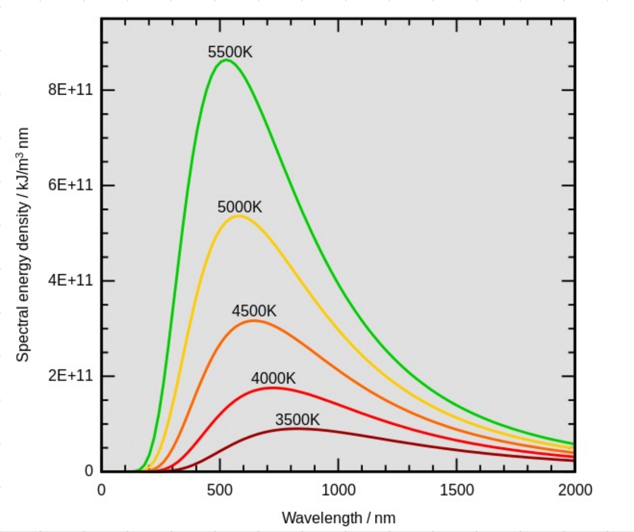
8.6 Absorption und Emission von Licht



Heiße Objekte strahlen Licht ab.

Die beobachtete Farbe hängt von der Temperatur ab.

Wiki

- Wiensches Verschiebungsgesetz : $\lambda_{max} T = const$
- Stefan-Boltzmann Gesetz : $\int_0^\infty S_\lambda(T)\, d\lambda \propto T^4$

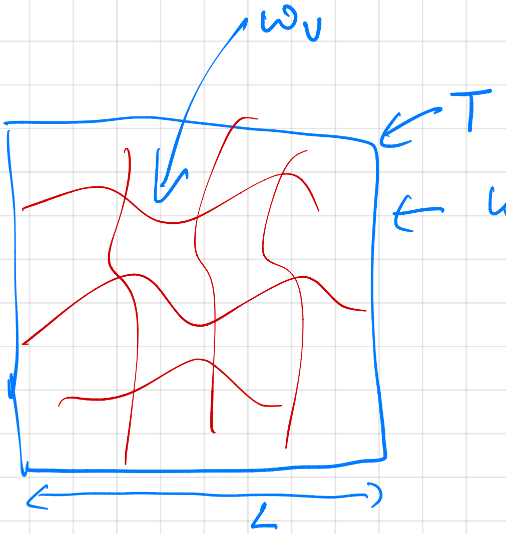
$$S_\nu(\nu, T) = \frac{c}{4\pi} w_\nu(\nu, T)$$

Spektrale Flussdichte

w_ν : spektrale Energiedichte

Strahlungsenergie pro Volumen und Frequenzintervall

Hohlraumstrahler



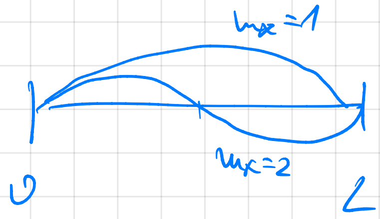
Kasten aus Metall

$\vec{E} = 0$ auf Oberfläche des Metalls

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \sin \omega t$$

$x=0,\ y=0,\ z=0$ für $\vec{E} = 0$

$k_x = m_x \frac{\pi}{L}$ $\qquad m_x \in \mathbb{N}$



$k_y = m_y \cdot \frac{\pi}{L}$

$k_z = m_z \frac{\pi}{L}$

Wie viele Moden pro ω?

