Klausur zur Klassischen Experimentalphysik III (Optik + Thermodynamik) am 04.03.2016

Name, Vorname:	Matrikelnummer:
Studiengang:	Wiederholungsprüfung? Nein ☐ Ja ☐

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ	Note
Max. Punkte	3	7	9	5	7	4	35	
Erreichte Punkte								

Bitte jedes Blatt mit Namen versehen, jede Aufgabe ordentlich kennzeichnen und leserlich schreiben!

Nützliche Angaben:

$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/mol (Avogadrokonstante),
R = 8,341 J/(mol·K) (allgemeine Gaskonstante),
$k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K (Boltzmann-Konstante),
$c = 3 \cdot 10^8$ m/s (Lichtgeschwindigkeit im Vakuum)

$$s_n = a_0 \sum_{k=0}^{n} q^k = a_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{(geometrische Reihe)}$$

$$2 \cdot \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1 + \cos x \quad \text{und} \quad 2 \cdot \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1 - \cos x$$

Aufgabe 1: (2 + 1 = 3 Punkte)

a) Wie groß muss ein ebener Wandspiegel mindestens sein, damit eine Person komplett darin abgebildet wird bzw. sich darin komplett betrachten kann? Machen Sie dazu eine Skizze.

b) In welcher Höhe muss man den Spiegel an der senkrechten Wand anbringen? Wie verändert sich die Spiegelhöhe mit der Entfernung der Person zum Spiegel?

Nehmen Sie vereinfachend an, dass Fußspitze, Augen und der höchste Punkt des Kopfes in einer Ebene parallel zum Spiegel liegen.

Angaben: Größe der Person h = 1,70 m, Entfernung der Person zum Spiegel d = 2 m, Abstand der Augen vom höchsten Punkt des Kopfes y = 12 cm.

Aufgabe 2: (2 + 2 + 1,5 + 1,5 = 7 Punkte)

In einem astronomischen Fernrohr mit der Vergrößerung V = 10 und der Einstellung auf ∞ beträgt der Abstand zwischen Objektiv und Okular 30 cm.

a) Skizzieren Sie den Strahlengang (mit Zwischenbild) bei der Einstellung auf ∞, d.h. es fällt ein paralleles Lichtbündel unter einem Winkel ε_0 ein. Die Vergrößerung ist bei der Skizze nicht maßstäblich zu berücksichtigen!

b) Berechnen Sie die Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse?

Bitte wenden

c) Bis zu welchem endlichen Abstand kann mit dem Fernrohr scharf gesehen werden, wenn sich das Okular verschieben lässt und damit der Abstand zwischen Objektiv und Okular um 0,5 cm größer wird?

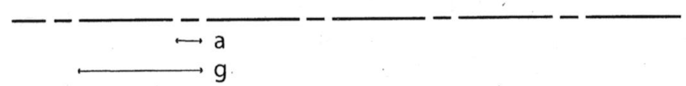
d) Wie kann das Bild gegenüber Teil a) mit einer zusätzlichen Linse umgekehrt werden bei gleichem Abbildungsmaßstab wie in a)? Um wie viel ändert sich dadurch mindestens die Länge des Fernrohrs? Machen Sie eine Skizze.

Aufgabe 3: (4 + 5 = 9 Punkte)

Mittels einer Quecksilber-Hochdrucklampe (λ = 545 nm) wird das Interferenzbild eines Beugungsgitters mit einer endlichen Anzahl N von Spalten erzeugt. Das Interferenzbild wird auf einem Schirm in großer Entfernung beobachtet; die Einzelspaltbreite ist vernachlässigbar.

a) Unter welchen Winkeln treten die Interferenzmaxima auf, wenn die Gitterkonstante g = 8 μm beträgt? Berechnen Sie den Intensitätsverlauf des Beugungsmusters in Abhängigkeit der Anzahl N der beleuchteten Spalte. Wie viele Hauptmaxima gibt es insgesamt?

b) Wie ändert sich das Interferenzbild, wenn sich neben jedem Spalt im Abstand a = 2 μm ein weiterer befindet (siehe Skizze)? Berechnen Sie den Intensitätsverlauf und skizzieren Sie ihn (bis zur 8. Ordnung des ursprünglichen Gitters; Hauptmaxima genügen).



