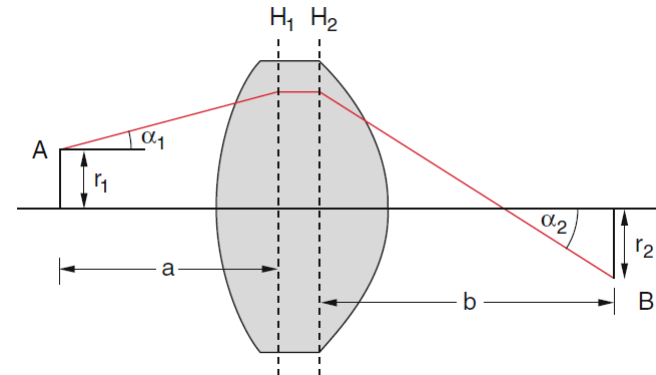


# I. Geometrische Optik

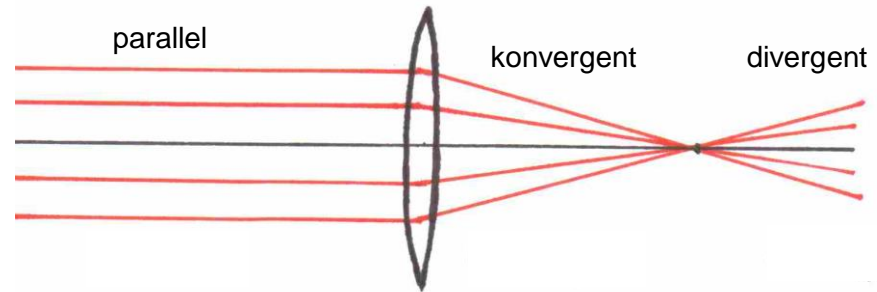
- Fermatsches Prinzip
- Brechungsgesetz
- Optische Abbildung
- Bildkonstruktion
- Linsen, Linsenfehler
- Matrix Optik



# Grundlegendes

Exp:  
Strahlenbündel

- Licht propagiert in Form von Strahlen gemäß geometrischer Gesetze
- Strahlenoptik = Geometrische Optik
- Strahlenbündel: eingegrenzter Teil eines Lichtfeldes, Gesamtheit der Lichtstrahlen
- Strahlenoptik nützlich für:
  - Abbildungen
  - Lichtleiter
  - Energiefluss
- Näherung: Nur sinnvoll wenn Querschnitt des Lichtbündels  $\gg$  Wellenlänge



# Fermatsches Prinzip

**Licht läuft den Weg für den die Laufzeit minimal ist**

## Folgerungen

- In einem homogenen Medium sind Lichtstrahlen Geraden
- An einer Grenzfläche zwischen Medien werden Lichtstrahlen reflektiert und gebrochen

## Bemerkung

Strahlenbündel, die sich durchdringen, beeinflussen sich im Rahmen der linearen Optik nicht (allerdings tritt Interferenz auf)

# Lichtpropagation in Medien

- Medien charakterisiert durch Brechzahl

$$n = c_0/c \quad (\text{meist } n > 1)$$


$c_0$  Lichtgeschwindigkeit in Vakuum  $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

$c$  Lichtgeschwindigkeit im Medium

- Propagationszeit  $t(d) = \frac{d}{c} = \frac{nd}{c_0}$

- optische Weglänge  $L_{\text{opt}} = nd$

- Inhomogene Medien  $n = n(\mathbf{r})$

$$L_{\text{opt}} = \int_A^B n(\vec{r}) ds$$


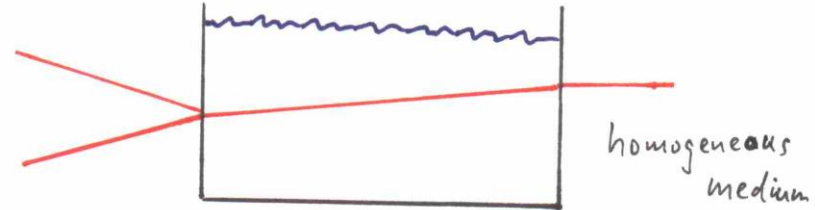
The diagram shows a red curved line representing a path from point A to point B. A small segment of the path is marked with a double-headed arrow and labeled 'ds', representing a differential path element.

# Inhomogene Medien

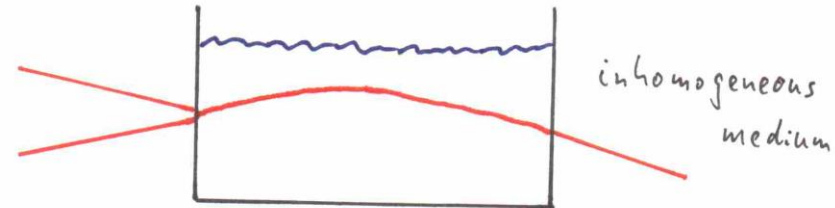
Exp:

homogenes / inhomogenes  
Medium

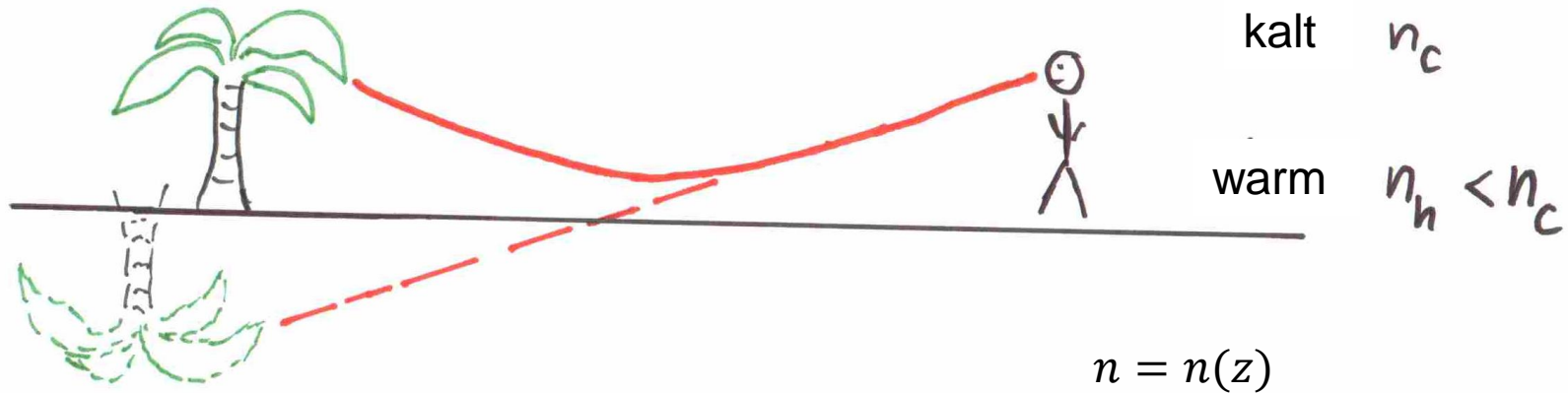
- Homogenes Medium: Propagation in Geraden



- Inhomogenes Medium: Gekrümmte Strahlen möglich



# Beispiel: Fata Morgana



# Fermatsches Prinzip

## Exakte Formulierung

Ein Lichtstrahl verläuft von einem Punkt  $P_1$  zu einem Punkt  $P_2$  stets auf einem Weg, dessen optische Weglänge

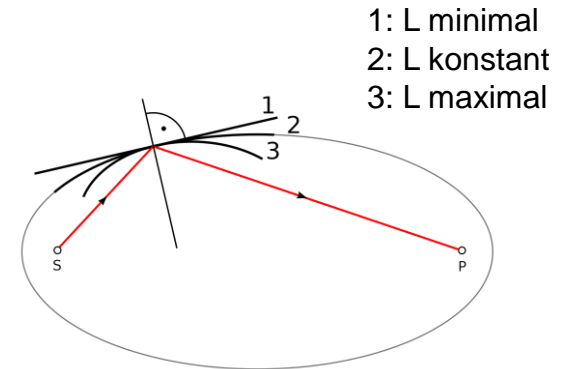
$$L_{opt} = \int_{P_1}^{P_2} n(s) ds$$

und damit die Laufzeit stationär bezüglich einer Änderung ist, i.e. einem Extremum entspricht. Meist ist dies ein Minimum

$$\rightarrow \text{Variation } \delta L_{opt} = \delta \left[ \int_{P_1}^{P_2} n(s) ds \right] = 0$$

Analogie zum Hamiltonschen Prinzip der Mechanik

$$\delta S = \delta \left[ \int_{t_1}^{t_2} L dt \right] = 0, \quad S \text{ Wirkung, } L \text{ Lagrange Funktion}$$



