# Experimentalphysik 3 - Hauptklausur

8. März 2018

## Aufgabe 1 (12 Punkte)

### Aufgabe 1.1

Bei einer symmetrischen Bikonkavlinse sind beide Radien ($r_1, r_2$) negativ: $|r_1| = |r_2| = r$, mit $r_1 = -r$ und $r_2 = r$. Mit der Formel für die Brennweite erhält man:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -\frac{2(n-1)}{r} \tag{1}$$

Man invertiert die Formel um einen Ausdruck für $f$ zu erhalten:

$$f = -\frac{r}{2(n-1)} < 0, \text{ da } n > 1 \tag{2}$$

### Aufgabe 1.2

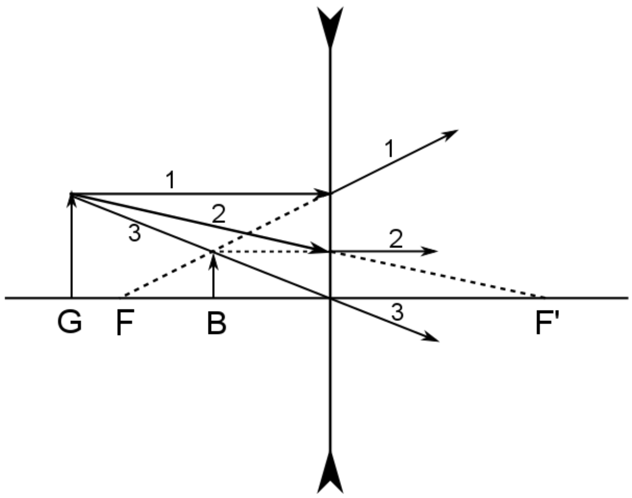


Abbildung 1: Strahlengang

G: Gegenstand, B: Bild, F: Brennpunkt, F': Brennpunkt hinter der Linse
1: Parallelstrahl → Brennpunktstrahl
2: Brennpunktstrahl → Parallelstrahl
3: Zentrahlstrahl

### Aufgabe 1.3

Das Bild ist virtuell.

## Aufgabe 1.4

Das Bild ist aufrecht.

## Aufgabe 1.5

Im Strahlengang kommt zuerst die Konvexlinse, dann die Konkavlinse.

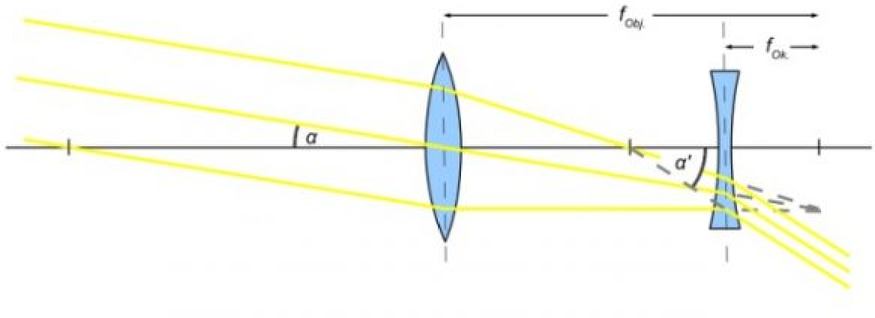


Abbildung 2: holländisches (Galileisches) Fernrohr

Der Abstand $d$ besteht aus der Summe aus den beiden Brennweiten der Linsen:

$$d = f_{\text{konkav}} + f_{\text{konvex}} \quad \text{mit } f_{\text{konkav}} < 0 \text{ und } f_{\text{konvex}} > 0 \tag{3}$$

## Aufgabe 1.6

Man folgt dem Lichtstrahl rückwärts durch das Fernrohr und stellt dabei die Matrizen auf:

$$\begin{pmatrix} h \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_z} & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Durchgang Konkavlinse}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Propagation}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_s} & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Durchgang Konvexlinse}} \begin{pmatrix} h_0 \\ \varepsilon_0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Mit $d$ als der Abstand zwischen den Linsen also der Addition von den zwei Brennweiten.

$$\begin{pmatrix} h \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{f_z}{f_s} & f_s + f_z \\ 0 & -\frac{f_s}{f_z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ \varepsilon_0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Mit der Multiplikation von der Matrix mit dem Vektor ergibt sich für $\varepsilon$:

$$\varepsilon = -\frac{f_s}{f_z} \varepsilon_0 \tag{6}$$

Die Vergrößerung $V$ berechnet sich zu:

$$V = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = -\frac{f_s}{f_z} \tag{7}$$

