Klausur zur Klassischen Experimentalphysik III (Optik + Thermodynamik) am 24.02.2014

Name, Vorname:	Matrikelnummer:		
Studiengang:	Wiederholungsprüfung?	Nein ☐	Ja ☐

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ	Note
Max. Punkte	6	7	8	5	8	34	
Erreichte Punkte							

Bitte jedes Blatt mit Namen versehen, jede Aufgabe ordentlich kennzeichnen und leserlich schreiben!

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Ein Eisklotz der Masse m werde aus einem Gefrierschrank mit der Temperatur T_0 in einen Mikrowellenherd gebracht und dort mit konstanter Leistung P (gleichmäßig) aufgeheizt.

a) Wie lange dauert es, bis das Eis die Temperatur $T_1 = 0°C$ erreicht hat (t_1)? Nehmen Sie an, dass das Gesetz von Dulong-Petit anwendbar ist.

b) Wann ist das Eis vollständig geschmolzen (t_2)?

c) Ist die spezifische Wärme von Eis größer oder kleiner als die von flüssigem Wasser? Begründen Sie Ihre Antwort. Hinweis: die Bindung zwischen Sauerstoff und Wasserstoff (in der Flüssigkeit) sei nicht starr.

d) Skizzieren Sie die Temperatur der Probe als Funktion der Zeit für den Temperaturbereich von $T_0 = -20°C$ bis $T_E = 120°C$.

Zahlenwerte: $m = 0{,}1$ kg, $T_0 = -20°C$, $P = 500$ W, Sauerstoff: $m_{Mol,O} = 16$ g/mol, Wasserstoff: $m_{Mol,H} = 1$ g/mol, Schmelzwärme von Wasser: $Q_S = 6$ kJ/mol, Gaskonstante R = 8,31 J/(mol·K)

Aufgabe 2: (7 Punkte)

Der thermodynamische Vergleichsprozess für einen idealen Ottomotor besteht aus vier reversiblen Prozessschritten:

1) Verdichten der angesaugten Luft (isentrope Kompression),
2) Isochore Wärmezufuhr beim Volumen $V = V_a$ durch Einspritzen und Zünden des Kraftstoffs,
3) Arbeitsleistung durch isentrope Expansion,
4) Isochore Wärmeabgabe bei $V = V_b$ durch Ausblasen des Abgases und Ansaugen von Frischluft.

Nehmen Sie im Weiteren 1 Mol eines Arbeitsgases an, das als ideales Gas mit dem Adiabaten-Exponenten κ betrachtet werden soll.

a) Stellen Sie den Kreisprozess im p-V und im T-S-Diagramm dar.

b) Bestimmen Sie dann für jeden Prozessschritt (i = 1,2,3 bis 4) die dem Gas zugeführte Wärme $Q_{i,i+1}$ und die am Gas geleistete Arbeit $W_{i,i+1}$. Drücken Sie $Q_{i,i+1}$ und $W_{i,i+1}$ ggf. nur über Temperaturdifferenzen (und Konstanten) aus.

c) Zeigen Sie, dass für den maximalen Wirkungsgrad gilt: $\eta = \frac{|W_{nutz}|}{Q_{zu}} = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa-1}$;

dabei ist W_{nutz} die Nutzarbeit, Q_{ab} die abgegeben und Q_{zu} die zugeführte Wärme.
Hinweis: die Summe der Entropiedifferenzen in dem Kreisprozess ist Null. Daraus ergibt sich das Verhältnis der Temperaturen.

