

Name: Marco Schreck

Matrikel-Nr.: 1096937

Gruppen-Nr.: ⑦

Ilka Keilhauer

Prof. Dr. Martin Wegener

Klausur zur Experimentalphysik III, WS 2002/2003

Hinweise

Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt, das Sie mit Ihrem **Namen** und Ihrer **Matrikelnummer** versehen. Hilfsmittel, auch Taschenrechner, sind **nicht** zugelassen. Falls Sie mehr Papier benötigen, bekommen Sie dieses bei den Aufsichten. Verwenden Sie bitte die Vorder- und die Rückseite der ausgeteilten Blätter. Die Bearbeitungsdauer beträgt maximal zwei Stunden. Lesen Sie sich die Aufgabenstellung gründlich durch. Rechnen Sie so weit wie möglich analytisch, bevor Sie Zahlenwerte einsetzen.

	Punkte	Unterschrift Korrektor
Aufgabe 1	<u>2,5</u>	<u>Keilhauer</u>
Aufgabe 2	<u>2</u>	<u>GM</u>
Aufgabe 3	<u>6</u>	<u>PD</u>
Aufgabe 4	<u>4</u>	<u>Keilhauer</u>
Aufgabe 5	<u>10</u>	<u></u>
Aufgabe 6	<u>7,5</u>	<u>DK</u>
Gesamtsumme	<u>31,5</u>	<u>Z</u>

Name: Marco Schreck

Matrikel-Nr.: 1096937

Aufgabe 1: (7 Punkte)

Elektronen eines Metalls werden durch ein elektrisches Feld der Form $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ angeregt. Die Elektronen (Dichte N/V , Elementarladung $-e$, Masse m) können dabei als freie Elektronen mit vernachlässigbarer Dämpfung betrachtet werden. Stellen Sie für diese Situation die Newtonsche Bewegungsgleichung auf.

Bestimmen Sie hieraus $x(t)$, das Dipolmoment $d(t)$ und die makroskopische Polarisation $P(t)$. Zeigen Sie weiter, dass die dielektrische Funktion $\epsilon(\omega)$ gegeben ist durch

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{e^2 N/V}{m\epsilon_0 \omega^2}.$$

Oberhalb einer bestimmten Frequenz, der so genannte Plasmafrequenz ω_{pi} , wird das Metall transparent. Drücken Sie die Plasmafrequenz als Funktion der obigen Größen aus.

$$\vec{E} = -Q\vec{d} = -e\vec{d} = -e\vec{x}$$

Wir rechnen mit Beträgen. Dann folgt daraus:

$$F = -e^2 d = -e^2 x(t) \quad +$$

Dann ergibt sich daraus die Bewegungsgleichung, da es sich um eine angeregte Schwingung handelt:

$$E(t) = -e^2 \frac{N}{V} x(t) = m \ddot{x}(t)$$

Die Elektronen führen aufgrund der Anregung durch ein elektrisches Feld eine Schwingungsbewegung aus.

Dann gilt der Ansatz:

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t} \quad \checkmark$$

Durch Einsetzen folgt:

$$-e^2 \frac{N}{V} x_0 e^{-i\omega t} = m x_0 \omega^2 e^{-i\omega t} \quad | : x_0 e^{-i\omega t} \neq 0$$

$$\cancel{e^2 \frac{N}{V}} = m \omega^2$$

$$E_0 e^{-i\omega t} = -e^2 \frac{N}{V} x_0 e^{-i\omega t} + m x_0 \omega^2 e^{-i\omega t} \quad | : e^{-i\omega t} \neq 0$$

$$\boxed{E_0 = -e^2 \frac{N}{V} x_0 + m x_0 \omega^2} \Leftrightarrow \boxed{x_0 = \frac{E_0}{m - e^2 \frac{N}{V}}} \quad +$$

Wenn das Metall transparent ist, muß die Brechzahl n reell sein. Damit gilt: $\checkmark$

$$n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)} \quad \text{Für die Plasmafrequenz gilt:}$$

$$\epsilon(\omega) \geq 0 \quad \checkmark \quad \epsilon(\omega) = 0$$

falsche
Bewegungsgl.