Aufgabe 4: (1,5 + 2 + 1,5 = 5 Punkte)

Eine Kammer (V_G) ist mit Argongas unter einem bestimmten Druck (p_G) und einer bestimmten Temperatur (T_G) gefüllt. Es wird angenommen, dass sich alle Atome im Grundzustand befinden. Ein Lichtblitz aus einer Röhre, die die Kammer umgibt, hebt 1% der Atome in einen gemeinsamen angeregten Zustand mit einer mittleren Lebensdauer τ an.

a) Wie groß ist die Rate maximal, mit der das Gas anschließend Photonen emittiert? Nehmen Sie an, dass es sich um ein ideales Gas handelt und nur spontane Emission auftritt.
Wie lang (räumlich) ist ein Lichtpuls der Dauer t = 5 ps?

Zahlenwerte: V_G = 50 cm³, p_G = 20,3 Pa, T_G = 20°C, $\tau = 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ s

b) Erklären Sie anhand einer Skizze, was das Rayleigh-Kriterium ist.

Angenommen, man könnte mit einem streng parallelen Lichtbündel aus einem extrem leistungsstarken Laser mit einer Blende des Durchmessers d_0 von der Erde aus einen Fleck auf der Mondoberfläche bestrahlen,

c) welchen Durchmesser d hätte das bestrahlte Gebiet auf dem Mond?
Wie weit müssten zwei leistungsstarke Laser voneinander entfernt sein, damit ein Betrachter auf dem Mond sie noch als 2 getrennte Lichtquellen wahrnimmt?

Zahlenwerte: Entfernung Erde-Mond L = 384000 km, λ_{Ar} = 650 nm, Pupillendurchmesser des Betrachters d_A = 4 mm

Bitte wenden

Aufgabe 5: **(7 Punkte)**

Ein ideales Gas hat einen Druck p_1, ein Volumen V_1 und eine innere Energie U_1.

Es soll auf verschiedene Weisen auf einen Druck p_2, ein Volumen V_2 und eine innere Energie U_2 gebracht werden.

Skizzieren Sie jeweils den Weg im p-V-Diagramm (mit Richtung). Berechnen Sie die Arbeit, die am Gas verrichtet wird, und die an das Gas übertragene Wärmemenge für folgende Prozessführungen:

a) Isobare Expansion, isochore Druckabsenkung,
b) Isochore Druckabsenkung, isobare Expansion,
c) Expansion auf einer Geraden von Punkt (V_1, p_1) nach Punkt (V_2, p_2),
d) Isotherme Expansion, isochore Druckerhöhung,
e) Adiabatische Expansion, isochore Druckerhöhung.

Zahlenwerte: p_1 = 3 bar, V_1 = 1 Liter, U_1 = 700 J, p_2 = 2 bar, V_2 = 3 Liter, U_2 = 400 J. Nehme Sie, falls nötig, ein 2-atomiges lineares Molekül bei Raumtemperatur an.

Aufgabe 6: **(1 + 2 + 1 = 4 Punkte)**

In einer Tiefe, in der die Temperatur der Erdkruste T_0 beträgt, soll ein kugelförmiger Hohlraum vom Radius R mit Wasserzufluss von oben geschaffen werden. Der entstehende Wasserdampf soll wieder zur Erdoberfläche geführt und technisch verwertet werden. Der Hohlraum soll so groß sein, dass bei einer Eingangstemperatur T_1 des Wassers eine Dampfmenge von dm/dt = 36 Tonnen/Stunde bei einer Temperatur T_2 entsteht.

a) Berechnen Sie zunächst die erforderliche Wärmeleistung, um die geforderte Dampfmenge zu erzeugen.
b) Welchen Radius R muss der Hohlraum haben, damit seine Wand (konstant auf T_2) die erforderliche Wärmeleistung abgeben kann? Berechnen Sie hierfür zunächst den Temperaturverlauf $T(r)$ in der Erde und verwenden Sie, dass $T(r \to \infty) = T_0$ ist. Vernachlässigen Sie Konvektion und Wärmestrahlung.
c) Berechnen Sie die mittlere quadratische Geschwindigkeit (Root-Mean-Square-Geschwindigkeit v_{RMS}) der Wasser-Teilchen bei T_2.