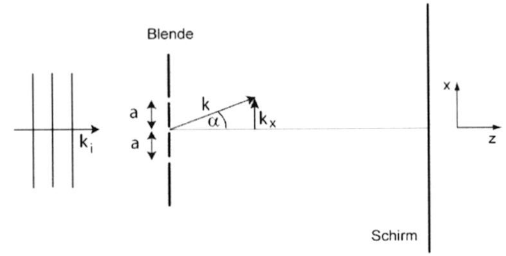
Aufgabe 3: (8 Punkte)

Drei parallele Spalte (jeweils im Abstand a) in einer ansonsten undurchsichtigen Blende werden unter senkrechtem Einfall von einer ebenen Lichtwelle mit Wellenvektor $\mathbf{k}_i$ beleuchtet. Die Breite b der Spalte sei so bemessen, dass ihre Transmission für kleine Beugungswinkel α (kleine k_x) hinter der Blende durch eine Deltafunktion genähert werden kann.

a) Berechnen Sie für diese Anordnung die Beugungsintensität als Funktion von $k_x a$ in Fraunhofer-Näherung. Bestimmen Sie die Lage und Intensität der Minima und Maxima und zeichnen Sie das Beugungsbild als Funktion von $k_x a$ im Intervall $[-4\pi, \ldots, +4\pi]$.

b) Nun wird die Phase des Lichts im zentralen Spalt durch eine Phasenplatte um 180° verzögert. Berechnen Sie für diese Anordnung ebenfalls die Beugungsintensität und geben Sie Lage und Intensität der Minima und Maxima an.

Hinweis: Für die Zeichnung der Beugungsfigur reicht es aus, die Minima und Maxima der berechneten Funktion zu betrachten. Verwenden Sie $\cos(\pi/3) = 0{,}5$ und $\cos(2\pi/3) = -0{,}5$.

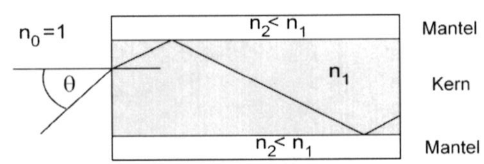


Aufgabe 4: (5 Punkte)

Ein Schichtwellenleiter (siehe Skizze) habe einen Kern mit Brechungsindex $n_1 > 1$ und einen Mantel mit Brechungsindex $n_2 < n_1$.

a) Wie groß ist der maximale Einfallswinkel $\theta_{i,max}$, den auf die Stirnseite einfallendes Licht haben darf, damit es im Wellenleiter noch geführt wird?

b) Drücken Sie die sogenannte numerische Apertur, NA = $n_0 \sin\theta_{i,max}$, des Wellenleiters als Funktion der Brechungsindices n_2, n_1 so aus, dass diese Funktion keine trigonometrischen Funktionen mehr enthält.



Aufgabe 5: (8 Punkte)

a) In einem selbstgebauten Mikroskop befindet sich vorne eine dünne positive Linse L_1 und 10 cm dahinter eine zweite positive Linse L_2.

Berechnen Sie die Bildweite ($b_{2,i}$) eines Gegenstands, der durch das Mikroskop betrachtet wird. Der Gegenstand befindet sich nacheinander an zwei verschiedenen Positionen im Abstand $g_{1,i}$ vor der ersten Linse. Gibt es jeweils ein reelles Bild?

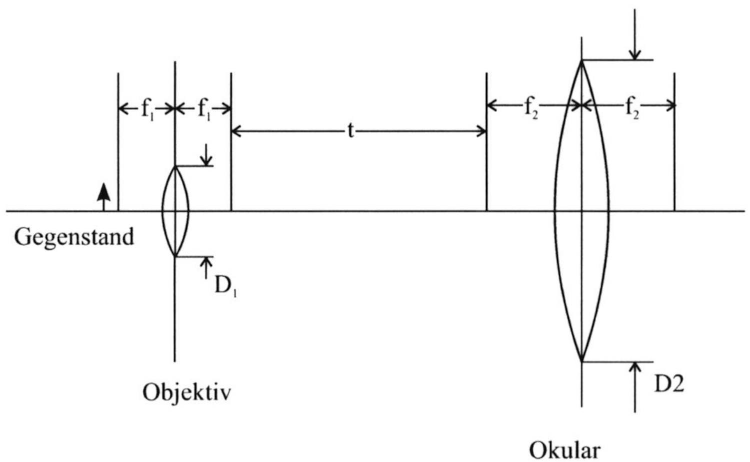
Zahlenwerte: $g_{1,a}$ = 3 cm und $g_{1,b}$ = 3,6 cm, f_1 = 2 cm, f_2 = 5 cm