# Aufgabe 2 (9 Punkte)

## Aufgabe 2.1

Das Brechungsgesetz nach Snellius lautet:

$$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta) \tag{8}$$

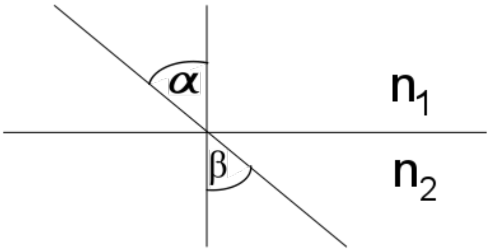


Abbildung 3: Snelliussche Brechungsgesetz

- da $\sin(\beta)$ maximal 1 ist, muss im Falle von $n_1 > n_2$ für $\alpha$

  $$\sin(\alpha) \leq \frac{n_2}{n_1} \tag{9}$$

  gelten, damit die Welle in das zweite Medium eintreten kann

- gilt

  $$\sin(\alpha) > \frac{n_2}{n_1} \tag{10}$$

  wird alles Licht an der Grenzfläche reflektiert ⇒ Totalreflexion

- der Grenzwinkel der Totalreflexion ist dann:

  $$\sin(\alpha_G) = \frac{n_2}{n_1} \tag{11}$$

## Aufgabe 2.2

- Damit das Licht in dem Kern geleitet wird, muss es an der Grenzfläche zwischen Kern-Mantel zur Totalreflexion kommen

- außerdem muss beachtet werden, dass es an der Grenzfläche Luft-Kern zur Brechung kommt

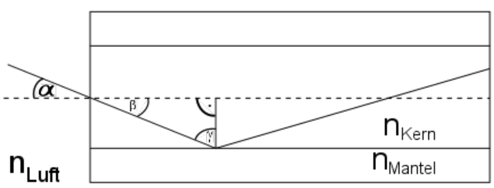


Abbildung 4: Strahlengang in der Glasfaser

- Grenzwinkel der Totalreflexion

  $$\sin(\gamma_G) = \frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}} \tag{12}$$

  es kommt zur Totalreflexion, wenn $\gamma > \gamma_G$

- am Bild erkennt man:

$$\gamma + \beta = \frac{\pi}{2} \tag{13}$$

es kommt zur Totalreflexion, wenn $\beta < \beta_G = \frac{\pi}{2} - \gamma_G$

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}} \tag{14}$$

Totalreflxion für

$$\alpha < \alpha_{\text{max}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}}\sin(\beta_G)\right) = \arcsin\left(\frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}}\sin\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}}\right)\right]\right) \tag{15}$$

(siehe auch Lsg von WS 07/08 Nr. 1)

# Aufgabe 3 (9 Punkte)

## Aufgabe 3.1

Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Oszillatoren:

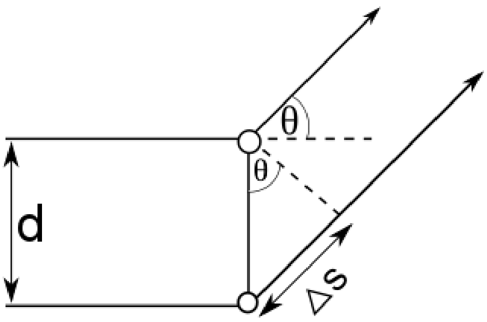


Abbildung 5: Strahlengang in der Glasfaser

$$\Delta s = d\sin(\theta) \tag{16}$$

## Aufgabe 3.2

Phasenverschiebung zwischen benachbarten Oszillatoren:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin(\theta) \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
E(\theta) &= E_i\left(e^0 + e^{i\Delta\varphi} + e^{2i\Delta\varphi} + \ldots + e^{i(N-1)\Delta\varphi}\right) \qquad (18)\\
&= E_i \sum_{j=0}^{N-1}\left(e^{i\Delta\varphi}\right)^j = E_i\,\frac{1-e^{Ni\Delta\varphi}}{1-e^{i\Delta\varphi}}\ (^{**})\\
&= E_i\,\frac{e^{Ni\frac{\Delta\varphi}{2}}\left(e^{-Ni\frac{\Delta\varphi}{2}} - e^{Ni\frac{\Delta\varphi}{2}}\right)}{e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}}\left(e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} - e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}}\right)}\\
&= E_i\, e^{(N-1)i\frac{\Delta\varphi}{2}}\,\frac{\sin(N\frac{\Delta\varphi}{2})}{\sin(N\frac{\Delta\varphi}{2})}
\end{aligned}$$

