

Aufgabe 1

12 Punkte

Eine Sammellinse S1 mit der Brennweite $f_1 = 2 \text{ cm}$ steht in einem Abstand von $4,5 \text{ cm}$ vor einer zweiten Sammellinse S2 mit der Brennweite $f_2 = 1 \text{ cm}$. Im Abstand $g = 4 \text{ cm}$ vor der Linse S1 befindet sich ein Gegenstand der Höhe $G = 1 \text{ cm}$. Der Gegenstand wird durch die Linse S1 in ein Zwischenbild mit der Bildweite b_1 abgebildet. Das Zwischenbild wird durch die Linse S2 in das endgültige Bild mit der Bildweite b abgebildet.

- a) Fertigen Sie eine Zeichnung des Strahlengangs unter der Verwendung charakteristischer Strahlen an.
- b) Berechnen Sie die Bildweiten b_1 und b .
- c) Ist das endgültige Bild bei b reell oder virtuell? Begründen Sie Ihre Antwort.
- d) Mit den beiden Linsen S1 und S2 wird ein Mikroskop aufgebaut. Welchen Abstand müssen S1 und S2 haben, damit Ihr Auge bei der Betrachtung von G (immer noch im Abstand $g = 4 \text{ cm}$ vor S1) durch das Mikroskop nicht akkomodieren muss (d.h. es für das Auge scheint, als ob der betrachtete Gegenstand unendlich weit entfernt wäre)?
- e) Fertigen Sie eine Zeichnung des Strahlengangs für die Abbildung von G durch das Mikroskop an. Benutzen Sie dazu geeignete charakteristische Strahlen.
- f) Sie betrachten durch das Mikroskop eine von einer externen Lichtquelle beleuchtete Pflanzenzelle, die selbst kein Licht emittiert. Durch welche Größen wird das prinzipielle Auflösungsvermögen des Mikroskops bestimmt?

Aufgabe 2

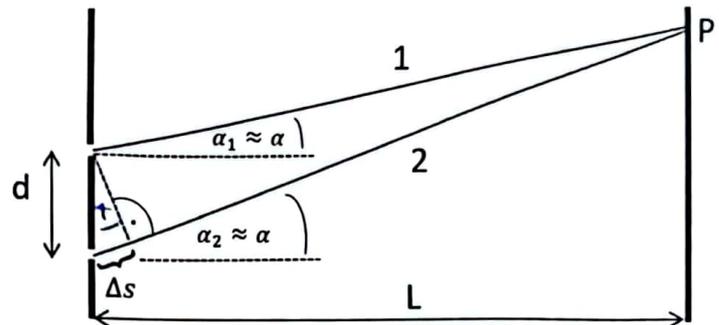
12 Punkte

- a) Erklären Sie anhand des Brechungsgesetzes, was Totalreflexion ist und unter welchen Bedingungen sie auftritt.
- b) Eine Taucherin befindet sich in einem See in einer Tiefe h unter der Wasseroberfläche und blickt durch diese nach oben. Berechnen Sie in Abhängigkeit von h und den Brechungsindizes n_{Wasser} und n_{Luft} die Fläche A des Ausschnitts der Wasseroberfläche, welcher der Taucherin durchsichtig erscheint. Zeichnen Sie dazu eine Skizze.
- c) Was sieht die Taucherin im durchsichtigen Flächenausschnitt von der Umgebung? Was sieht sie außerhalb des Flächenausschnitts?
- d) Ein Lichtstrahl (unpolarisiert) fällt unter dem Brewster-Winkel aus Luft auf eine Grenzfläche zu einem Medium mit einem Brechungsindex $n > 1$. Zeigen Sie in einer Skizze, wie der reflektierte und der gebrochene Strahl polarisiert sind. Wie kann man den Brewster-Winkel nutzen, um linear polarisiertes Licht zu erzeugen?
- e) Ein Lichtstrahl (unpolarisiert) fällt senkrecht (Einfallswinkel 0° zum Lot) auf einen doppelbrechenden Kristall, dessen optische Achse um einen Winkel α gegen die Eintrittsfläche geneigt ist. Zeigen Sie in einer Skizze, wie das Licht sich im Kristall ausbreitet und welche Polarisation es hat. Wie kann man Doppelbrechung nutzen, um linear polarisiertes Licht zu erzeugen?