$$1 + \frac{e^2 N}{m \epsilon_0 \omega^2} = 0$$

$$m \epsilon_0 \omega^2 + e^2 N = 0$$

$$m \epsilon_0 \omega^2 = -e^2 N$$

$$\omega^2 = \frac{-e^2 N}{m \epsilon_0}$$

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{e^2 N}{m \epsilon_0}}$$

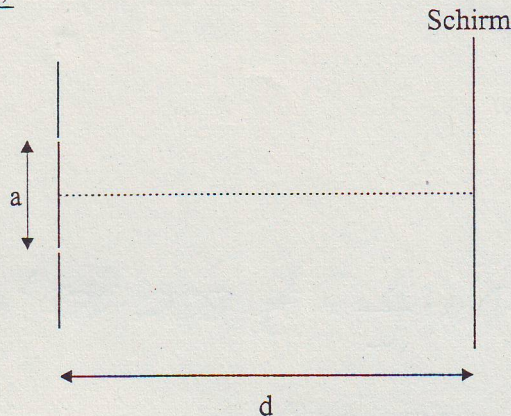
Für $\omega \geq \sqrt{\frac{e^2 N}{m \epsilon_0}}$ wird das Metall transparent.

2,5

Name: Marco Schreck

Matrikel-Nr.: 1096937

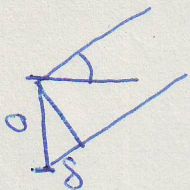
Aufgabe 2: (6 Punkte)



Ein Doppelspalt mit Spaltabstand $a = 3 \text{ mm}$ und vernachlässigbarer Spaltbreite wird von einer von links einfallenden, ebenen monochromatischen Welle der Wellenlänge $\lambda = 600 \text{ nm}$ beleuchtet und erzeugt auf einem Schirm im Abstand $d = 2 \text{ m}$ ein Beugungsbild. Die Anordnung befinde sich in Luft ($n_{\text{Luft}} = 1$). Nun wird vor einen der beiden Spalte ein Plättchen der Dicke $L = 0.6 \mu\text{m}$ eingebracht, wodurch sich das Beugungsbild auf dem Schirm um $\delta = 200 \mu\text{m}$ verschiebt. Berechnen Sie die Brechzahl n des Plättchens.

Hinweis: Die Maxima eines normalen Doppelspalt es liegen bei $\sin \alpha = m\lambda/a$, $m \in \mathbb{Z}$. Für kleine Winkel α gilt: $\sin \alpha \approx \tan \alpha$.

Bei einem Doppelspalt handelt es sich um kleine Winkel α .
Dann folgt damit:



$$\sin \alpha = \frac{\delta}{a} = \frac{m\lambda}{a}$$

Damit Maxima auftreten, muß die Phasenverschiebung $\delta = k \cdot 2\pi$ sein für $k \in \mathbb{Z}$.

$$\frac{\delta}{\lambda} =$$

Außerdem gilt:

$$\tan \alpha = \frac{\delta}{d} \quad \checkmark$$

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha$$

$$\frac{m\lambda}{a} = \frac{\delta}{d} \quad \checkmark$$

Das Maximum 0ter Ordnung muß sich normalerweise in der Mitte des Schirms befinden. Dieses verschiebt sich jetzt um $200 \mu\text{m}$.

Wir berechnen die Ordnung:

$$m = \frac{a}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{d} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{600 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \cdot \frac{200 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2 \text{ m}} = \frac{1}{200} \cdot 100 = \frac{1}{2} \quad \text{f}$$

Damit beträgt die Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$.