Die Skizze unten stellt ein anderes Mikroskop dar.

b) Tragen Sie in die Skizze den Strahlengang (übliche Konstruktionsstrahlen) und das Zwischenbild ein. Hinweis: Die Beobachtung des Gegenstands soll –wie bei einem Mikroskop üblich– mit auf unendlich eingestelltem Auge erfolgen. Was sagt Ihnen das über die Lage des Zwischenbildes?

c) Geben Sie die Vergrößerung V eines Mikroskops an (mit kurzer Herleitung). Welche Annahmen macht man dabei?

d) Wie groß ist das Auflösungsvermögen eines Mikroskops und was hat die Größe des Objektivs D_1 damit zu tun? Wie kann man das Auflösungsvermögen eines Mikroskops erhöhen (bei gleicher Geometrie)?



1.) a) Dulong-Petit (Eis = Festkörper)

$C_V = 3nR = \text{konst.}$

Molmasse H_2O : $M_{mol} = \frac{18g}{mol}$

$n = \frac{m}{M_{mol}} = 5{,}56 \text{ mol}$

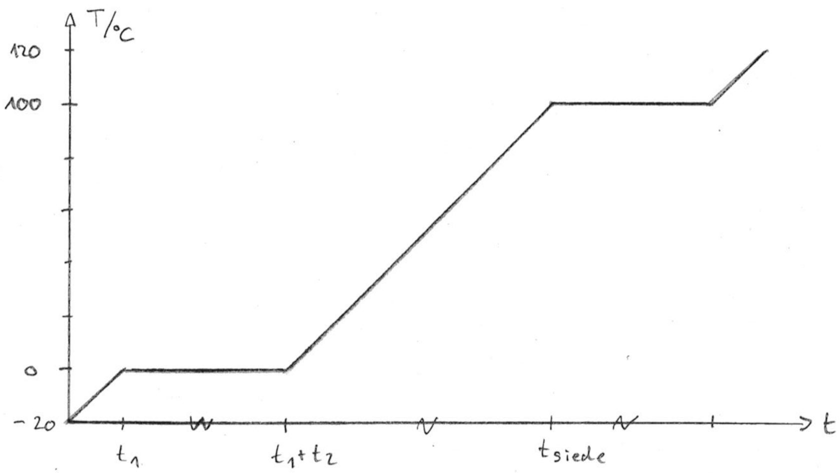
$\Delta Q = C_V \Delta T = P \Delta t \quad \rightsquigarrow \Delta t = 5{,}54 \text{ s}$

b) $n Q_S = P \Delta t_2 \quad \rightsquigarrow \Delta t_2 = \frac{Q_S\, n}{P} = \underline{66{,}72 \text{ s}}$

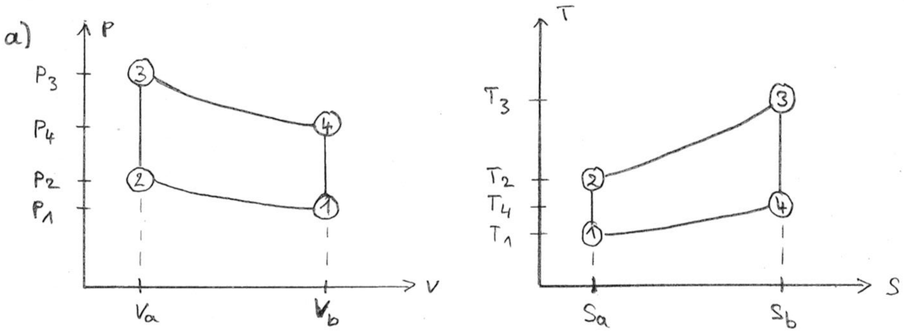
c) $C_V = \frac{1}{2} f R$

spez. Wärme von Wasser > spez. Wärme von Eis, da Wasser mehr Freiheitsgrade hat (Wasser: 3 trans + 3 rot + Schwingungen; Eis = Festkörper $f = 6$)

d)