Zahlenwerte: Erdkruste T_0 = 400°C, Einlauftemperatur T_1 = 20°C, Temperatur des Wasserdampfes T_2 = 100°C, Molmasse M_{H2O} = 18 g/mol, spezifische Wärme c_{H2O} = 4,184 kJ/(kg·K), Wärmeleitungskoeffizient (gemittelt, für Wasser und Erdkruste gleich) $\lambda = 6{,}28 \cdot 10^{-3}$ kJ/(m·s·K), Verdampfungswärme $Q_{H2O} = 2{,}26 \cdot 10^3$ kJ/kg

Aufgabe 6

a) $$\frac{dm}{dt} = 36 \frac{t}{h} = 36 \frac{1000\,kg}{3600\,s} = 10 \frac{kg}{s}$$

$$W = -\frac{dQ}{dt} = \left[c_{H_2O}\, \Delta T + Q_{H_2O} \right] \frac{dm}{dt}$$

$$= \left(4{,}184 \cdot \frac{kJ}{kg\,K}\, 80\,K + 2{,}26 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kg} \right) 10 \frac{kg}{s}$$

$$\underline{\underline{W = 2{,}594 \cdot 10^4 \frac{kJ}{s}}}$$

b) stationärer Zustand W = konst.

$$W = \lambda \frac{dT}{dr} \underbrace{4\pi r^2}_{A \,\hat{=}\, \text{Kontaktfläche}}$$

$$\rightsquigarrow \frac{dT}{dr} = \frac{W}{4\pi\lambda} \frac{1}{r^2} \quad \rightsquigarrow \quad T = -\frac{W}{4\pi\lambda} \cdot \frac{1}{r} + \text{konst.}$$

$$r \to \infty \Rightarrow T = T_0 \Rightarrow T_0 = \text{konst.}$$

$$r = R \Rightarrow T = T_2 \Rightarrow T_2 = -\frac{W}{4\pi\lambda} \frac{1}{R} + T_0$$

$$\rightsquigarrow \underline{\underline{R}} = \frac{W}{4\pi\lambda\,(T_0 - T_2)} = \underline{\underline{1096\,m}}$$

(unsinnig groß ...)

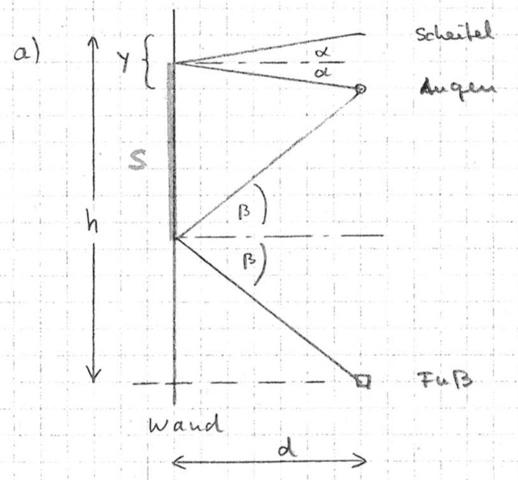
c) $$E_{kin} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \overset{!}{=} \frac{3}{2} k_B T$$

$$\underline{\underline{v_{RMS}}} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}} = \underline{\underline{719 \frac{m}{s}}}$$

T = 393 K

Aufgabe 1

a)