Nun gilt:

$$c = f \lambda$$

$$\lambda_H = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{f}$$

$$\lambda_H \cdot n = \frac{c_0}{f} = \lambda_0$$

$$\frac{L}{\lambda_H} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{L \cdot n}{\lambda_H} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \frac{1}{2} \cdot \lambda_H \cdot \frac{1}{L} = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{0,6 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{600 \cdot 10^{-9}}{600 \cdot 10^{-9}} = 0,5$$

$$\underline{\underline{n = 0,5}}$$

Name: Marco Schreck

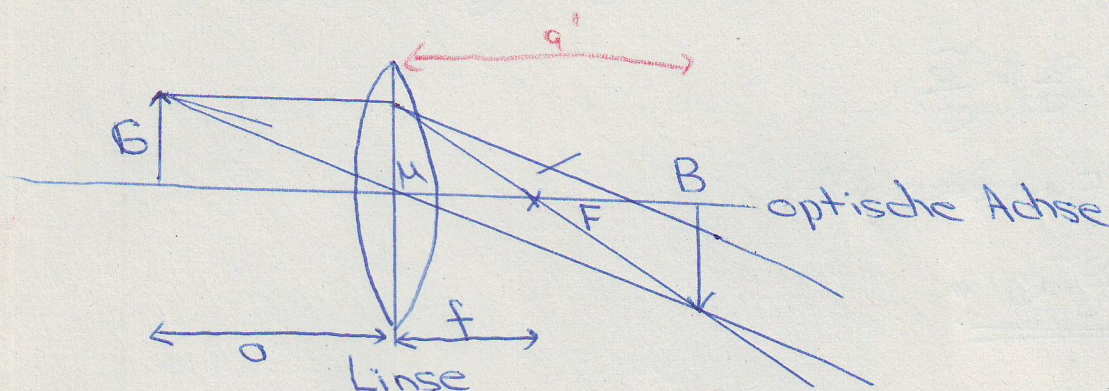
Matrikel-Nr.: 4096934

Aufgabe 3: (7 Punkte)

Vor einer konvexen Linse der Brennweite f befindet sich im Abstand a ein Gegenstand der Größe G . Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandes. Berechnen Sie mit Hilfe der Matrixoptik die Bildweite a' und die Bildgröße G' in der Bildebene in Abhängigkeit von a und G .

Zur Erinnerung: Überlegen Sie, welche der in der Vorlesung besprochenen Matrizen in welcher Reihenfolge verwendet werden müssen: Durchgang durch eine konvexe Linse M_1 , Brechung an einer Grenzfläche M_2 , freie Propagation M_3 :

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}; M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}; M_3 = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



- * Parallele (Achsenparallele) Strahlen werden zu Brennpunktstrahlen.
- * Mittelpunktstrahlen gehen ungebrochen hindurch.

Somit gilt: (von rechts nach links)

damit gilt: (von rechts nach links)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & a' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{t} & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Matrix A}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a'' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{\text{system}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{a'}{f} & (1 - \frac{a'}{f})a^* + a' \\ -\frac{1}{f} & -\frac{a^*}{f} + 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} h' \\ g' \end{pmatrix} = M_{\text{system}} \begin{pmatrix} h \\ g \end{pmatrix}$$

Da sich die Strahlen unabhängig von β in der Bildebene vereinigen, muß gelten:

$$M_{xz} = 0 \quad \checkmark$$

$$\left(1 - \frac{a'}{f}\right) a' + a' = 0$$

$$1 - \frac{a'}{f} = -\frac{a'}{a'}$$

$$-\frac{a'}{f} = -\frac{a'}{a'} - 1$$

$$\frac{a'}{f} = \frac{a'}{a'} + 1 = \frac{a + a'}{a'}$$

$$\frac{f}{a'} = \frac{a + a'}{a'}$$

$$f = \frac{a' a}{a + a'}$$

$$a'(a) = ?$$

Außerdem gilt:

$$h' = G' ; h = G$$

Und somit:

$$\left(1 - \frac{a'}{f}\right) \cdot G = G' \quad \checkmark$$

$$1 - a' \cdot \frac{a + a'}{a' a} \cdot G = G'$$

$$1 - \frac{a + a'}{a} \cdot G = G'$$

$$\frac{a - a - a'}{a} \cdot G = G' \Leftrightarrow \frac{a'}{a} = \frac{G'}{G}$$