2.) a)



b) bei isentroper Kompression oder Expansion gilt

$dU = \delta Q + \delta W \rightsquigarrow dU = \delta W \rightsquigarrow W = n c_V \Delta T \quad (\Delta Q = 0)$

bei isochoren Prozessen ist $\delta W = 0$ also $Q = n c_V \Delta T$

$1 \to 2$: isentrope Kompression (1 mol)

$Q_{12} = 0 \quad ; \quad W_{12} = c_V (T_2 - T_1)$

$2 \to 3$: $Q_{23} = c_V (T_3 - T_2) \quad ; \quad W_{23} = 0$ isochore Wärmezufuhr

$3 \to 4$: $Q_{34} = 0 \quad ; \quad W_{34} = c_V (T_4 - T_3)$ isentrope Expansion

$4 \to 1$: $Q_{41} = c_V (T_1 - T_4) \quad ; \quad W_{14} = 0$ isochore Wärmeabfuhr

c) $\eta = 1 + \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 + \frac{c_V (T_1 - T_4)}{c_V (T_3 - T_2)}$

aus $\Delta S_{ges} = 0 = c_V \ln \frac{T_3}{T_2} + c_V \ln \frac{T_1}{T_4} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{T_4}{T_3} T_2$

$\rightsquigarrow \eta = 1 + \frac{T_4 T_2 / T_3 - T_4 T_3 / T_3}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$

$pV = nRT \quad \rightsquigarrow \eta = 1 - \frac{p_4 V_b}{p_3 V_a}$

$pV^\kappa = \text{konst.} \quad \rightsquigarrow \frac{p_4}{p_3} = \frac{V_a^\kappa}{V_b^\kappa}$

$\rightsquigarrow \eta = 1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa - 1}$

3.) a) Winkelabhängige Intensität I/I_0 des Beugungsmusters:

$$I/I_0 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dx\, T(x)\, e^{ik_x x} \right|^2$$

mit $T(x) = \delta(x+a) + \delta(x-a) + \delta(x-0)$

$$I/I_0 = |e^{-ik_x a} + e^{+ik_x a} + 1|^2 = |2\cos(k_x a) + 1|^2$$

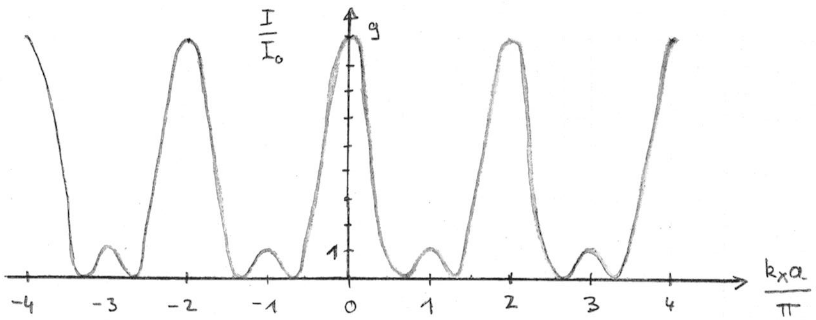
Nullstellen von $\frac{I}{I_0}$ bei $2\cos(k_x a) + 1 = 0 \rightsquigarrow \cos(k_x a) = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow k_x a = \pm 2/3\,\pi \pm n\, 2\pi \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$

$\pm k_x a = 2\pi/3\,,\ 4\pi/3\,,\ 8\pi/3\,, \dots$

Maxima: $\cos(k_x a) = 1 \rightsquigarrow I/I_0 = 9\ ;\ k_x a = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