Der Spiegel muss mindestens so groß sein, dass man Scheitel und Fuß sehen kann

da Einfallswinkel = Ausfallswinkel

$\Rightarrow S = \frac{1}{2} y + \frac{1}{2}(h-y)$

$S = \frac{1}{2} h$

$\underline{\underline{S = 85\text{ cm}}}$ $\neq f(d)$ Größe / Höhe des Spiegels

b) Oberkante des Spiegels

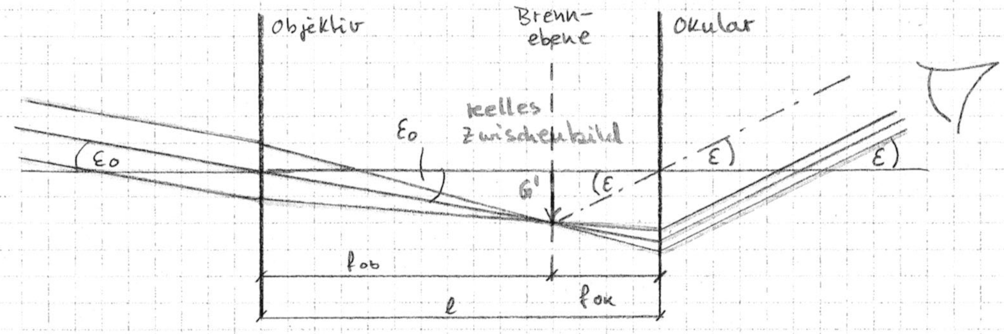
$S_h = h - \frac{1}{2} y = 164\text{ cm}$

bzw. $S_u = \frac{1}{2}(h-y) = 79\text{ cm}$ (Unterkante)

beides unabhängig von d!

Aufgabe 2

a) astronomisches Fernrohr aus 2 Sammellinsen



b) Vergrößerung: $V = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ (kleine Winkel!)

mit $\tan \varepsilon_0 = \frac{G'}{f_{ob}} \approx \varepsilon_0$ und $\tan \varepsilon = \frac{G'}{f_{ok}} \approx \varepsilon$

$V = \frac{G' f_{ob}}{f_{ok} G'} = f_{ob}/f_{ok} = 10$

$\Rightarrow f_{ob} = 10 f_{ok}$

$l = f_{ob} + f_{ok} = 11 f_{ok} \Rightarrow \underline{\underline{f_{ok}}} = \frac{l}{11} = \underline{\underline{2{,}727\text{ cm}}}$

$\underline{\underline{f_{ob} = 27{,}27\text{ cm}}}$

c) $b_{obj} = f_{obj} + 0{,}5\text{ cm} = 27{,}773\text{ cm} \Rightarrow g_{obj}$

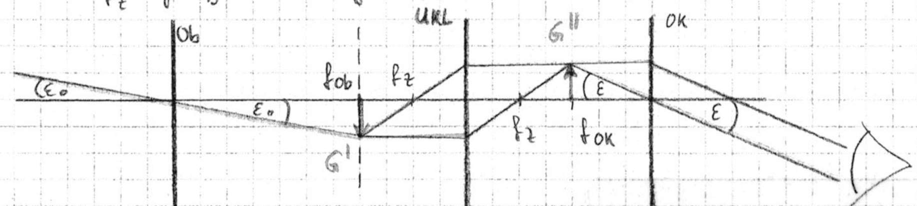
[$g \neq \infty \Rightarrow G''$ nicht bei f_{ob}, sondern dahinter, aber Strahlengang für Okular bleibt gleich]

$\frac{1}{g_{obj}} = \frac{1}{f_{ob}} - \frac{1}{b_{obj}} \Rightarrow \underline{\underline{g_{obj}}} = \frac{f_{ob} \cdot b_{obj}}{b_{obj} - f_{ob}} = \underline{\underline{15{,}14\text{ m}}}$

d) Umkehrung mit Sammellinse (UKL) mit 1:1 Abbildung ($g = 2 f_z$)

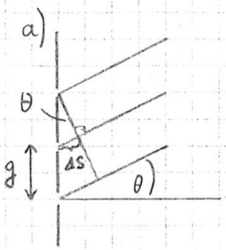
$\Rightarrow$ Verlängerung um $4 \times f_z$ (f_z = Brennweite der Zusatzlinse)

$\frac{1}{f_z} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ mit $g = 2 f_z \Rightarrow b = 2 f_z$



Aufgabe 3

a)