$$+ \frac{a}{a'} = \frac{G}{G'}$$

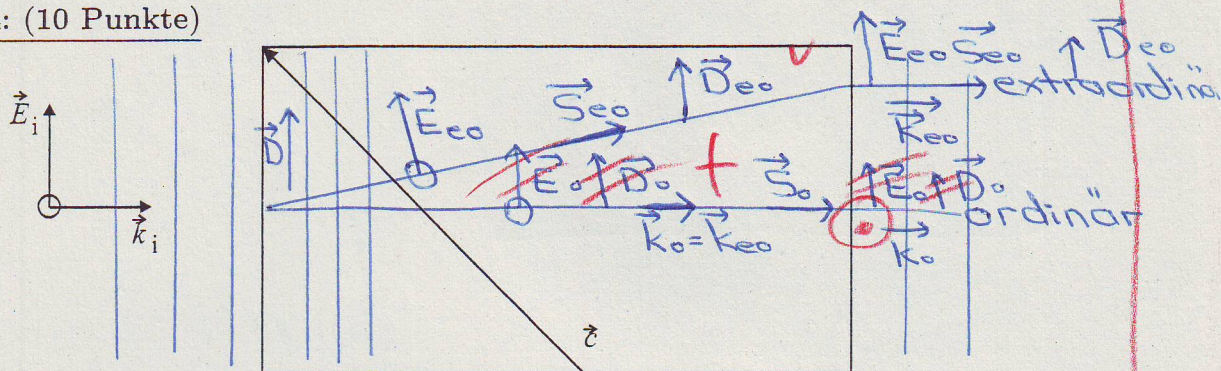
Durch Einsetzen gilt:

$$\underline{\underline{G = \frac{a}{a'} G'}} \quad G'(a) = ?$$

Name: Marco Schreck

Matrikel-Nr.: 1098934

Aufgabe 4: (10 Punkte)



Ein doppelbrechender Kristall mit der optischen Achse $\vec{c}$ wird von links mit einer ebenen, unpolarisierten Welle beleuchtet (siehe Skizze). Vervollständigen Sie die Skizze, indem Sie den Strahlengang sowie folgende Größen für den ordinären und den extraordinären Strahl im und hinter dem Kristall einzeichnen: $\vec{k}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{S}$. Begründen Sie jeweils für $\vec{D}$, $\vec{k}$ und $\vec{S}$ Ihre Zeichnung.

$\vec{B}$: Die Tangentialkomponente von $\vec{B}$ ist stetig. Sie ist also vor und hinter der Grenzfläche gleich. *Normal*

$\vec{k}$:

Der Wellenvektor $\vec{k}$ bezeichnet die Flächen konstanter Phase. Er zeigt sowohl beim ordinären als auch beim extraordinären Strahl in die gleiche Richtung. *wieso*

$\vec{S}$:

Der Poynting-Vektor $\vec{S}$ steht senkrecht auf $\vec{E}$ und $\vec{H}$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \checkmark$$

Er zeigt die Richtung des Energieflusses an.

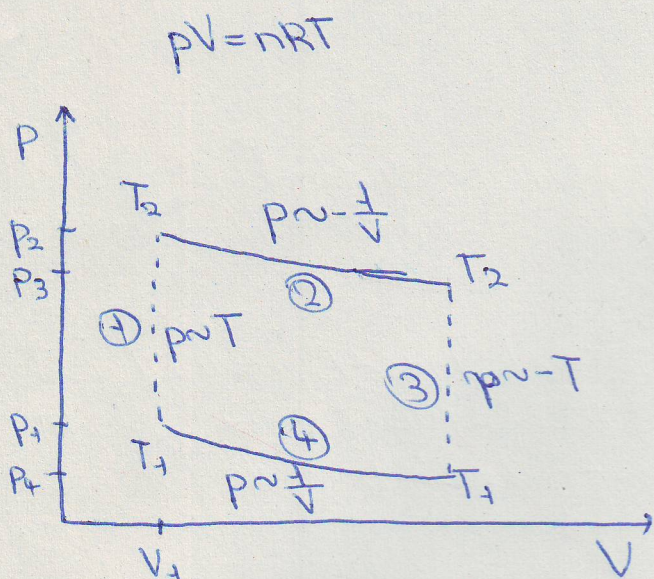
Das ist der Grund, warum er in Ausbreitungsrichtung des extraordinären Strahls zeigt.