$\cos(k_x a) = -1 \rightsquigarrow I/I_0 = 1\ ;\ k_x a = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$



b) Phasenverschiebung um 180° im zentralen Spalt

$$T(x) = \delta(x+a) + \delta(x-a) + \delta(x-0)\, e^{i\pi}$$

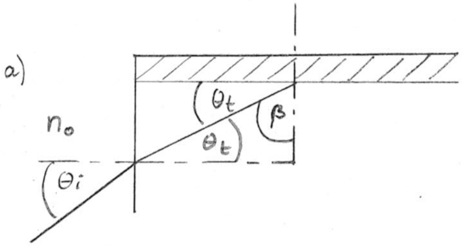
$$I/I_0 = |e^{-ik_x a} + e^{+ik_x a} - 1|^2$$

$$= |2\cos(k_x a) - 1|^2 = |-2\cos(k_x a) + 1|^2$$

$$= |2\cos(k_x a + \pi) + 1|^2$$

$\rightsquigarrow$ das Beugungsbild ist im Vergleich zu a) um π verschoben, d.h. die Lage der Maxima u. Minima bleibt gleich, aber die Intensitäten der Maxima sind vertauscht

4.) a)



Mantel $n_2 < n_1$

Kern n_1

Grenzwinkel der Totalreflexion Kern / Mantel

$$\sin\alpha_G = \frac{n_{\text{dünn}}}{n_{\text{dick}}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Bedingung: $\beta \geq \alpha_G$ bzw. $\beta_{min} = \alpha_G$

$\rightsquigarrow \sin\beta_{min} = \sin(90° - \Theta_{t\,max}) = \sin\alpha_G = \frac{n_2}{n_1}$

$\rightsquigarrow \Theta_{t\,max} = 90° - \arcsin\frac{n_2}{n_1}$

Eintritt in Kern: $n_0 \sin\Theta_{i\,max} = n_1 \sin\Theta_{t\,max}$

$$\Theta_{i\,max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_0}\sin\Theta_{t\,max}\right)$$

$$\Theta_{i\,max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_0}\left[\sin\left(90° - \arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)\right]\right)$$

b)
$$n_0 \sin\Theta_{i\,max} = n_1 \sin\Theta_{t\,max}$$
$$= n_1 \sin\left(90° - \arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)$$
$$= n_1 \cos\left(\arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)$$
$$= n_1 \left(1 - \left(\sin\left(\arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)\right)^2\right)^{1/2}$$
$$= n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$
$$n_0 \sin\Theta_{i\,max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

5.) a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \iff \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$

$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{g_{1a}} \rightsquigarrow b_{1a} = 6\,cm \Rightarrow g_{2a} = 4\,cm$

$\frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{g_{2a}} \rightsquigarrow b_{2a} = -20\,cm$ (virtuell)

analog: $b_{1b} = 4{,}5\,cm \rightsquigarrow g_{2b} = 5{,}5\,cm$

$\rightsquigarrow b_{2b} = 55\,cm$ (reell)

c) Vergrößerung des Mikroskops: $V_M = V_{Ob} \cdot V_{Ok}$

$V_M = \frac{b}{g} \cdot \frac{s_0}{f_2}$ $\qquad s_0$ = deutliche Sehweite

Annahme: $g \approx f_1$

$b = f_1 + t \approx t$

$V_M = \frac{t \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2}$

d) Objektivlinse (kreisförmig) als beugende Öffnung

$\sin\varphi \geq \frac{1{,}22\,\lambda}{D_1}$

x_{min} = Mindestabstand zweier Punkte, die man noch auflösen kann: $\tan\varphi = \frac{x_{min}}{f_1}$ (kleine Winkel)

$\rightsquigarrow x_{min} = 1{,}22\,\frac{f_1 \lambda}{D_1}$

Erhöhung des Auflösungsvermögens mit einer Immersionsflüssigkeit: $x_{min}' = 1{,}22\,\frac{f_1}{D_1} \cdot \frac{\lambda}{n}$

b) auf "∞" eingestelltes Auge $\Rightarrow$ paralleles Lichtbündel nach 2. Linse

$\Rightarrow$ Zwischenbild liegt in vorderer Brennebene der 2. Linse

$\rightsquigarrow$ diese Angaben sollten für Konstruktion benutzt werden

b)