Ellipsoid Spiegel

# Herleitung des Reflexionsgesetzes

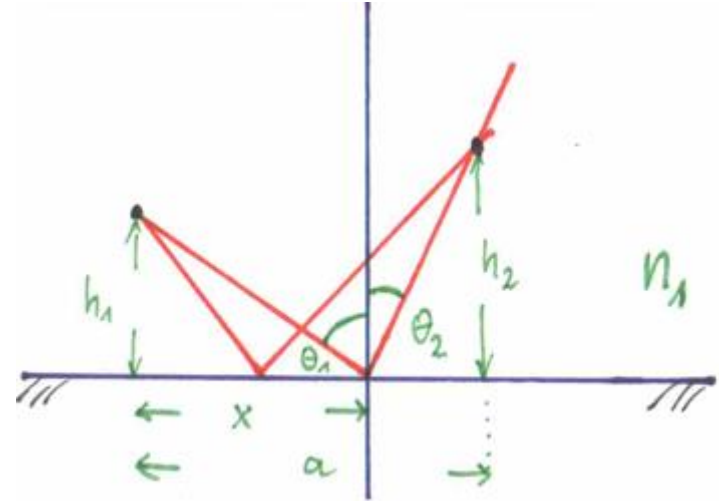
Reflexion an einem planaren Spiegel

$$L_{opt}(x) = \sqrt{x^2 + h_1^2}n_1 + \sqrt{(a-x)^2 + h_2^2}n_1$$

$$\begin{aligned} \text{Minimum: } \frac{\partial L_{opt}(x)}{\partial x} &= 0 \\ &= n_1 \frac{1}{2} \left[ \frac{2x}{(x^2+h_1^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{2(a-x)}{((a-x)^2+h_2^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\ \frac{x}{(x^2+h_1^2)^{\frac{1}{2}}} &= \frac{a-x}{((a-x)^2+h_2^2)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_2$$

$$\theta_1 = \theta_2$$



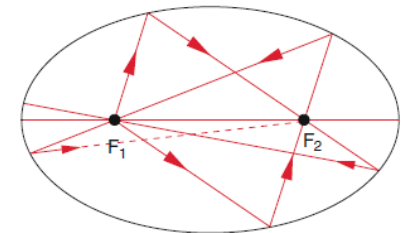
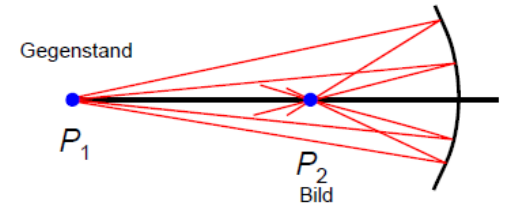
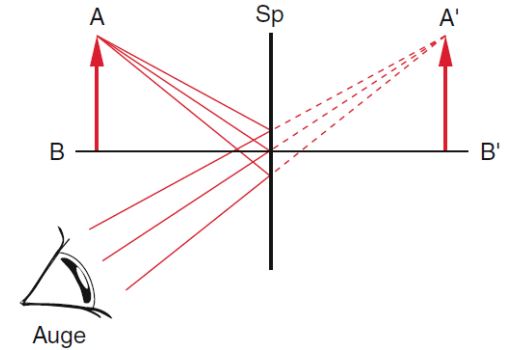
# Optische Abbildung

Exp:  
Kerze im Spiegel

- Optische Abbildung: Licht von einem Punkt  $P_1$  wird in einem Punkt  $P_2$  wieder vereinigt

## Beispiele

- **ebener Spiegel:** Lichtstrahlen divergieren nach Reflexion; rückwärtige Verlängerung der Strahlen schneiden sich  
→ virtuelles Bild, Maßstab 1:1
- **konkaver Spiegel:** reflektierte Lichtstrahlen schneiden sich in einem Punkt  
→ reelles Bild
- **elliptischer Spiegel:** Die beiden Brennpunkte werden exakt ineinander abgebildet



# Die Lochkamera

Exp:  
Lochkamera

- Abbildung eines Punktes  $P$  auf eine Kreisscheibe mit Durchmesser  $d'$

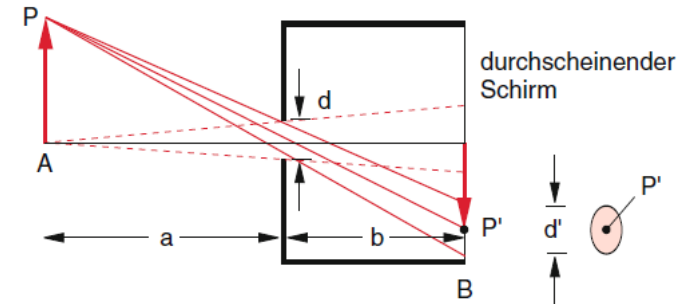
$$d' = \frac{a+b}{a} d$$

- Das Bild wird schärfer je kleiner die Öffnung ist bis Beugung auftritt:

$$d'_{\text{Beugung}} = 2b\lambda/d$$

- Optimum für  $d' = d'_{\text{Beugung}} \rightarrow d_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} 2\lambda$

- Lichtstärke wird mit kleiner Öffnung geringer



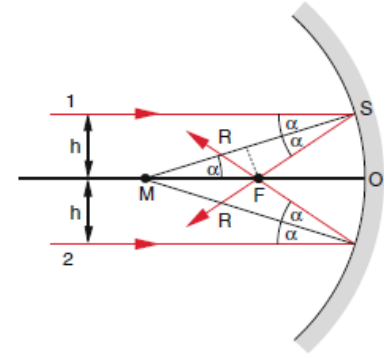
# Brennweite des sphärischen Spiegels

sphärischer Spiegel mit Kugelmittelpunkt M

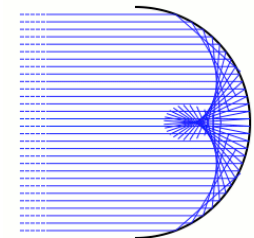
- achsenparallele Strahlen werden gemäß Reflexionsgesetz abgelenkt:  $\alpha_{ein} = \alpha_{aus} = \alpha$   
 → achsennahe Strahlen schneiden sich im Brennpunkt F
- Dreieck MFS ist gleichschenkelig →  $\overline{FM} = \frac{R/2}{\cos \alpha}$
- Für kleine Achsabstände  $h$  ist  $\cos \alpha \approx 1$  und damit

$$\text{Brennweite } f = \overline{OF} = \overline{FM} = R/2$$

- für achsferne Strahlen ist  $f = R \left[ 1 - \frac{R}{2\sqrt{R^2 - h^2}} \right]$   
 → wird kleiner



$$f = \frac{R}{2}$$



# Bildkonstruktion bei sphärischen Spiegeln

Abbildung eines Achspunktes A im Abstand g

- Dreieck ASM:  $\delta = \gamma + \alpha$
- Dreieck ASB:  $\beta = \gamma + 2\alpha$

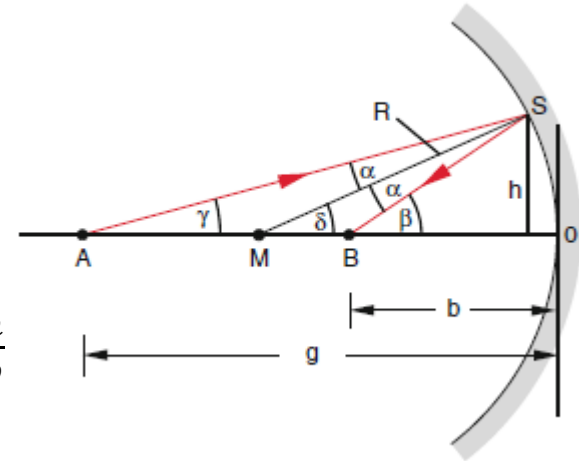
$$\rightarrow 2\delta = \gamma + \beta \quad (*)$$

- Kleinwinkelnäherung:  $\gamma \approx \tan \gamma \approx \frac{h}{g}$ ,  $\delta \approx \sin \delta = \frac{h}{R}$ ,  $\beta \approx \frac{h}{b}$

- Damit wird aus (\*)

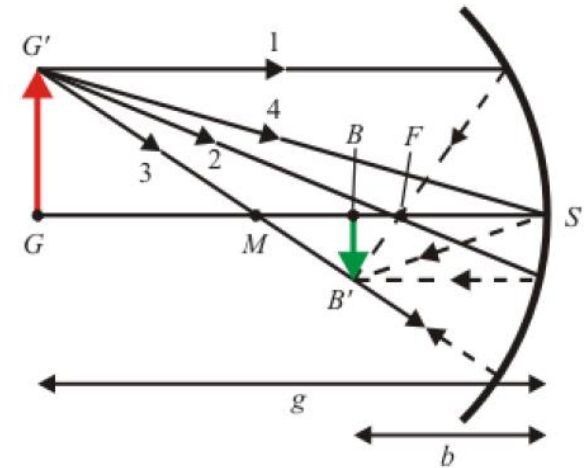
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

Abbildungsgleichung  
für sphärische Spiegel



# Bildkonstruktion bei sphärischen Spiegeln

- Es gilt die Umkehrbarkeit des Lichtweges
  - Vier Hauptstrahlen, mindestens 2 für Konstruktion
1. Achsenparalleler Strahl verläuft nach Reflexion durch F
  2. Brennpunktstrahl verläuft nach Reflexion achsenparallel
  3. Mittelpunktstrahl verläuft nach Reflexion auf sich selbst
  4. Zentraler Strahl verläuft nach Reflexion unter gleichem Winkel zur Achse



Abbildungsmaßstab

$$M = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

(aus 4.)