Name: Marco Schedt

Matrikel-Nr.: 4096937

Aufgabe 5: (11 Punkte)

Eine Stirling-Maschine ist ein Heißluftmotor, in dem die Luft abwechselnd in Kontakt mit einer Wärmequelle (z.B. Glühkerze oder einer sonnengeheizten Metallfläche) und mit einer Wasserkühlung gebracht wird. Das führt näherungsweise zu folgenden Prozessschritten: isochore ($V = V_1$) Drucksteigerung von P_1 auf P_2 , isotherme Expansion bei T_2 , isochore ($V = V_2$) Drucksenkung von P_3 auf P_4 und isotherme Kompression bei T_1 . Nehmen Sie die Luft als ideales Gas an und stellen Sie den Stirling-Prozess qualitativ sowohl in einem $P(V)$ -Diagramm als auch in einem $T(S)$ -Diagramm dar. Geben Sie hierbei für die einzelnen Kurvenabschnitte die Proportionalitäten an. Berechnen Sie die während eines Umlaufs geleistete mechanische Arbeit ΔW in Abhängigkeit der beiden Temperaturen und Volumina. **Hinweis:** Bei konstantem Volumen ist der Entropiezuwachs $\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{3}{2}nR \ln(T_2/T_1)$.



$S = \ln T$
 $T = e^S$
Wir berechnen die geleistete Arbeit:

Schritt ①:

$$\Delta W = 0$$

Bei isochoren Prozessen ist $\Delta V = 0$, also auch $\Delta W = p \Delta V = 0$

Schritt ②:

$$\Delta W = -nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Das Gas muß Arbeit leisten, weshalb das Vorzeichen negativ wird.

Schritt ③:

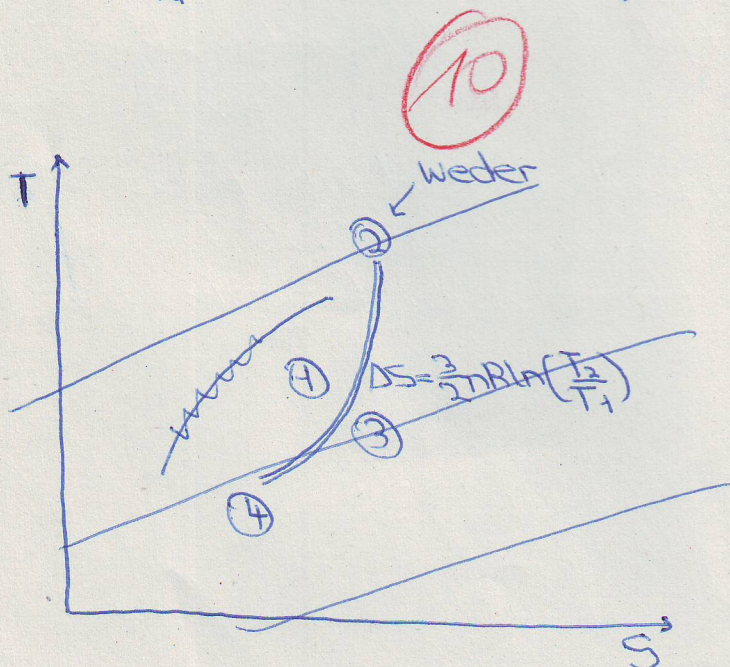
$$\Delta W = 0$$

isochorer Prozeß

Schritt ④:

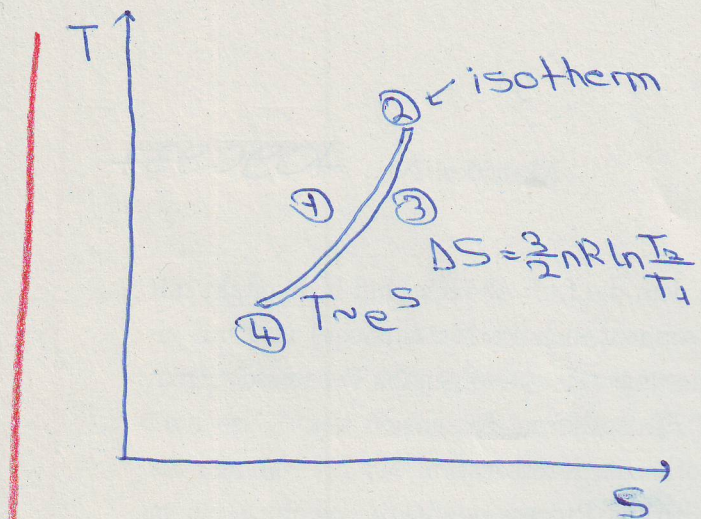
$$\Delta W = +nRT_1 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

