NACHKLAUSUR PHYSIK III
(WS 2006/07)

12.4.2007 16.15 – 18.15 Uhr

Name :
Vorname :
Matrikel-Nr. :
Studienfach :
Semester :
Übungsgruppe :
Tutor :

Aufgabe	Max. Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
Σ	50	

Studierendenausweis oder Personalausweis sind vorzulegen.

Erlaubte Hilfsmittel: keine.

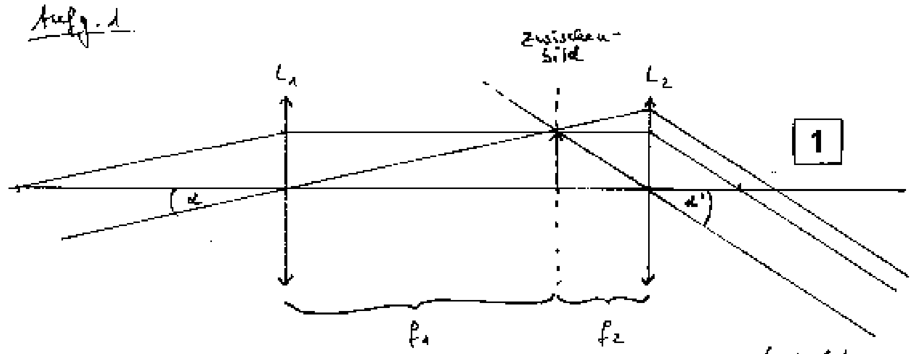
Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein und Endformeln sind herzuleiten.

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe der Matrixoptik die Vergrößerung eines astronomischen Fernrohrs (Kepler-Fernrohr) mit der Objektivbrennweite $f_1 = 1000\text{mm}$ und der Okularbrennweite $f_2 = 50\text{mm}$. Skizzieren Sie den Aufbau.
Hinweis: Durchgang durch eine konvexe Linse M_1, Brechung an einer Grenzfläche M_2, freie Propagation M_3:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}; \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}; \quad M_3 = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufg. 1



Das Kepler-Fernrohr besteht aus zwei konvexen Linsen (L_1 und L_2) mit den Brennweiten f_1 und f_2 im Abstand $d = f_1 + f_2$. $\boxed{1}$

Der Startvektor sei $\begin{pmatrix} h \\ \alpha \end{pmatrix}$, der Endvektor $\begin{pmatrix} h' \\ \alpha' \end{pmatrix}$ $\boxed{1}$

Auf den Startvektor wird zunächst die Matrix M_1 mit $f = f_1$ angewendet, dann die Matrix M_3 für die freie Propagation mit $l = f_1 + f_2$ und abschließend wieder M_1 mit $f = f_2$.
Also

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}}_{\boxed{1}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & f_1+f_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\boxed{1}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix}}_{\boxed{1}} \begin{pmatrix} h \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h' \\ \alpha' \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} -\frac{f_2}{f_1} & f_1+f_2 \\ 0 & -\frac{f_1}{f_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h' \\ \alpha' \end{pmatrix} \quad \boxed{2}$$

oder in anderer Schreibweise:

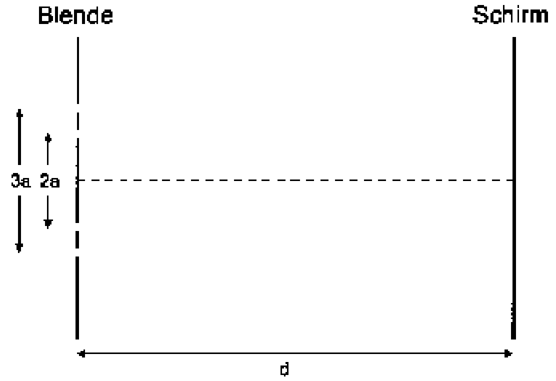
$$-\frac{f_2}{f_1} h + (f_1+f_2)\cdot\alpha = h'$$
$$-\frac{f_1}{f_2}\cdot\alpha = \alpha'$$