# Parabolspiegel

- Parabolspiegel fokussiert achsenparallele Strahlen in exakt einen Punkt
- Fermat'sches Prinzip: optischer Weg muss für alle Strahlen zum Brennpunkt gleich lang sein

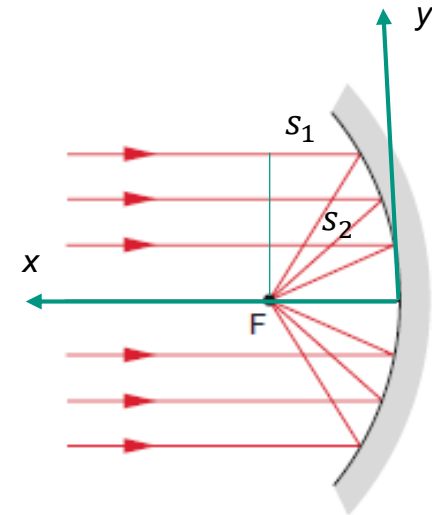
$$s = s_1 + s_2 = f - x + \sqrt{(f - x)^2 + y^2}$$

Für  $y^2 = 4fx$  wird  $s = 2f$  und damit unabhängig von  $y$

→ Höhenprofil des Parabolspiegels  $x = \frac{1}{4f} y^2$

Vergleich mit Kugelspiegel:  $x = R - \sqrt{R^2 - y^2} \approx \frac{y^2}{2R} + \dots$

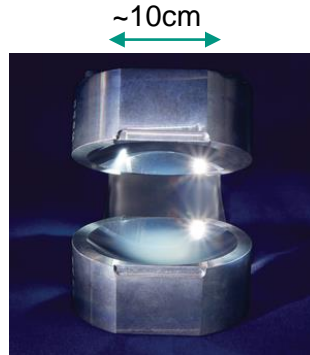
Für achsennahe Strahlen folgt mit  $f = \frac{R}{2}$  die Parabelgleichung



# Beispiele

## ■ Konkavspiegel

Nobel Preis 2012, Serge Haroche  
RevModPhys 85, 1083 (2013)



Resonator mit Gütefaktor  $Q \sim 10^9$

## ■ Konvexer Spiegel



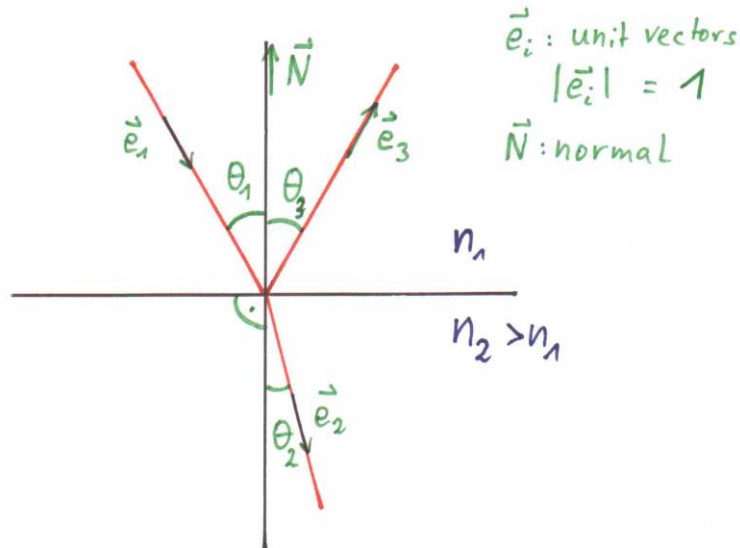
## ■ Parabolspiegel

Radioteleskop in Effelsberg, MPI Bonn  
100m Durchmesser



# Brechung und Reflexion an Grenzflächen

- Grenzfläche zwischen zwei Medien: Brechung und Reflexion

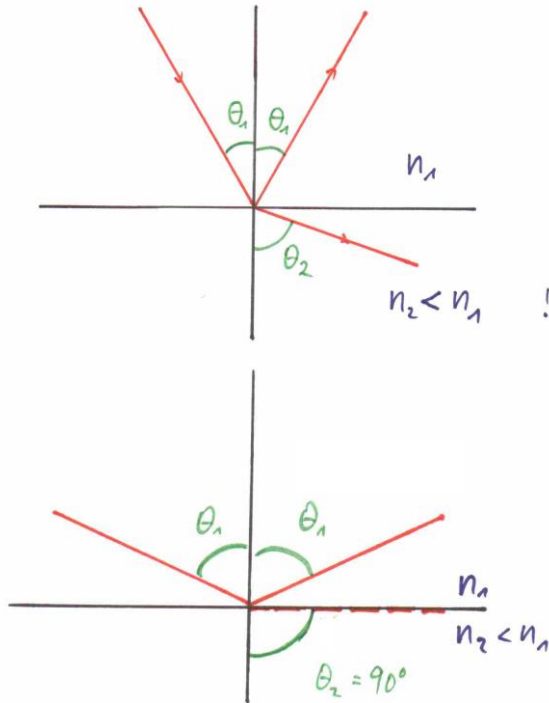


Reflexionsgesetz:  
 $\theta_1 = \theta_3$

Brechungsgesetz  
 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

# Kritischer Winkel & Totalreflexion

**Exp:** Totalreflexion

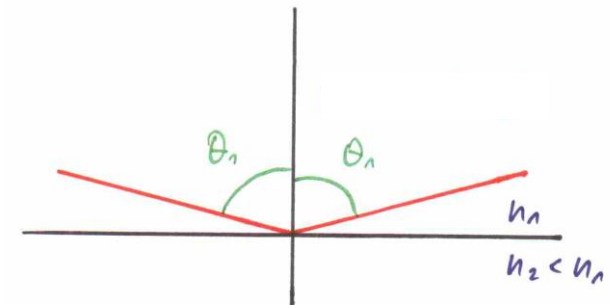


Da  $\sin \alpha \leq 1$  folgt:  
 es gibt einen kritischen Winkel  $\theta_{1c}$  für den

$$\sin \theta_2 = 1 \rightarrow \theta_2 = 90^\circ$$

Für  $\theta_1 > \theta_{1c}$  existiert kein gebrochener Strahl

$$\sin \theta_{1c} = \frac{n_2}{n_1}$$



# Optische Glasfasern

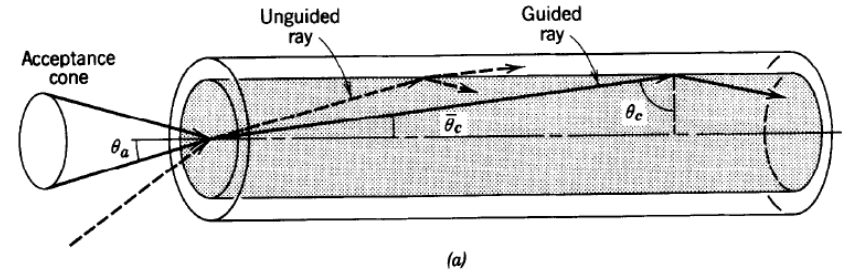
- Nur Strahlen mit Winkel kleiner  $\bar{\theta}_c$  werden geführt