Am Gas wird Arbeit geleistet, weshalb $\Delta W > 0$ ist.



Somit gilt: $\Delta W = nR T_1 \ln \frac{V_3}{V_4} - T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$

T-S (Rückseite)



Name: Marco Schreck

Matrikel-Nr.: 1096937

Aufgabe 6: (9 Punkte)

Die spezifische Wärme eines neuartigen Materials verhält sich wie $c_{v,M} = \alpha + \beta T$. Der Koeffizient α sei bekannt als $\alpha = 2 \text{ J/kg K}$. Um den Koeffizienten β zu bestimmen, führen Sie folgendes Experiment durch: Sie kühlen 100 g des Materials in einem Kryostaten auf eine Temperatur von $T_K = 10 \text{ K}$ ab. Dann fluten Sie die Probenkammer ($V = 2 \text{ l}$) mit einem Gas von Raumtemperatur ($T_G = 300 \text{ K}$, Dichte $\rho = 0.125 \text{ kg/l}$, $c_{v,G} = 4 \text{ J/kg K}$). Es stellt sich eine Endtemperatur von $T_E = 90 \text{ K}$ ein. Wie groß ist der Koeffizient β ?

Es stellt sich eine konstante Mischungstemperatur T^* ein:

$$Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}} \quad \int c_{v,M} \dots dT$$

$$m_G \cdot c_{v,G} \cdot \Delta T = m_H \cdot c_H \cdot \Delta T$$

$$g \cdot V \cdot c_{v,G} \cdot \Delta T_G = m_H \cdot (\alpha + \beta T) \cdot \Delta T_H$$

$$g \cdot V \cdot c_{v,G} \cdot (T_G - T^*) = m_H \cdot (\alpha + \beta T) \cdot (T^* - T_K)$$

$$g V c_{v,G} T_G - g V c_{v,G} T^* = m_H \cdot \alpha T^* + m_H \alpha T_K + m_H \beta T T^* - m_H \beta T T_K$$

$$g V c_{v,G} (T_G - T^*) - m_H (\alpha T^* + m_H \alpha T_K) = \beta m_H (T T^* - T T_K)$$

Da $c_{v,H}$ jedoch von T abhängt, muß integriert werden:

$$g V c_{v,G} (T_G - T^*) = m_H \int_{T_K}^{T^*} (\alpha + \beta T) dT$$

$$T^* = T_E$$

$$g V c_{v,G} (T_G - T^*) = m_H \cdot \left[\alpha T + \frac{1}{2} \beta T^2 \right]_{T_K}^{T^*}$$

$$g V c_{v,G} (T_G - T^*) = m_H \left[\alpha (T^* - T_K) + \frac{1}{2} \beta [T^{*2} - T_K^2] \right]$$

$$\frac{g V c_{v,G}}{m_H} \cdot (T_G - T^*) - \alpha (T^* - T_K) = \frac{1}{2} \beta [T^{*2} - T_K^2]$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte gilt:

$$\frac{0,125 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \cdot 2 \text{ l} \cdot 4 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}}{0,100 \text{ kg}} (300 \text{ K} - 90 \text{ K}) - 2 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot (90 \text{ K} - 10 \text{ K}) =$$

$$4 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 2,5 \cdot 210 \text{ K} - 160 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}} - 160 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1940 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

2 P

$$\frac{1}{2}\beta(90K^2 - 10K^2) = \frac{1}{2}\beta \cdot (8100K^2 - 100K^2) =$$
$$= 4000\beta K^2$$

$$\beta = \frac{1940 \frac{J}{Kg}}{4000 K^2}$$