Aufgabe 3

12 Punkte

Kohärentes Licht der Wellenlänge λ fällt senkrecht auf einen Doppelspalt. Der Abstand L der Spalte vom Schirm dahinter ist sehr viel größer als der Abstand d der beiden Spalte voneinander ($L \gg d$). Die Breiten der Spalte können gegen d und λ vernachlässigt werden.



Nach dem Huygensschen Prinzip ist jeder Spalt Ausgangspunkt einer Kugelwelle. Die Kugelwellen sind amplituden- und phasengleich und haben die Wellenlänge λ . Im Folgenden sollen nicht die Wellenfronten selbst betrachtet werden, sondern nur die Ausbreitungsrichtungen („Strahlen“), die senkrecht auf den Wellenfronten stehen.

- Was versteht man unter kohärenter Strahlung? Was ist eine mögliche Quelle für diese?
- Zwei Strahlen 1 und 2, die unter annähernd gleichem Winkel α die beiden Spalte verlassen, interferieren miteinander und legen dadurch die Intensität am Punkt P auf dem Schirm fest (siehe Skizze). Berechnen Sie den Gangunterschied Δs zwischen den beiden Strahlen abhängig von d und α . Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis durch die Kleinwinkelnäherung.
- Unter welchen Winkeln α kommt es zu konstruktiver Interferenz zwischen den Strahlen 1 und 2?
- Unter welchen Winkeln α kommt es zu destruktiver Interferenz zwischen den Strahlen 1 und 2?
- Die Intensität $I(\alpha)$ des Interferenzbildes auf dem Schirm kann man als Betragsquadrat der Fourier-Transformierten der Transmissionsfunktion des Doppelspalts berechnen. Führen Sie diese Rechnung durch. Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich und benutzen Sie dazu an geeigneter Stelle den Zusammenhang $\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$.
- Bei welchen Winkeln α treten Maxima und Minima von $I(\alpha)$ auf? Vergleichen Sie mit Ihren Ergebnissen aus c) und d).

Aufgabe 4

12 Punkte

Eine Stirling-Maschine ist ein Heißluftmotor, in dem Luft abwechselnd in Kontakt mit einer Wärmequelle (etwa einer Glühkerze oder einer sonnengeheizten Metallfläche) und mit einer Kühlung gebracht wird. Dies führt in erster Näherung zu folgenden Prozess-Schritten: Im Wärmekontakt mit dem heißen Reservoir erfolgt eine isochore ($V = V_1$) Drucksteigerung von p_1 auf p_2 und anschließend eine isotherme Expansion bei T_2 . Im Wärmekontakt mit dem kalten Reservoir kommt es zur isochoren ($V = V_2$) Drucksenkung von p_3 auf p_4 und anschließend zur isothermen Kompression bei T_1 ($< T_2$).

Hinweis: Betrachten Sie Luft als ideales Gas mit f Freiheitsgraden und Stoffmenge n .

- Zeichnen Sie ein qualitatives p-V-Diagramm des Stirling-Prozesses.
- Berechnen Sie für jeden Prozess-Schritt die am Gas verrichtete Arbeit ΔW und die übertragene Wärmemenge ΔQ , abhängig von den oben genannten Temperaturen T_1, T_2 und Volumina V_1, V_2 .
- Berechnen Sie die während eines kompletten Umlaufs geleistete mechanische Arbeit ΔW_{ges} und die während der ersten beiden Prozess-Schritte dem heißen Reservoir entnommene Wärmemenge ΔQ_{ex} . Prüfen Sie für ΔW_{ges} und ΔQ_{ex} , ob sie größer oder kleiner als 0 sind.
- Berechnen Sie den Wirkungsgrad $\eta = |\Delta W_{ges}| / |\Delta Q_{ex}|$ und zeigen Sie, dass er immer kleiner als der Carnot-Wirkungsgrad $\eta = (T_2 - T_1) / T_2$ ist.
- Welche Funktion hat eine Maschine, bei der der Prozess in umgekehrter Richtung abläuft?