- Brechung an Eingansfacette (Luft – Glas)

$$1 \cdot \sin \theta_a = n_1 \sin \bar{\theta}_c = n_1 (1 - \cos \theta_c)^{1/2}$$

$$= n_1 (1 - (n_2/n_1)^2)^{1/2} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$$

$$\rightarrow \theta_a = \arcsin NA$$



## Typische Glasfasern

$$n_1 = 1.460$$

$$n_2 = 1.456$$

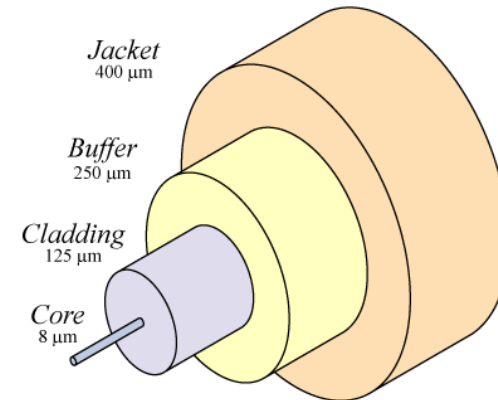
$$NA = 0.1$$

$$\bar{\theta}_c = 4.2^\circ$$

$$\theta_a = 6.2^\circ$$

## Numerische Apertur

$$NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$$



# Brechung an Grenzflächen: Prisma

- Zweimalige Brechung

- Gesamtablenkung

$$\delta = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2$$

- Betrachte symmetrischen Durchgang

$$\gamma = 2\beta$$

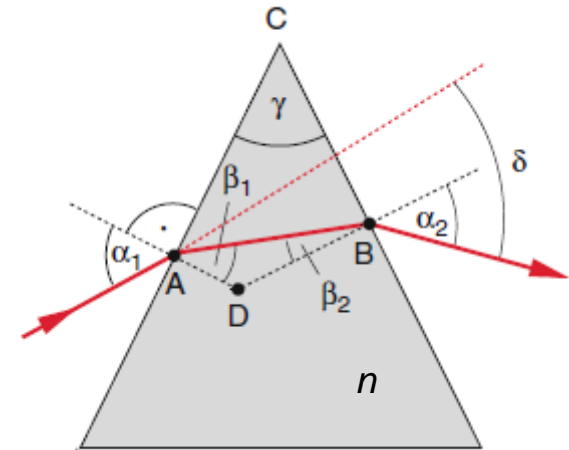
$$\delta = 2(\alpha - \beta)$$

- mit Brechungsgesetz

$$\sin \frac{\gamma + \delta}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}$$

- symmetrischer Strahlengang ergibt minimalen Ablenkwinkel  $\delta$

- Ablenkwinkel hängt von Brechzahl ab



# Dispersion

Brechungsindex hängt von der Wellenlänge ab

$$n = n(\lambda)$$

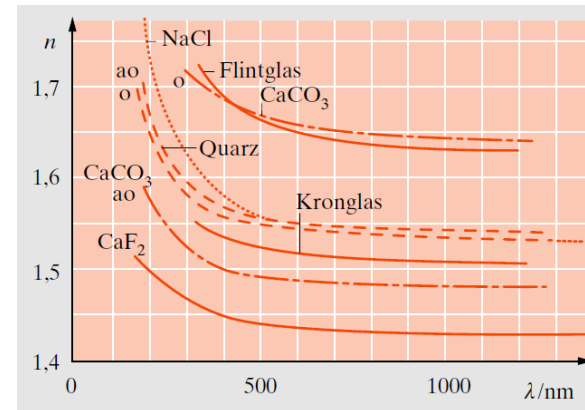
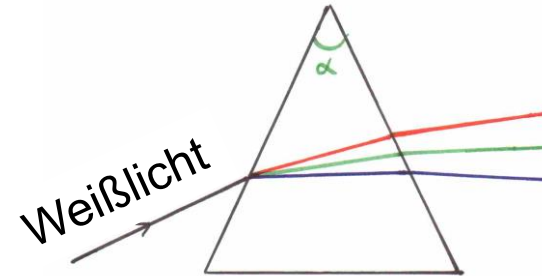
- für transparente Medien:

$$n_{blau} > n_{rot}$$

- normale Dispersion:

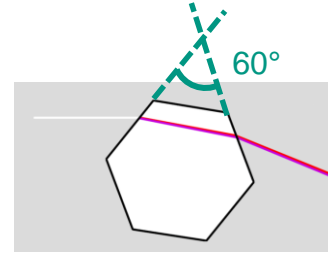
$$\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$$

- Beispiel: Dispersion in einem Prisma



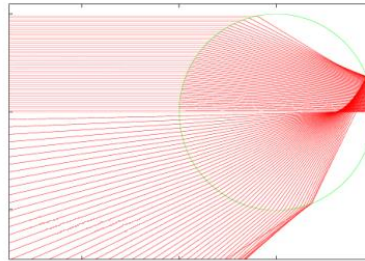
# Kaustik: Brennlinie

Linie oder Fläche, auf der sich Lichtstrahlen schneiden und bündeln

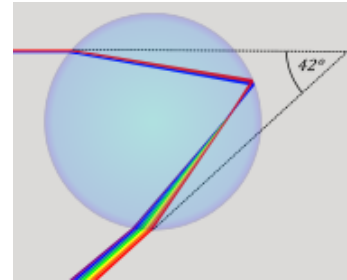


## Beispiele

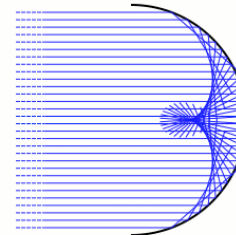
■ Halos von Eiskristallen



■ Regenbogen



■ Sphärischer Spiegel



# Abbildung durch Lichtbrechung an gekrümmten Flächen

## Sphärische Grenzfläche

- betrachte achsenparallel einfallenden Strahl:  
Schneidet Achse in Brennpunkt F

$$h = R \sin \alpha = f \sin \gamma$$

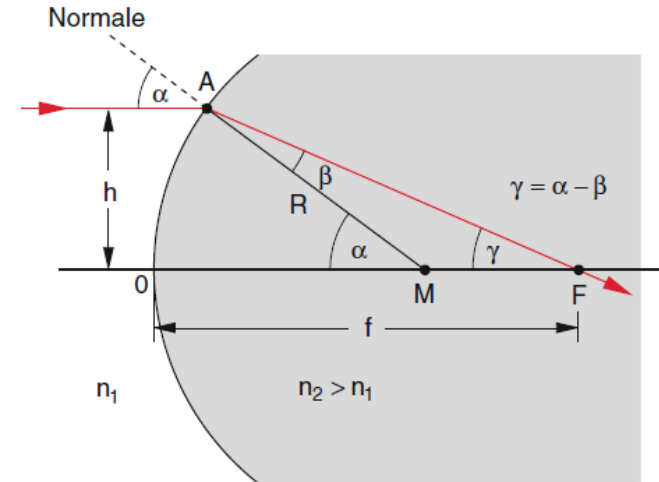
- mit  $\gamma = \alpha - \beta$  wird die Brennweite  $f$

$$f = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} R$$

- mit Snellius'schem Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

- verwende  $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$   
und Kleinwinkelnäherung  $\cos \alpha \approx \cos \beta \approx 1$



$$f = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

# Abbildung durch Lichtbrechung an gekrümmten Flächen

## Bildkonstruktion

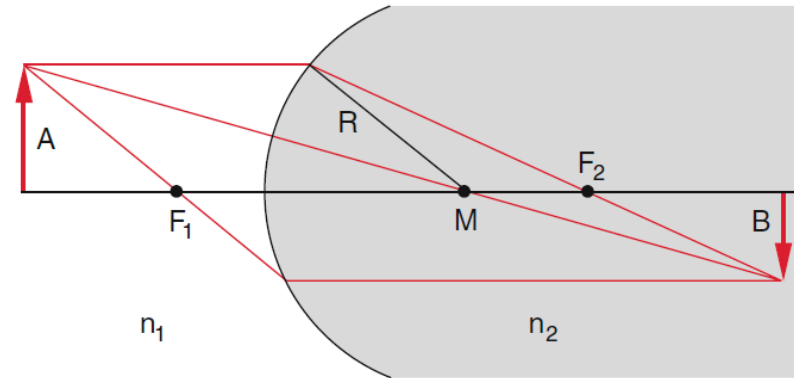
Betrachte mindestens 2 Strahlen von Punkt A

1) achsenparalleler Strahl geht durch Brennpunkt

2) Strahl durch Krümmungsmittelpunkt wird nicht gebrochen

→ Schnittpunkt im Bildpunkt B

3) Rückwärts laufender paralleler Strahl verläuft durch gegenstandsseitigen Brennpunkt F<sub>1</sub>



