohärenzlänge $\quad l_c = c \cdot \Delta t_c$

Kohärenzvolumen $\quad$ Definition analog

Interferenz kann nur innerhalb des Kohärenzvolumens beobachtet werden.

Gasentladungslampen

$\Delta\nu = 2 \cdot 10^9\ Hz$

$\Delta t_c = \frac{1}{\Delta\nu} = 5 \cdot 10^{-10}\ s = 500ps$

$l_c = c \cdot \Delta t_c = 0.15\ m$

Glühbirne l_c wenige μm

Laser l_c eine km

ebene Welle $\vec{E} = \vec{A}\, e^{i(k\nu - \omega t)}$

$\Delta\nu = 0 \Rightarrow l_c = \infty$

Gesamte Welle ist kohärent

Kugelwelle $\vec{E} = \frac{\vec{A}}{|\vec{r}|}\, e^{i(k|\vec{r}| - \omega t)}$

gesamte Welle ist kohärent $l_c = \infty$