Für Polarisation

$$N = 2 \frac{V_K}{V_E} = 2 \frac{\frac{1}{8} \frac{4}{3}\pi k^3}{(\pi/L)^3}$$

$$= \frac{\pi}{3}\left(\frac{L\omega}{\pi c}\right)^3$$

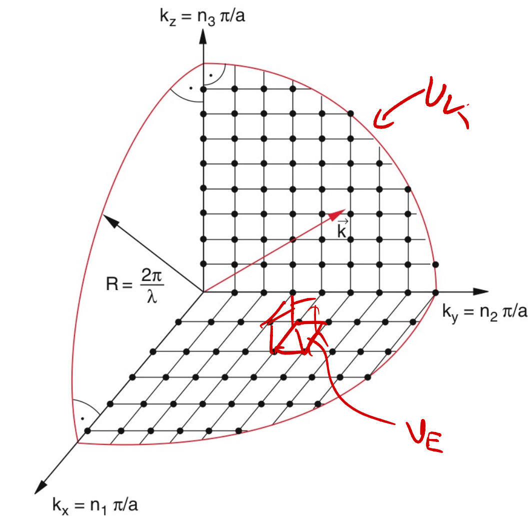


Abbildung 7.23 Zur Herleitung der Zahl möglicher Eigenschwingungen im kubischen Resonator

Demtröder

Volumendichte $\quad \tilde{n} = \frac{N}{V} = \left(\frac{\pi}{3}\right)\left(\frac{\omega}{\pi c}\right)^3 = \frac{\pi}{3}\left(\frac{2\pi\nu}{\pi c}\right)^3$

Spektrale Modendichte $\quad \frac{d\tilde{n}}{d\nu} = n(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$

Energiedichte $\quad n(\nu) \cdot \overline{W}_\nu(T)$

↑ Mittlere Energie pro Mode

Wenn wir die Mode thermisch besetzen mit jeweils k_BT

($2\times \frac{1}{2} k_BT$ für kin. + pot. Energie)

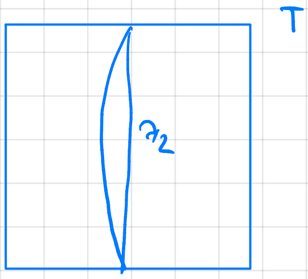
$\overline{W}_\nu(T) = k_BT$

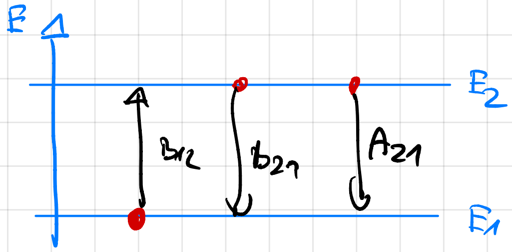
$$\boxed{W_\nu(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,k_B T\,d\nu}$$

Rayleigh-Jeans-Gesetz

λ ist nicht nach unten begrenzt, d.h. ν nicht nach oben begrenzt ⇒ spektrale Energiedichte divergiert

„Ultraviolett-Katastrophe“





E sei die Energie des Hohlkörpers.
B_{12} beschreibt die Absorption von Strahlung und Erhöhung der Energie des Körpers.
A_{21} beschreibt die spontane Emission von Strahlung und die Erniedrigung der Energie des Körpers.
B_{21} beschreibt die stimulierte Emission von Strahlung und die Erniedrigung der Energie des Körpers.

Die Boltzmann Verteilung beschreibt die Besetzung der Energieniveaus

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2-E_1}{k_B T}\right)$$

Hohlraumstrahlung befindet sich im thermischen Gleichgewicht mit dem Körper.

$N_1 + N_2 = const$ $\qquad$ $dN_1 = - dN_2$

$$dN_2 = B_{12}\, w_\nu(\nu) \cdot N_1 \cdot dt - B_{21}\, w_\nu(\nu) \cdot N_2 \cdot dt$$
$$- A_{21} \cdot N_2 \cdot dt = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} \cdot w_\nu(\nu)}{A_{21} + B_{21}\, w_\nu(\nu)}$$

$E_2 - E_1 = h\nu$

h: Planck'sches Wirkungsquantum

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} = \frac{B_{12}\, w_\nu(\nu)}{A_{21} + B_{21}\, w_\nu(\nu)}$$

$$\Rightarrow \quad w_\nu(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}\, e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - B_{21}}$$

A und B sind die Einstein Koeffizienten

Wir fordern für $T \Rightarrow \infty$, dass auch $w_\nu(\nu)$ divergiert.

$$\Rightarrow \quad B_{12} = B_{21}$$

Absorption und stimulierte Emission haben den gleichen Koeffizienten

$$\Rightarrow \quad w_\nu(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Für $\nu \Rightarrow 0$ soll das Rayleigh-Jeans-Gesetz erfüllt werden.