Brennweite  $f_1$  analog

$$f_1 = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R$$

# Abbildung durch Lichtbrechung an gekrümmten Flächen

## Abbildungsgesetz

- Snellius in Kleinwinkelnäherung

$$n_1 \alpha = n_2 \beta$$

- Winkelbeziehungen

$$\delta = \beta + \gamma = \frac{n_1}{n_2} \alpha + \gamma$$

$$\alpha = \epsilon + \delta$$

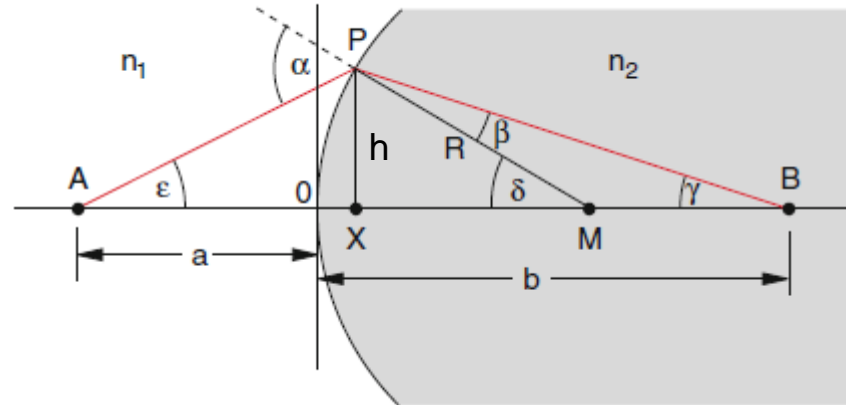
$$\rightarrow n_1(\epsilon + \delta) = n_2(\delta - \gamma)$$

$$n_1 \epsilon + n_2 \gamma = (n_2 - n_1) \delta$$

- mit  $\epsilon \approx \frac{h}{a}$ ,  $\delta \approx \frac{h}{R}$ ,  $\gamma \approx \frac{h}{b}$

Abbildungsgesetz

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{f_2} = -\frac{n_1}{f_1}$$



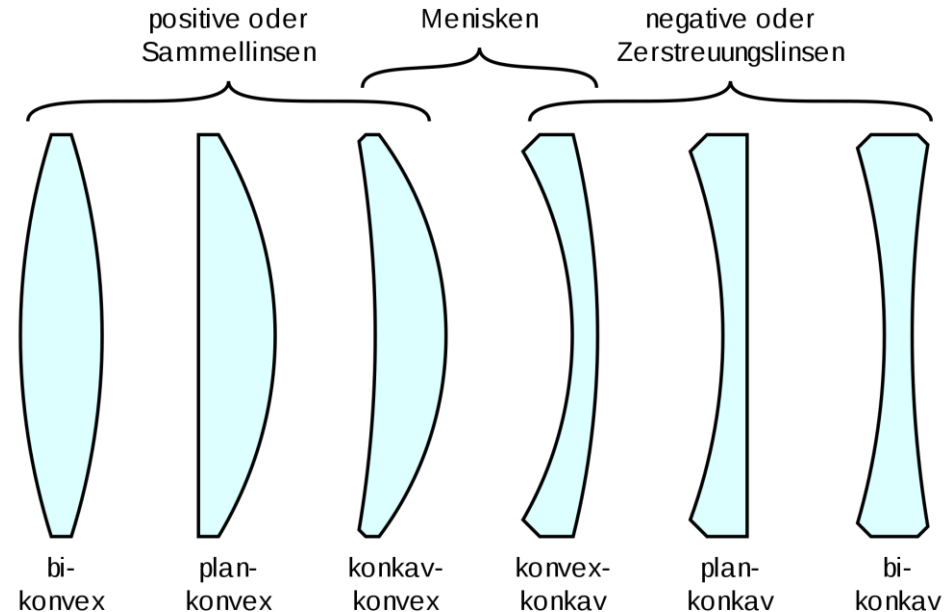
# Dünne Linsen

## Annahmen

- Sphärische Linse, Brechzahl  $n$ , in Luft ( $n=1$ )
- Länge des Lichtwegs wird vernachlässigt (Dicke  $\ll$  Brennweite)

→ Brechung an zwei gekrümmten Grenzflächen mit Krümmungsradien  $R_1, R_2$

Definition:  $R > 0$  falls Mittelpunkt der gekrümmten Fläche abgewandt von der Lichtquelle liegt



[https://de.wikipedia.org/wiki/Linse\\_\(Optik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Linse_(Optik))

# Dünne Linsen

- Brechung an erster Oberfläche

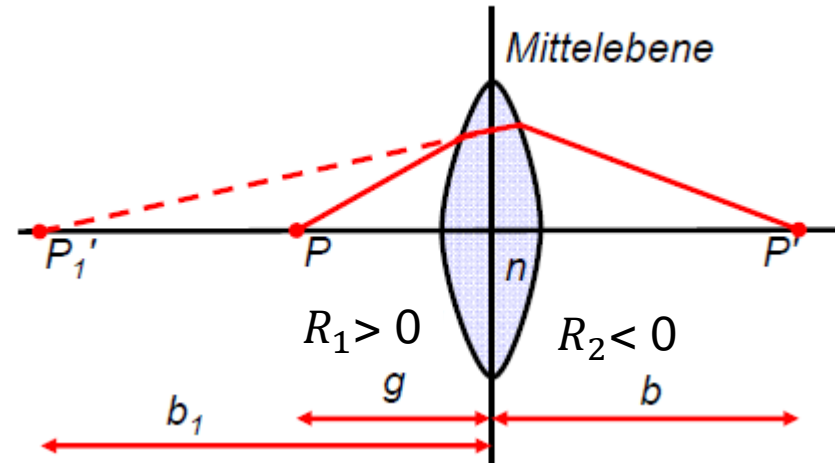
$$\frac{1}{g} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{R_1} \quad (b_1 < 0)$$

- 1. Oberfläche allein bildet in virtuelles Bild  $P_1'$  ab
- $P_1'$  (in virtuellem Medium  $n$ ) wird von 2. Oberfläche abgebildet ( $g_2 = -b_1$ )

$$\frac{n}{-b_1} + \frac{1}{b} = \frac{1-n}{R_2}$$

- Addieren beider Gleichungen

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Linsengleichung

# Dünne Linsen

- Achsenparalleler Strahl ( $g = \infty$ ) wird in Brennpunkt gebrochen:  $b = f$
- damit folgt Brennweite einer dünnen Linse

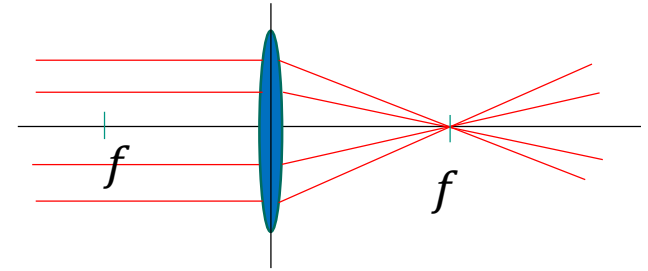
$$f = \frac{1}{n - 1} \left( \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right)$$

- Brennweite auf Einfalls- und Transmissionsseite sind gleich groß
- Definiere Brechkraft

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [D] = 1/\text{m} = \text{dpt (Dioptrie)}$$

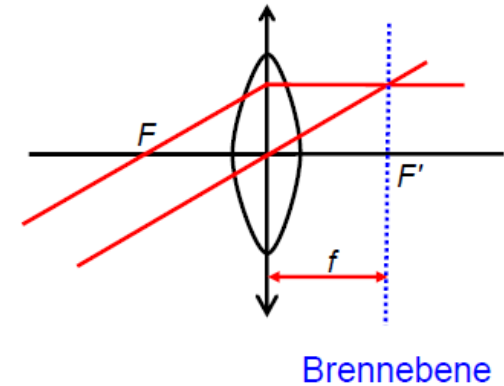
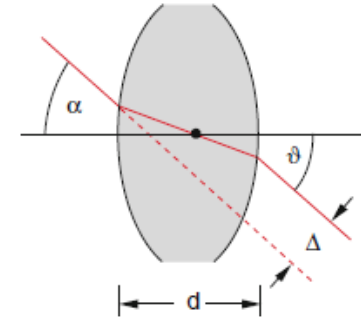
- Setze Brennweite in Linsengleichung ein

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$



# Mittelpunktstrahl, Brennebene

- Strahl durch Linsenmitte wird nicht abgelenkt, nur parallel versetzt
- Dünne Linse:  $\Delta \approx 0$   
→ Brechung des Zentralstrahls vernachlässigbar
- Parallele Strahlen werden auf einen Punkt in der Brennebene fokussiert