Die Vergrößerung ist definiert als das Verhältnis von Ausfallwinkel α' zum Einfallswinkel α, also gilt

$$V = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1}{f_2} \quad \boxed{1} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{V = -20}} \quad \boxed{1}$$

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Berechnen und skizzieren Sie für die gezeigte Anordnung von Spalten das Beugungsbild auf einem Schirm im Abstand $d \gg a \gg \lambda$. Die Spalte werden durch eine von links einfallende, ebene monochromatische Welle der Wellenlänge λ beleuchtet. Für die Breite b der einzelnen Spalte können Sie $b \ll \lambda$ annehmen.
Hinweis: $\cos(2\alpha) + \cos(2\beta) = 2\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$



Aufg. 2

Da d groß gegen die anderen Größen ist, kann das Beugungsbild in der Näherung der Fraunhofer Beugung $\boxed{1}$ berechnet werden. Wegen $b \ll \lambda$ können die Spalte als δ-förmig $\boxed{1}$ angenommen werden. Die Beugungsfunktion lautet daher

$$\frac{I}{I_0} = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} T(x)\, e^{i k_x \cdot x}\, dx \right|^2 \qquad \boxed{1}$$

mit $T(x) = \delta(x-a) + \delta(x - \frac{3}{2}a) + \delta(x + \frac{3}{2}a) + \delta(x+a)$ $\boxed{1}$

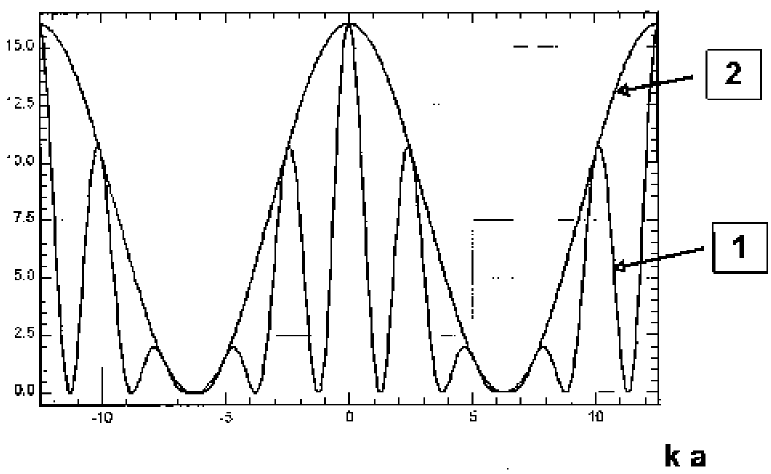
Damit wird

$$\frac{I}{I_0} = \left| e^{i k_x a} + e^{i k_x \frac{3}{2} a} + e^{-i k_x \frac{3}{2} a} + e^{-i k_x a} \right|^2 \qquad \boxed{1}$$

$$= \left| 2 \cdot \cos(k_x \tfrac{3}{2} a) + 2 \cdot \cos(k_x a) \right|^2 \qquad \boxed{1}$$

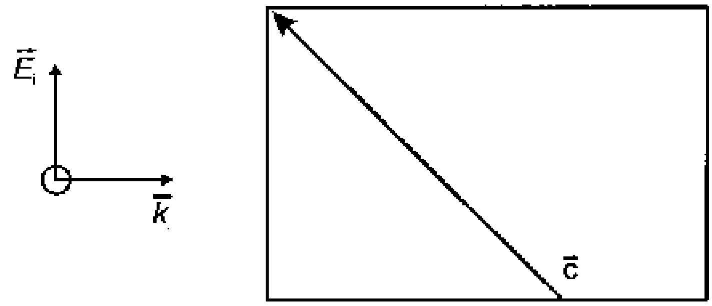
(Additionstheorem)

$$= 16 \cos^2(k_x \tfrac{5}{4} a) \cdot \cos^2(k_x \tfrac{1}{4} a) \qquad \boxed{1}$$