$$w_\nu(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{k_B T} + \dots\right) - 1} \approx \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{k_B T}{h\nu}$$

R.J.G: $w_\nu(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu$$

$$\Rightarrow \boxed{w_\nu(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} h\nu}$$

Planck'sches Strahlungsgesetz

$$w_\nu(\nu, T) = n(\nu)\,\overline{w}_\nu(T)$$

$$\Rightarrow \overline{w}_\nu(T) = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} = f_{BE} \cdot h\nu$$

$$\boxed{f_{BE} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}}$$

Bose Einstein Verteilung

f_{BE} beschreibt die thermische Besetzung der Quanten (Photonen).

8.7 Der LASER

MASER — Microwave amplification by stimulated emission of radiation
LASER — Light " "

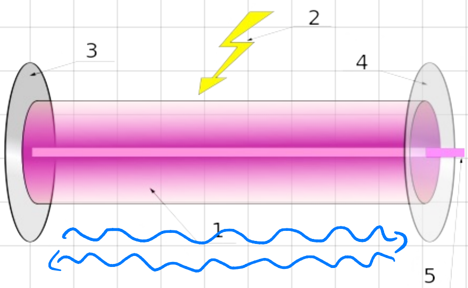
Idee: Nutze die stimulierte Emission, um eine elektromagnetische Welle zu verstärken.
Nutze die stimulierte Emission von Photonen, um die Anzahl von Photonen zu erhöhen.

MASER — Charles Townes, Nicolas Basov, Alexander Prokhorov — Nobelpreis 1964, Ausnutzung der stimulierten Emission

LASER — Theodore Maiman 1960
Rubin-Laser

Ein LASER ist ein intensiver kohärenter Strahl als. Er ist in diesem Sinne kein Verstärker sondern ein Oszillator.

„LOSER"



Wiki

1: optisches Medium, welches durch stimulierte Emission verstärkend wirkt

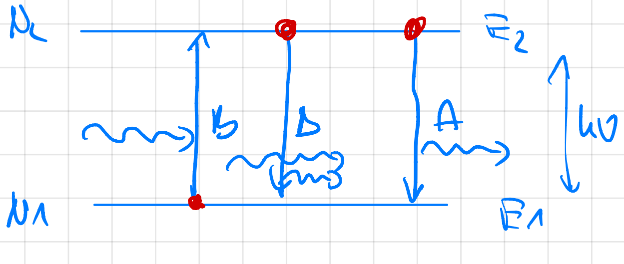
2: Energiequelle

3, 4: Spiegel zur Oszillation

der Felder

5: Anschauung für den LASER Strahl

Die Wellenlänge des LASERs ist gegeben durch das optische Medium, welches Energie in das Feld pumpt und die stehende Welle zwischen den beiden Spiegeln.

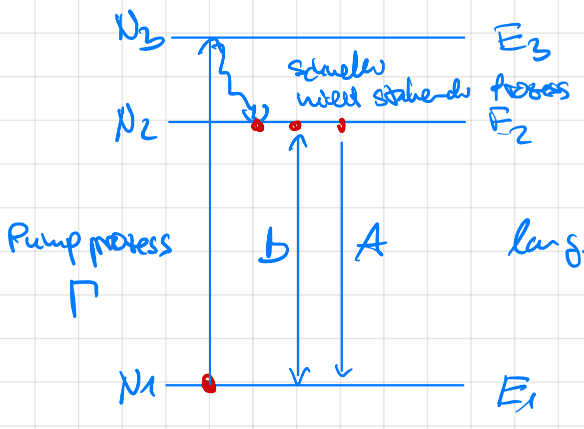


Verstärkung durch stimulierte Emission erhalten wir für $N_2 > N_1$ (Inversion)

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} < 1$$

Unter thermischer Besetzung von N_1 und N_2 gibt es nie Verstärkung.