### Aufgabe 3.3

- $$I(\theta) \sim E(\theta)E^*(\theta) = E_i^2 \frac{\sin^2(N\frac{\Delta\varphi}{2})}{\sin^2(N\frac{\Delta\varphi}{2})} \tag{19}$$

- alternativ ausgehend von (**)

$$\begin{aligned} I(\theta) \sim E(\theta)E^*(\theta) &= E_i^2 \frac{\left(1-e^{Ni\Delta\varphi}\right)\left(1-e^{-Ni\Delta\varphi}\right)}{\left(1-e^{i\Delta\varphi}\right)\left(1-e^{-i\Delta\varphi}\right)} \\ &= E_i^2 \frac{1-e^{Ni\Delta\varphi}-e^{-Ni\Delta\varphi}+1}{1-e^{i\Delta\varphi}-e^{-i\Delta\varphi}+1} \\ &= E_i^2 \frac{2+2\cos(N\Delta\varphi)}{2+2\cos(N\Delta\varphi)} \\ &= E_i^2 \frac{\sin^2(N\frac{\Delta\varphi}{2})}{\sin^2(N\frac{\Delta\varphi}{2})} \end{aligned} \tag{20}$$

## Aufgabe 4 (8 Punkte)

- abgestrahlte Leistung des Feuers:

$$P_F = \sigma A_F T_F^4 = \sigma 4\pi \left(\frac{D_F}{2}\right)^2 T_F^4 \tag{21}$$

- Anteil der abgestrahlten Leistung, der die Kartoffel erreicht:

$$\eta = \frac{\text{Querschnittsfläche Kartoffel}}{\text{Kugelschale mit Radius: } a+\frac{D_F}{2}} = \frac{\pi\, r_K^2}{4\pi\left(a+\frac{D_F}{2}\right)^2} = \frac{\pi\left(\frac{3}{4}\frac{V_K}{\pi}\right)^{(2/3)}}{4\pi\left(a+\frac{D_F}{2}\right)^2} \tag{22}$$

- von Kartoffel abgestrahlte Leistung:

$$P_K = \eta P_F = \frac{\sigma\pi\left(\frac{D_F}{2}\right)^2 T_F^4 \left(\frac{3}{4}\frac{V_K}{\pi}\right)^{(2/3)}}{\left(a+\frac{D_F}{2}\right)^2} \tag{23}$$

- Kartoffel bei Änderung von $T$: $\Delta T = (T_G - T_K)$ weggeführte Wärmemenge:

$$\Delta Q = C_w \Delta T = c_w V_K \rho_K (T_G - T_K) \tag{24}$$

$c_w$: spezifische Wärmekapazität von Wasser
$\rho_w$: Dichte von Wasser

- Kartoffel, die in der Zeit $t_{\text{Gar}}$ zugeführte Wärmemenge:

$$\Delta Q = P_K t_{\text{Gar}} \tag{25}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} t_{\text{Gar}} &= \frac{c_w V_K \rho_w (T_G - T_K)}{\sigma\pi\left(\frac{3}{4}\frac{V_K}{\pi}\right)^{2/3} T_F^4} \frac{\left(a+\frac{D_F}{2}\right)^2}{\left(\frac{D_F}{2}\right)^2} \\ &= \frac{c_w V_K^{1/3} \rho_w (T_G - T_K)}{\sigma\left(\frac{3}{4}\right)^{2/3}\pi^{5/3}\, T_F^4} \frac{\left(a+\frac{D_F}{2}\right)^2}{\left(\frac{D_F}{2}\right)^2} \end{aligned} \tag{26}$$

# Aufgabe 5 (13 Punkte)

Adiabatengleichungen:

$$pT^{\kappa-1} = \text{const} \tag{27}$$
$$pV^{\kappa} = \text{const.} \tag{28}$$

## Aufgabe 5.1

$1 \to 2$ adiabatische Kompression

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{29}$$
$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{f+2}}$$

$2 \to 3$ isochor

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \tag{30}$$
$$\Rightarrow p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2}$$