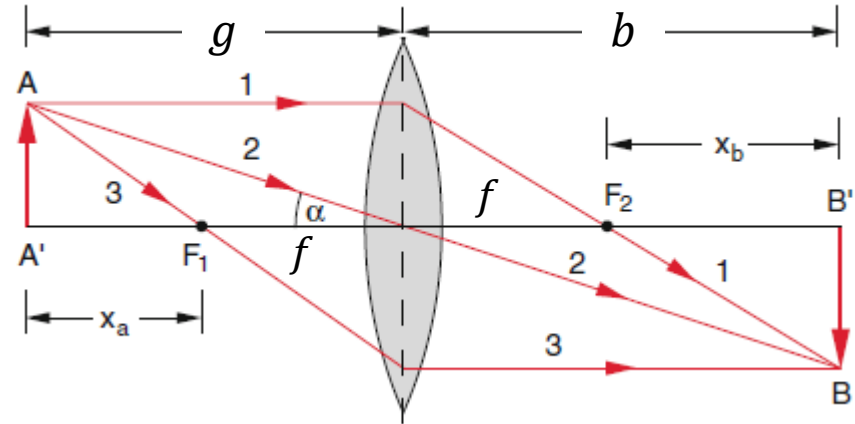


# Bildkonstruktion

## Hauptstrahlen

- 1) achsenparalleler Strahl
- 2) zentraler Strahl
- 3) Brennpunktstrahl

Brechung an beiden Grenzflächen wird durch Brechung an Mittelebene ersetzt



## Abbildungsmaßstab

$$M = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = \frac{f}{f-g} = \frac{f-b}{f}$$

$$\rightarrow x_a x_b = f^2$$

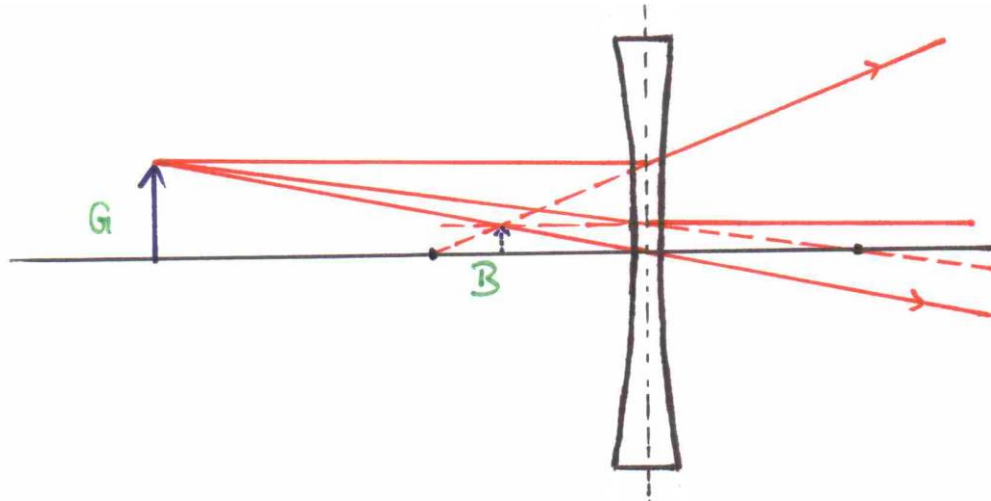
Newton'sche  
Abbildungsgleichung

# Zerstreuungslinsen

$f > 0$  Sammellinse

$f < 0$  Zerstreuungslinse

- Erzeugt virtuelles Bild – kann nicht auf einem Schirm dargestellt werden

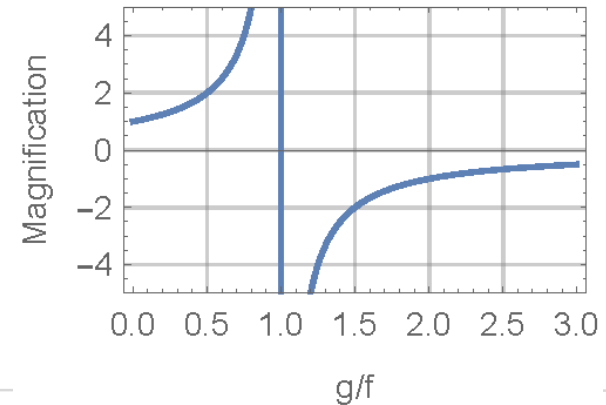
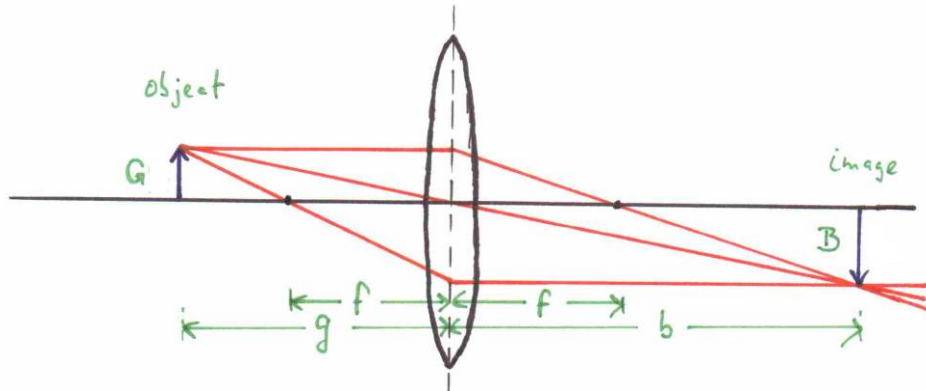


# Abbildung mit dünnen Linsen

■ Linsen mit  $f < 0$ :

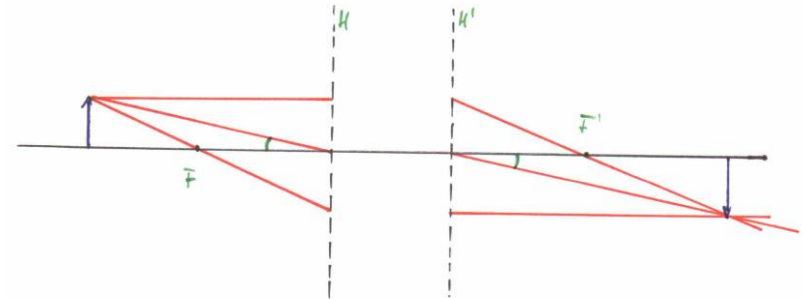
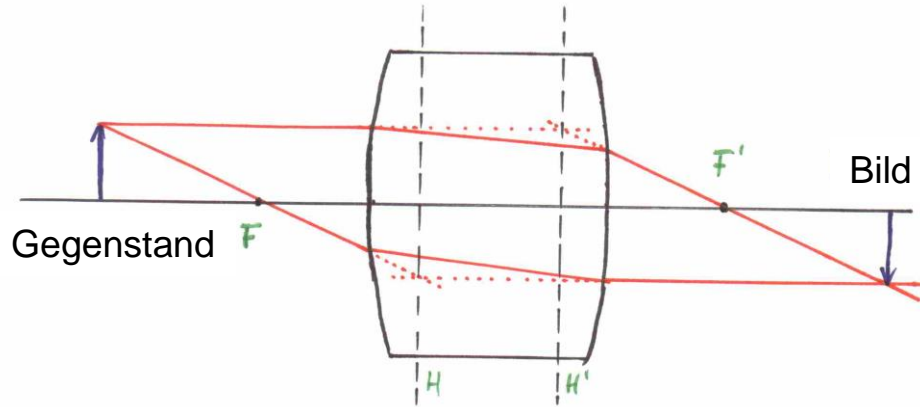
■ Linsen mit  $f > 0$

	$g > 2f$	nur virtuelle, verkleinerte Bilder
	$g = 2f$	reell, verkleinertes Bild
	$2f > g > f$	reell, umgekehrt $B = -G$
	$g = f$	reell, vergrößertes Bild
		Bild im Unendlichen
	$g < f$	virtuell, aufrecht, vergrößertes Bild



# Dicke Linsen

- Strahlengang durch Linse nicht vernachlässigbar
- Ersetze Brechung an Grenzflächen durch Brechung an Hauptebenen
- Zwischen Hauptebenen verlaufen Strahlen achsenparallel



# Dicke Linsen

- Brennweite

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n - 1)d}{nR_1R_2} \right)$$

- Abstand der Hauptebenen von den Linsengrenzflächen  $S_i$

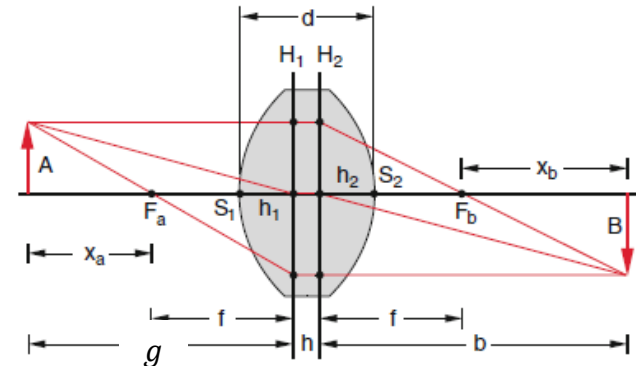
$$h_1 = -\frac{(n-1)fd}{nR_2}$$

$$h_2 = -\frac{(n-1)fd}{nR_1}$$

$h_i > 0$  wenn  $H_i$  rechts von  $S_i$

- Abbildungsgleichung dicker Linsen  
(mit  $g, f, b$  bezogen auf Hauptebenen)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$