Gangunterschied ΔS

$$\Delta S = g \cdot \sin\theta$$

Phasenunterschied

$$\varphi = k\,\Delta S = \frac{2\pi}{\lambda}\, g \cdot \sin\theta$$

$$E = E_0\left(1 + \sum_{n=1}^{N-1} e^{in\varphi}\right) = E_0\left(1 + \sum_{n=1}^{N-1} (e^{i\varphi})^n\right)$$

$$E = E_0\,\frac{1-e^{i\varphi N}}{1-e^{i\varphi}}$$

$$I \sim EE^* = E_0^2\,\frac{(1-e^{i\varphi N})(1-e^{-i\varphi N})}{(1-e^{i\varphi})(1-e^{-i\varphi})}$$

$$= E_0^2\,\frac{(2-2\cos\varphi N)}{2(1-\cos\varphi)}$$

$$= E_0^2\left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}N}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$$ Zähler variiert sehr schnell, Nenner variiert langsamer

Hauptmax (für Nenner $\to 0$ oder aus Gangunterschied oben)

$$\frac{\varphi}{2} = n\pi \qquad (\Delta S = g \cdot \sin\theta \overset{!}{=} n\lambda)$$

$$\frac{\pi}{\lambda}\, g \sin\theta = n\cdot\pi \;\Rightarrow\; \underline{\underline{\sin\theta = \frac{n\lambda}{g}}} \le 1$$

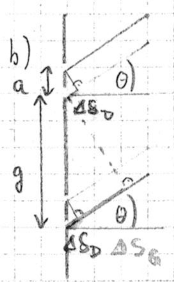
$$\Rightarrow\; n \le \frac{g}{\lambda} = 14{,}7$$

$\Rightarrow n_{max} = 14 \;\Rightarrow\; 2n+1 = \underline{\underline{29 \text{ Hauptmaxima insgesamt}}}$

N-Spalte $\Rightarrow$ N-1 Minima

N-2 Nebenmax

b)



Gitter: $\Delta S_G = g \cdot \sin\theta$; $\varphi = k\,\Delta S_G = \frac{2\pi}{\lambda}\, g\sin\theta$

Doppelsp. $\Delta S_D = a\sin\theta$; $\delta = k\,\Delta S_D = \frac{2\pi}{\lambda}\, a\sin\theta$

$$E = E_0\left(1+e^{i\delta} + \sum_{n=1}^{N-1} e^{i\varphi n} + \sum_{n=1}^{N-1} e^{i(\varphi n+\delta)}\right)$$

$$E = E_0\left(1 + \sum_{n=1}^{N-1} e^{i\varphi n}\right) + E_0 e^{i\delta}\left(1+\sum_{n=1}^{N-1} e^{i\varphi n}\right)$$

$$E = E_0(1+e^{i\delta})\left(1+\sum_{n=1}^{N-1} e^{i\varphi n}\right)$$

$$I \sim EE^* = E_0^2\,\underbrace{(1+e^{i\delta})(1+e^{-i\delta})}_{2(1+\cos\delta)}\;\underbrace{\left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}N}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2}_{\text{Term wie vorher}}$$

$$EE^* = 4E_0^2\;\underbrace{\cos^2\frac{\delta}{2}}_{\text{Doppelspalt}}\;\underbrace{\left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}N}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2}_{\text{Gitter}}$$

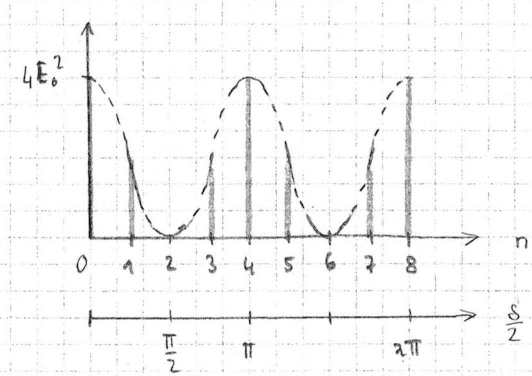
Max am Doppelspalt: $\cos^2\frac{\delta}{2} \overset{!}{=} 1 \;\Rightarrow\; \frac{\delta}{2} = m\pi$

$\Rightarrow \frac{\pi}{\lambda}\, a\sin\theta = m\pi \;\Rightarrow\; \sin\theta = \frac{m\lambda}{a}$ variiert langsamer (Einhüllende)

bzw. $m = \frac{a}{\lambda}\sin\theta$

Max am Gitter: $\frac{\varphi}{2} = n\pi \;\Rightarrow\; \sin\theta = \frac{n\lambda}{g}$ hier: $g = 4a$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{4a}$ variiert schneller (Feinstruktur)



$$\frac{\delta}{2} = \pi = \frac{\pi}{\lambda}\, a\cdot\sin\theta \;\Rightarrow\; \sin\theta = \frac{\lambda}{a}$$
$$\hat{=}\; n = 4$$