Aufgabe 3: (10 Punkte)

Ein doppelbrechender Kristall mit der optischen Achse $\vec{c}$ wird von links mit einer ebenen, unpolarisierten Welle beleuchtet (siehe Skizze). Vervollständigen Sie die Skizze indem Sie den Strahlengang sowie folgende Größen für den ordinären und den extraordinären Strahl im und hinter dem Kristall einzeichnen: $\vec{k}, \vec{D}, \vec{E}, \vec{S}$. Begründen Sie jeweils für $\vec{k}$, $\vec{D}$ und $\vec{S}$ Ihre Zeichnung.



Aufg. 3

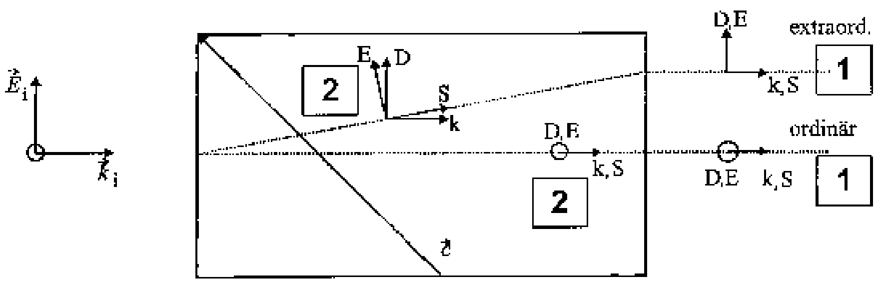
Die Normalkomponente von $\vec{D}$ ist stetig. Da sie beim Eintritt in den Kristall Null ist, bleibt sie Null. $\vec{D}$ ändert also seine Richtung nicht. $\boxed{1}$

Daher muß $\vec{E} = \varepsilon_0^{-1} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}^{-1} \cdot \vec{D}$ seine Richtung ändern. $\boxed{1}$

$\boxed{1}$

Vor und im Medium gilt:: $\vec{k}\,\vec{D} = 0$. Daher ändert auch $\vec{k}$ die Richtung nicht.

Weiterhin gilt $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ ($\vec{H}$ bleibt unverändert) und dabei $\vec{S} \perp \vec{E}$. $\boxed{1}$



Aufgabe 4: (10 Punkte)

Bestimmen Sie die maximale mechanische Arbeit W, die der Wärmeenergie eines Eisenblocks der Masse $m = 100$ kg, spezifischen Wärmekapazität $c = 0.6$ J/gK und anfänglichen Temperatur T_1 entnommen werden kann, wenn als zweites Wärmereservoir der Ozean bei der Temperatur $T_2 = 285$ K dient. Nehmen Sie an, dass c unabhängig von der Temperatur und $T_1 = e\, T_2$ ist. Nähern Sie zur Berechnung des Zahlenwerts die Eulersche Zahl durch $e \approx 2.7$.

Aufg. 4

Wegen der endlichen Wärmekapazität des Eisenblocks ändert sich seine Temperatur, wenn ihm Wärme entzogen wird. $\boxed{1}$ Da sich damit auch der Wirkungsgrad ändert, kann die maximal mögliche gewonnene Arbeit zunächst nur in differentieller Form angegeben werden. Die Temperatur T_2 des zweiten Wärmereservoirs ändert sich aufgrund der nahezu unendlichen Größe des Ozeans nicht. $\boxed{1}$ Es gilt also

$$dW = \eta \cdot dQ \quad \boxed{1}$$

$$\text{mit } \eta = \frac{T - T_2}{T} \ \boxed{1} \quad \text{und } dQ = m \cdot c \cdot dT \quad \boxed{1}$$

Damit wird

$$W = m \cdot c \cdot \int_{T_2}^{T_1} \left(1 - \frac{T_2}{T}\right) dT \quad \boxed{1}$$