$3 \to 4$ adiabatische Entspannung

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \qquad \text{mit } p_4 = p_1 \tag{31}$$
$$\Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{2}{f+2}}$$

## Aufgabe 5.2

$1 \to 2$ adiabatische Kompression

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \tag{32}$$
$$\Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{f}{f+2}}$$

$2 \to 3$ isochor
$V_3 = V_4$

$3 \to 4$ adiabatische Entspannung

$$\frac{V_4}{V_3} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \tag{33}$$
$$\Rightarrow V_4 = V_3 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1}\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{f}{f+2}}$$

## Aufgabe 5.3

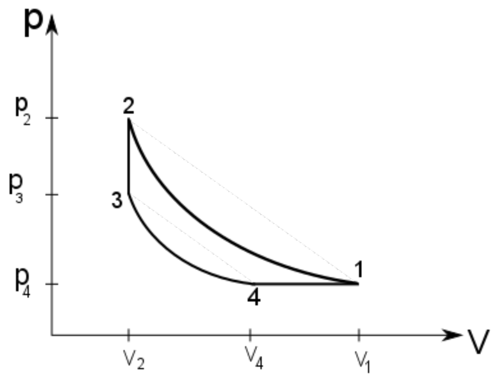


Abbildung 6: Das p-V-Diagramm

## Aufgabe 5.4

$1 \rightarrow 2$ adiabatische Kompression

$$\Delta U_{12} = \frac{f}{2} N k_B (T_2 - T_1) \tag{34}$$

$3 \rightarrow 4$ adiabatische Entspannung

$$\Delta U_{34} = \frac{f}{2} N k_B (T_4 - T_3) \tag{35}$$

## Aufgabe 5.5

- Die Schritte $1 \rightarrow 2$ und $3 \rightarrow 4$ sind beide adiabatisch $\Rightarrow \Delta Q = 0$
- der 1. Hauptsatz ($\Delta U = \Delta W + \Delta Q$) wird zu $\Delta U = \Delta W$
- $|W_{12}| = |\Delta U_{12}|$, $|W_{34}| = |\Delta U_{34}| \Rightarrow$ Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{|W_{12}|}{|W_{34}|} = \frac{|T_4 - T_3|}{|T_2 - T_1|} \tag{36}$$

# Aufgabe 6 (9 Punkte)

- allgemeine Gasgleichung ($pV = nRT$):
  - Gefäß 1:

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= N_0 k_B T_0 \\ N_0 &= \frac{p_0 V_0}{k_B T_0} \end{aligned} \tag{37}$$

  - Gefäß 2:

$$\begin{aligned} 2 p_0 V_0 &= N_2 k_B \frac{T_0}{2} \\ N_2 &= \frac{4 p_0 V_0}{k_B T_0} \end{aligned} \tag{38}$$

$$S = -k_B \sum_{k=1}^{2} N_4 \ln\left(\frac{N_4}{N}\right) \tag{39}$$

$k$ - Gefäß, $N_k$ - Teilchenanzahl in Gefäß $k$, $N = N_0 + N_2 = 5N_0$ gesamte Teilchenanzahl

- vor öffnen:

$$\begin{aligned} S &= -k_B \left(N_0 \ln\left(\frac{N_0}{5N_0}\right) + 4N_0 \ln\left(\frac{4N_0}{5N_0}\right)\right) \\ &= -k_B N_0 \left(\ln\left(\frac{1}{5}\right) + 4\ln\left(\frac{4}{5}\right)\right) \\ &= -k_B N_0 \left(-\ln(5) + 4\ln\left(\frac{4}{5}\right) - 4\ln(5)\right) \\ &= -k_B N_0 \left(8\ln(2) - 5\ln(5)\right) \end{aligned} \tag{40}$$

- nach dem Öffnen: in jedem Gefäß sind die Hälfte der Teilchen, also $\frac{5}{2}N_0$

$$S_N = -2\, k_B \frac{5}{2} N_0 \ln\left(\frac{\frac{5}{2}N_0}{5N_0}\right) = -k_B 5 N_0 \ln\left(\frac{1}{2}\right) = k_B N_0\, 5\ln(2) \tag{41}$$

- Entropieanstieg:

$$\Delta S = S_N - S_V = k_B N_0 (5\ln(2) + 8\ln(2) - 5\ln(5)) = k_B N_0 (13\ln(2) - 5\ln(5)) \tag{42}$$