Lage der Max bleibt gleich, aber mit Doppelspaltfunktion moduliert (n = 2 und n = 6 ausgelöscht)

Aufgabe 4

a) $p \cdot V = nRT$

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{20{,}3\ \frac{N}{m^2} \cdot 50\ m^2\ (0{,}01)^3}{8{,}341\ \frac{J}{mol\,K} \cdot 293\,K}$$

$n = 4{,}153 \cdot 10^{-7}$ mol

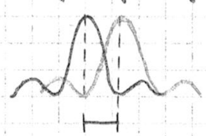
$N = n N_A = 2{,}50 \cdot 10^{17}$ (Atome)

$N_{an} = 2{,}50 \cdot 10^{15}$ (angeregte Atome)

Emissionsrate $\frac{N_{an}}{\tau} = 1{,}79 \cdot 10^{23}\ \frac{\text{Photonen}}{s}$

$\Delta s = c \cdot \Delta t = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ m Pulslänge

b) Rayleigh-Kriterium: Definition für Auflösung, wenn diese durch Beugung an einer kreisförmigen Blende begrenzt ist, zwei Lichtquellen können noch als getrennt wahrgenommen werden, wenn das Maximum der Beugungsfigur (Airy-Scheibchen) der ersten gerade in das Minimum der Beugungsfigur der 2. Lichtquelle fällt.



⇝ kleinster auflösbarer Winkelabstand

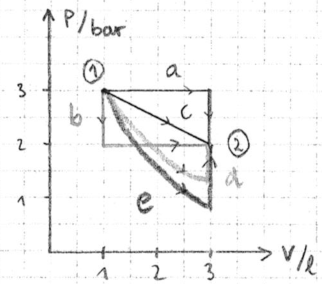
$$\delta_{min} = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$$

d = Durchmesser der Blende

c) $\delta_{min} = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d_0} \approx \frac{d}{2L}$ ⇝ $d = 609$ m

$\delta_{min} = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d_A} \approx \frac{x_{min}}{L}$ ⇝ $x_{min} = 76{,}1$ km

Aufgabe 5



bei allen Teilaufgaben ist die "am Gas verrichtete Arbeit" negativ da bei Expansion leistet das Gas Arbeit

1 bar $= 10^5\ \frac{N}{m^2}$

1 l $= 10^{-3}\ m^3$

Wärmeenergie (über 1. HS): $\Delta Q = \Delta U - \Delta W = \Delta U + p\,dV$

$\Delta U = -300$ J für alle TA gleich

a) Isochore: keine Arbeit

Isobare: $\Delta W = -p\,dV = -3\,\text{bar} \cdot 2\,l = -3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{N}{m^2}\,m^3$

$\Delta W = -600$ J

$\Delta Q = -300\,J - (-600\,J) = 300\,J$ ("+" dem Gas zugeführt)

b) analog a) $\Delta W = -400$ J

$\Delta Q = 100$ J

c) Mittelwert der Arbeit aus a) und b) (Arbeit ≙ Fläche unter Kurve)

$\Delta W = -500$ J ⇝ $\Delta Q = 200$ J

d) Isotherme $p(V) \cdot V = p_1 V_1$

$$\Delta W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = -p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -330\,J$$

$\Delta Q = 30$ J

e) Adiabate $p(V)\,V^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa}$ $f = 5$ ⇝ $\kappa = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5}$

$$\Delta W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = -\frac{p_1 V_1^{\kappa}}{1-\kappa}\left(V_2^{1-\kappa} - V_1^{1-\kappa}\right) = -270\,J$$

$\Delta Q = -30$ J

[$\kappa = 9/7$: $\Delta W = -280$ J ; $\Delta Q = -20$ J

$\kappa = 5/3$: $\Delta W = -230$ J ; $\Delta Q = -70$ J]