# Linsensysteme

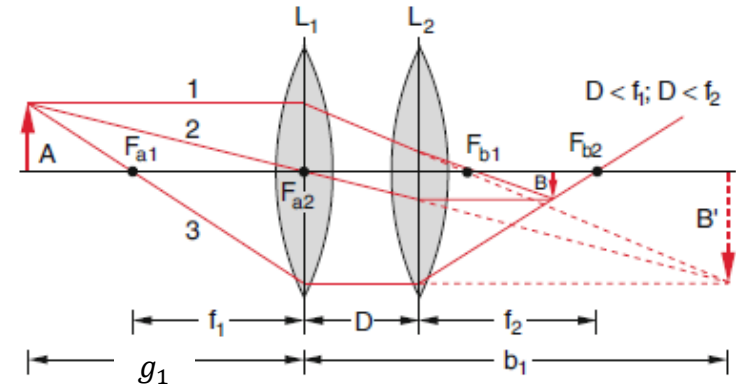
- Betrachte kleinen Abstand  $D$ : Analog zu dicker Linse

- gemeinsame Brennweite

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}$$

- Falls  $d \ll f_1, f_2$ : Vernachlässige letzten Term  
→ Brechkräfte zweier nahe benachbarter Linsen addieren sich

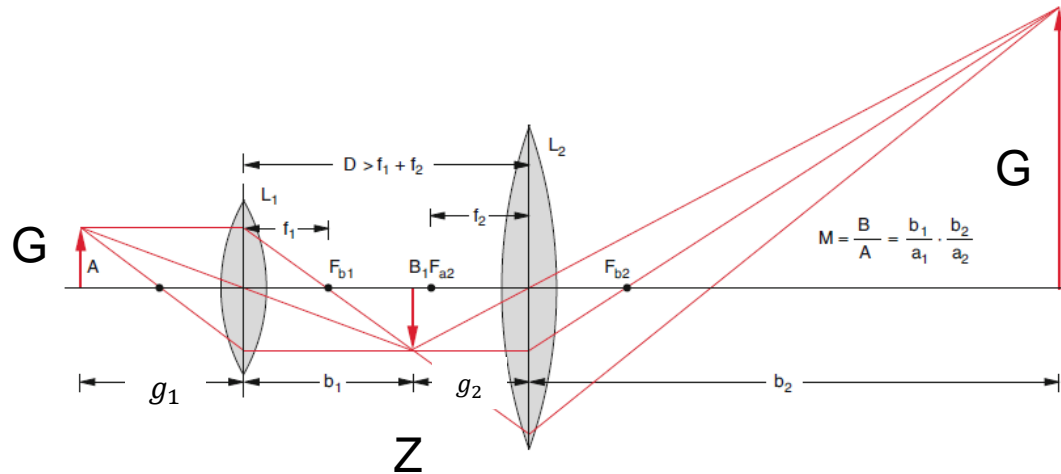
- durch Wahl von  $D, f_1, f_2$  lassen sich beliebige Brennweiten realisieren



# Linsensysteme

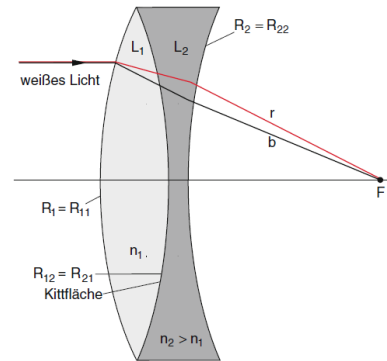
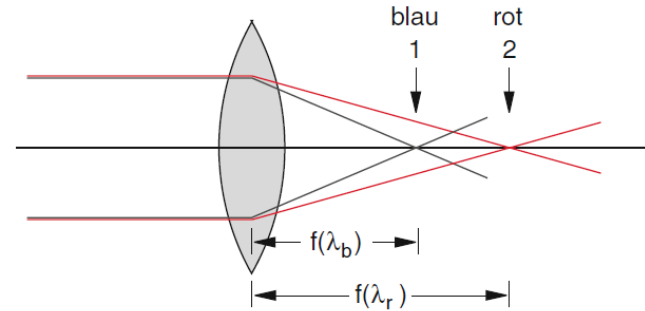
Bsp. für  $D > f_1 + f_2$

■ Abbildungsmaßstab  $M = \frac{B}{A} = M_1 M_2 = \frac{b_1}{g_1} \frac{b_2}{g_2} = \frac{b_1 b_2}{g_1 (D - b_1)}$



# Linsefehler: Chromatische Aberration

- Verschiedene Farben haben verschiedene Brennpunkte
- resultiert aus Dispersion  $n = n(\lambda)$
- teilweise Abhilfe: Achromat
- Kombination von Sammellinse ( $n_1$ ) und Zerstreuungslinse ( $n_2$ )

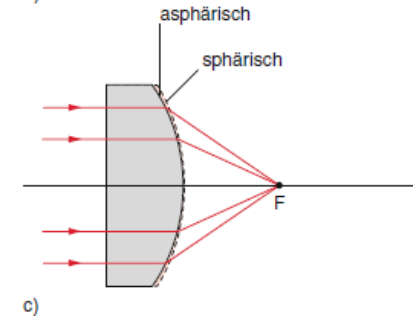
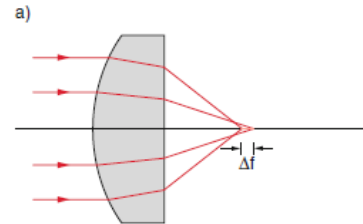
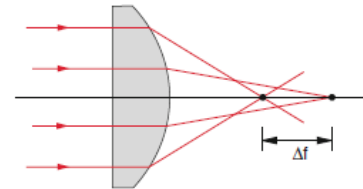
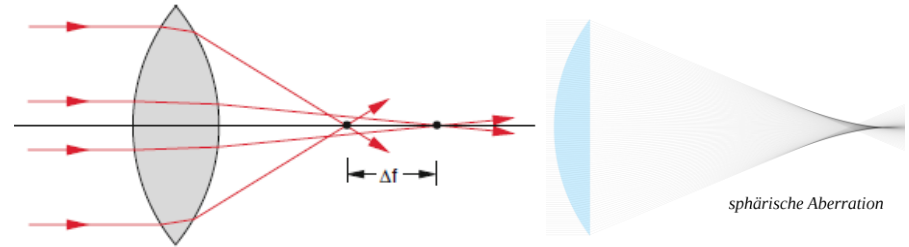


# Linsenfehler: sphärische Aberration

- Sphärische Linse bricht achsfernen Strahl stärker als achsnahen

Minimierung durch

- Unterdrückung achsenferner Strahlen
- Plan-Konvex Linse → gekrümmte Seite zu kollimierten Strahl gerichtet
- Kombination verschiedener Linsen
- Asphären

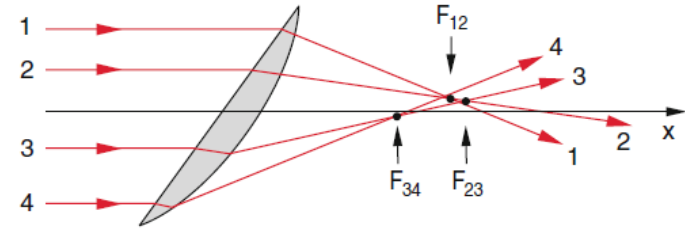


# Linsenfehler: Koma

- Bildfehler bei schiefstehender Linse / Gegenstand außerhalb der optischen Achse

## Abhilfe

- Abblenden
- Aplanare Linsensysteme, kompensiert für sphärische Aberration



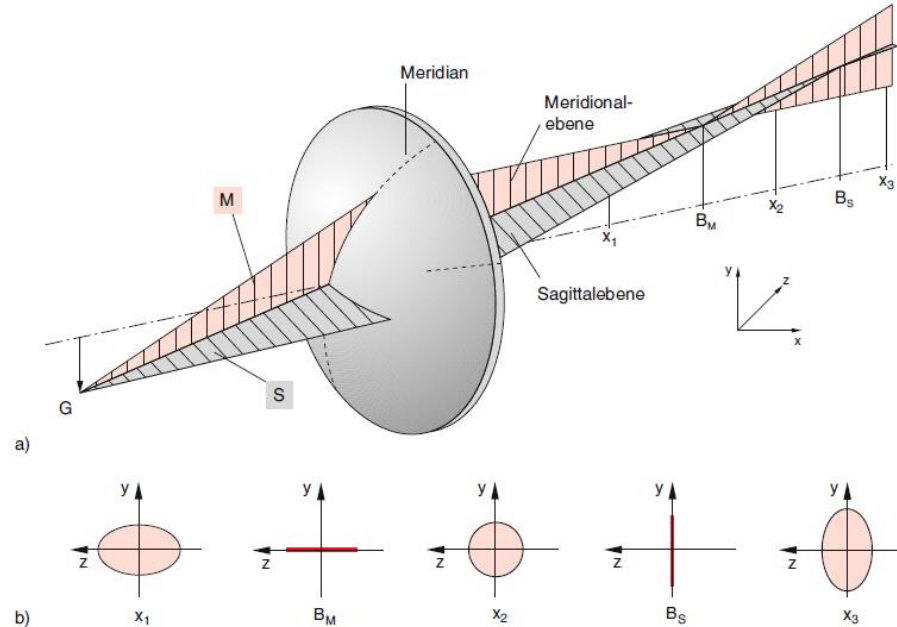
# Linsenfehler: Astigmatismus

Gegenstand außerhalb der Symmetrieachse:

- Punkt wird auf zwei zueinander senkrechte Striche an verschiedenen Positionen abgebildet, dazwischen „Unschärfekreis“

Abhilfe

- Zusätzliche Zylinderlinse

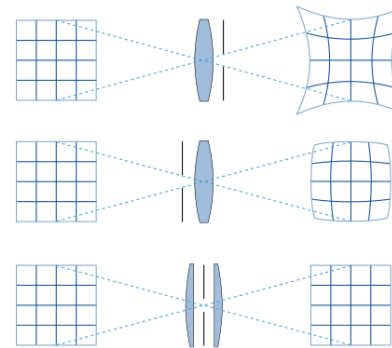
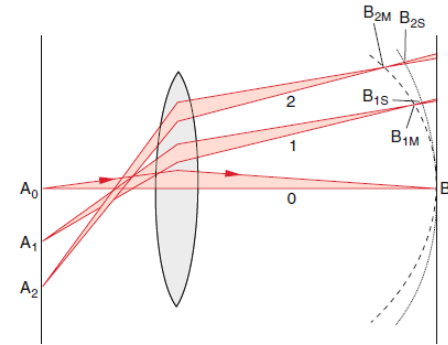


# Linsenfehler: Bildfeldwölbung und Verzeichnung

- Bild der Gegenstandsebene ist gewölbte Fläche

Abhilfe durch Abblenden:

- Blende vor Linse erzeugt tonnenförmige Verzeichnung
- Blende nach Linse: Kissenförmig
- Blende in Linsenebene: verzeichnungsfrei



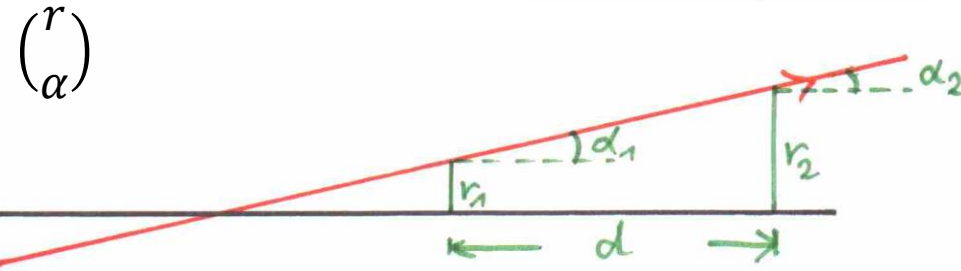
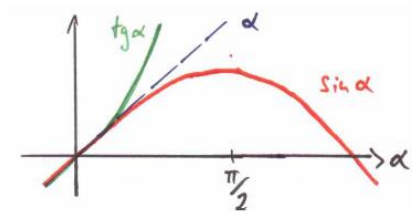
kissenförmig

tonnenförmig

verzeichnungsfrei

# Matrix Optik

- Berechnung des Strahlenverlaufs (ray tracing) durch komplizierte optische Systeme
- Näherung: Betrachte nur paraxiale Meridionalstrahlen
  - Paraxial: kleine Winkel  $\alpha$  zur optischen Achse,  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$
  - Meridionalstrahl: liegen in der Ebene der optischen Achse (z-Achse)
- Strahl beschrieben durch zwei Größen:
  - Abstand  $r$  von der optischen Achse
  - Winkel  $\alpha$  zur optischen Achse



$$\begin{pmatrix} r \\ \alpha \end{pmatrix}$$

## Translation

- Strahl nach Propagation  $d$

$$r_2 = r_1 + d \alpha_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

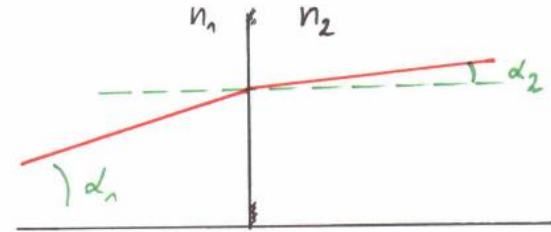
Translationsmatrix  $\tilde{T}$

# Brechung an einer Grenzfläche

## ■ Planare Grenzfläche

$$r_2 = r_1$$

$$\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \alpha_1 \quad \begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$



## ■ sphärische Grenzfläche

$$r_1 = r_2 \quad ; \quad \alpha_2 = ?$$

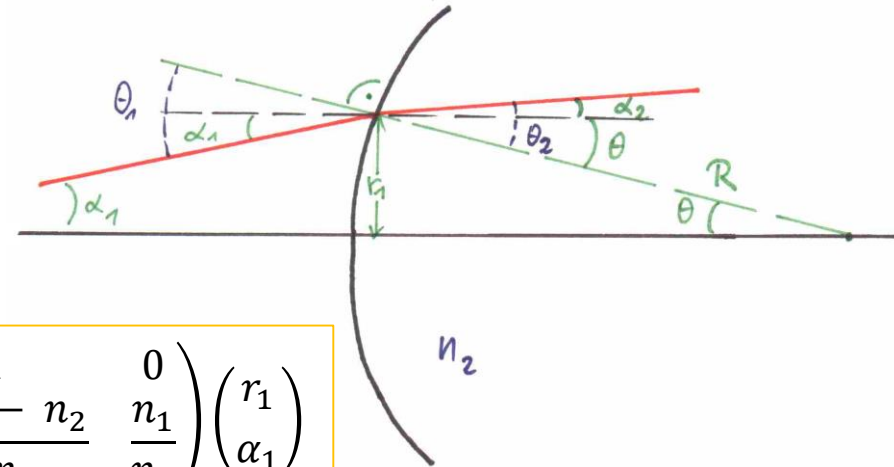
$$\sin \theta \approx \theta = \frac{r_1}{R}$$

$$\theta_1 = \theta + \alpha_1 \quad \theta_2 = \theta + \alpha_2$$

$$\alpha_2 = \theta_2 - \theta = \theta_1 \frac{n_1}{n_2} - \frac{r_1}{R}$$

$$= \left( \frac{r_1}{R} + \alpha_1 \right) \frac{n_1}{n_2} - \frac{r_1}{R}$$

$$= \left( \frac{1}{R} \frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) r_1 + \frac{n_1}{n_2} \alpha_1$$



$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} \frac{n_1 - n_2}{n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

# Dünne Linse

- Brechung an zwei sphärischen Grenzflächen

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & \frac{n_2 - n_1}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & \frac{n_1 - n_2}{n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

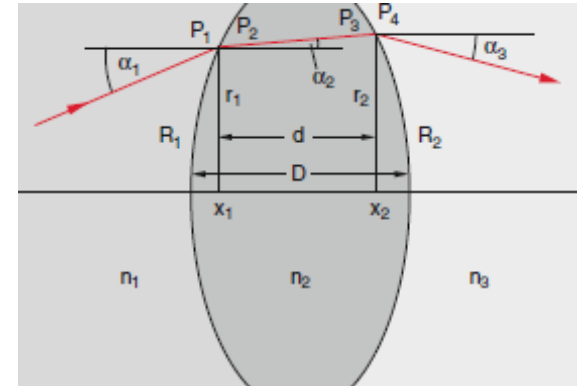
2. Grenzfläche    1. Grenzfl.

- mit  $n_1 = 1$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- Dicke Linse

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \tilde{B}_{23} \tilde{T} \tilde{B}_{12} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$



# Abbildungsmatrix

- Abbildung von Gegenstandspunkt A in Bildpunkt B

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \tilde{M}_{AB} \begin{pmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{M}_{AB} = \tilde{T}_2 \tilde{M}_L \tilde{T}_1$$

$$\tilde{T}_1 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{T}_2 = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{M}_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} B \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{b}{f} & g + b - \frac{bg}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{g}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$$