Dreiniveausystem



langsamer strahlender Übergang

Durch starkes Pumpen kann hier eine Inversion zwischen N_1 und N_2 erreicht werden.

$$\frac{dN_2}{dt} = -B\, N_p\, (N_2 - N_1) - A\, N_2 + \Gamma$$

N_p: Anzahl der Photonen im Resonator (Stärke des E-Feldes)

$$\frac{dN_p}{dt} = +B\, N_p\, (N_2 - N_1) + \beta A N_2 - \frac{N_p}{\tau_p}$$

Verluste an den Spiegeln oder in der Strecke

β: Anteil der Photonen der spontanen Emission in Richtung der Resonatormode $\beta \ll 1$

Stationärer Zustand: $\frac{dN_p}{dt} = 0$, $\beta \to 0$

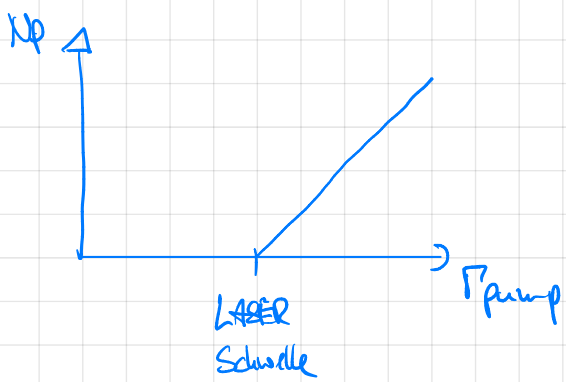
$$\Rightarrow B\, N_p\, (N_2 - N_1) = \frac{N_p}{\tau}$$

Gewinn = Verluste

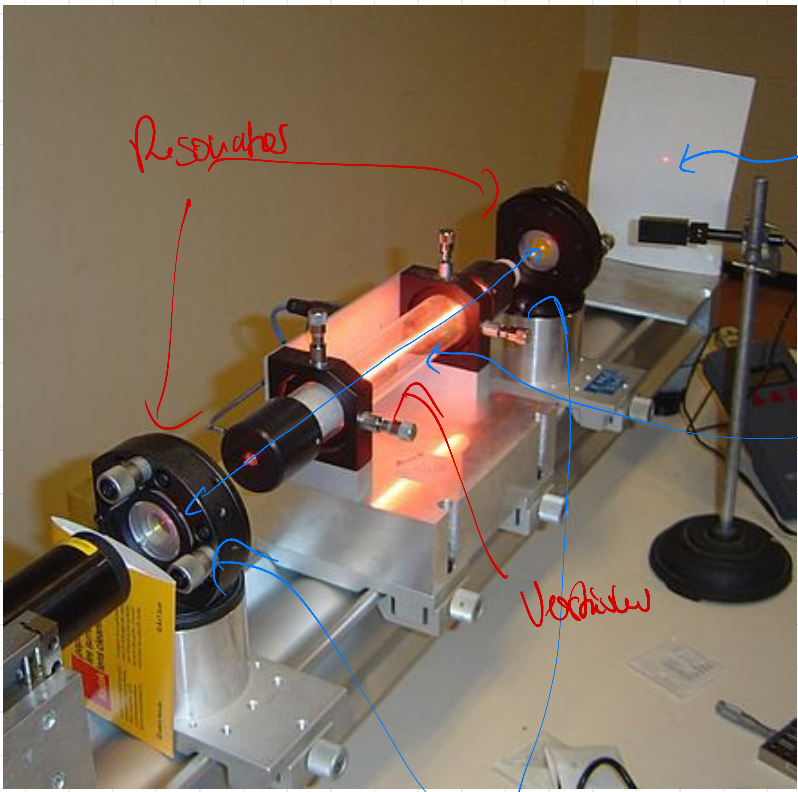
$N_p \geq 0$

Für $N_2 < N_1$ ist $N_p = 0$

Für $N_2 > N_1$



Oberhalb der LASER Schwelle kommt es zu einer ungedämpften Oszillation des LASERS. Nach einem kurzen Einschwingen des LASERS wird der stationäre Zustand erreicht, in der die Verluste (u.a. auch die Auskopplung des Laserstrahls) kompensiert wird durch die Anpflanzung.



LASER Strahl

aktives Medium

gepumpt durch Gasentladung
(wie Neonröhre)

Wiki

Spiegel