1P f. Begr. d. Grenze

$$= m \cdot c \left(T_1 - T_2 - T_2 \cdot \ln \frac{T_1}{T_2}\right) \quad \boxed{1}$$

Mit $T_1 = e \cdot T_2$ folgt

$$W = m \cdot c \cdot T_2 \cdot (e - 2) \quad \boxed{1}$$

$$\cong 100\,\text{kg} \cdot 0{,}6 \frac{\text{J}}{\text{gK}} \cdot 285\,\text{K} \cdot 0{,}7$$

$$\cong \underline{\underline{11970\ \text{kJ}}} \quad \boxed{2}$$

Hinweis: $\eta_{eff} = \frac{W}{\Delta Q} = \frac{m \cdot c \cdot T_2 (e-2)}{m \cdot c \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{e-2}{e-1} \approx 41{,}8\%$

Aufgabe 5: (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde eine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine durch einen idealisierten Kreisprozess mit vier Prozessschritten beschrieben (Carnot-Maschine).

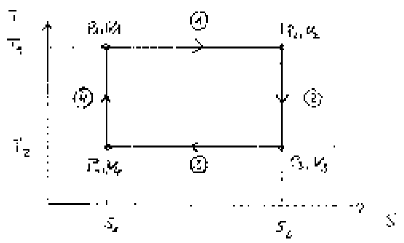
a) Erläutern Sie die Prozessschritte in einem T-S-Diagramm (Temperatur T gegen Entropie S) und beginnen Sie dabei im komprimierten Zustand (Druck p_1, Volumen V_1) hoher Temperatur T_1.

b) Wie groß sind laut 1. Hauptsatz die Änderungen der inneren Energie dU und der zugeführten Wärme δQ in jedem der Teilschritte?

c) Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem p-V-Diagramm. Welchen funktionellen Verlauf hat der Druck p als Funktion des Volumens V bei 1) isothermer Prozessführung und 2) adiabatischer Prozessführung für ein ideales monoatomares Gas? (Fassen Sie jeweils die konstanten Größen in eine einzige Konstante zusammen)

Aufg. 5:

a)



1

① isotherme Expansion: Gas wird im Wärmebad T_1 expandiert. 0,5

② adiabatische Expansion: Gas wird aus Wärmebad entfernt und dann weiter expandiert. Dabei kühlt es auf T_2 ab. 0,5

③ isotherme Kompression: Gas wird in das Kältebad T_2 gebracht und dort komprimiert. 0,5

④ adiabatische Kompression: Gas wird aus dem Kältebad T_2 entfernt und adiabatisch komprimiert. Dabei erwärmt es wieder auf die Temperatur T_1. 0,5

b)

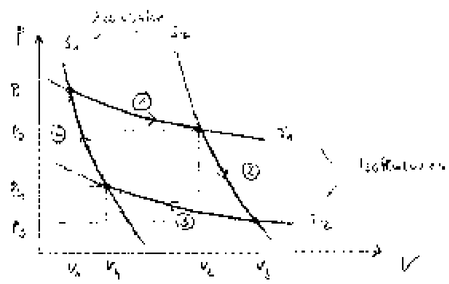
① Die Temperatur des Gases ändert sich nicht $\Rightarrow$ 0,5
$dU = 0 \Rightarrow 0 = \delta Q + \delta A$, also $\delta Q = -\delta A$

② $\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta A$ 0,5

③ $dU = 0 \Rightarrow \delta Q = -\delta A$ 0,5

④ $\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta A$ 0,5

c)



1

1) Isothermen:

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p = \frac{c_1}{V} = c_1 \cdot V^{-1}$ 0,5

1

2) Adiabaten:

$p \cdot V^{\varkappa} = c_2$ mit $\varkappa = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3}$ 1

1

$\Rightarrow p = \frac{c_2}{V^{5/3}} = c_2 \cdot V^{-5/3}$ 0,5