Aufgabe 5

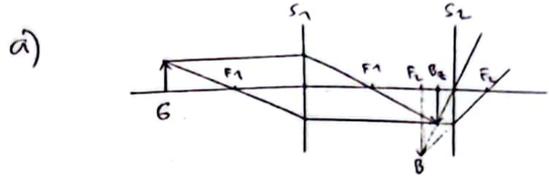
12 Punkte

- Wie lautet die thermische Zustandsgleichung idealer Gase (allgemeine Gasgleichung)?
- Ein thermisch isoliertes Gefäß besteht aus zwei Kammern 1 und 2 mit den Volumina V_1 und V_2 , die durch eine Scheidewand getrennt sind. In Kammer 1 befindet sich ein ideales Gas der Stoffmenge n mit f Freiheitsgraden und der Temperatur T . Die Scheidewand wird entfernt. Berechnen Sie die Änderungen ΔT der Temperatur und ΔS der Entropie des Gases abhängig von n, f, V_1, V_2 .
- Durch welchen Transportprozess gelangen Gasmoleküle aus Kammer 1 in Kammer 2? Geben Sie eine Differentialgleichung an, welche die zeitliche und räumliche Verteilung der Teilchenzahldichte $\rho(\vec{r}, t)$ des Gases beschreibt.
- Wie kann die allgemeine Gasgleichung nach Van-der-Waals modifiziert werden, um das Verhalten realer Gase zu beschreiben? Erklären Sie insbesondere die physikalische Bedeutung der beiden neuen Parameter a und b , die zu diesem Zweck eingeführt wurden.
- Der in Aufgabenteil b) beschriebene Prozess wird für ein reales Gas durchgeführt. Berechnen Sie die Änderung ΔT der Temperatur abhängig von n, f, V_1, V_2 . Ist diese größer, gleich oder kleiner Null? Hinweis: die innere Energie eines realen Gases ist gegeben durch $U = \frac{f}{2} nRT + \frac{an^3}{V}$.
- Eine Möglichkeit zur Abkühlung eines idealen oder eines realen Gases ist seine adiabatische Expansion gegen einen konstanten äußeren Druck p_0 . Zeigen Sie für ein ideales Gas, dass die Temperatur des Gases dabei abnimmt.
- Beschreiben Sie den Joule-Thompson-Prozess in seinen wesentlichen Aspekten (drei bis vier Sätze): Wie wird der Prozess durchgeführt? Welche Größe bleibt konstant? Wie ändert sich die Temperatur bei Verwendung eines realen Gases?

Note	Punkte
1,0	60-54,5
1,3	53-51
1,7	50,5-47,5
2,0	47-44
2,3	43,5-40,5
2,7	40-37
3,0	36,5-33,5
3,3	33-30
3,7	29,5-26,5
4,0	26-23
5,0	22,5-0



Aufgabe 1



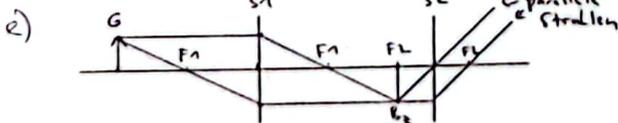
a) Abbildungsgleichung: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b = \frac{g \cdot f}{g - f}$

- $b_2 = \frac{g_2 \cdot f_2}{g_2 - f_2} = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}}{(4,5 - 1) \text{ cm}} = \frac{4,5}{3,5} \text{ cm} \approx 1,29 \text{ cm}$
- $b = \frac{g_1 \cdot f_1}{g_1 - f_1} = \frac{4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{(4 - 2) \text{ cm}} = \frac{8}{2} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$

c) Das Bild ist virtuell, da $b < 0$ ist, bzw. da das Bild nicht durch konvergierende Lichtstrahlen gebildet wird, die auf einem Schirm aufgefangen werden könnten. Anstatt dessen scheinen die divergierenden Strahlen vom Bild herzukommen, wenn man sie rückwärts verlängert.

- d) • Das Auge ist entspannt bei Betrachtung eines Gegenstands im Unendlichen, von dem die Lichtstrahlen parallel ins Auge fallen.
- Beim Mikroskop betrachtet man durch das Okular S_2 das Bild B_2 von G , das durch das Objektiv S_1 entsteht. Die Strahlen von B_2 verlaufen S_2 parallel in Richtung Auge, wenn sich B_2 in der Brennebene F_2 von S_2 befindet.

\Rightarrow Abstand $S_1 - S_2$: $a = b_2 + f_2 = 5 \text{ cm}$



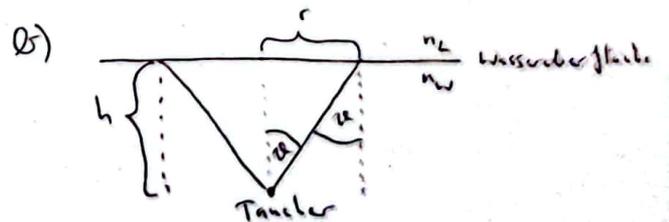
f) • Das Auflösungsvermögen ist durch das Abbe-Kriterium gegeben:

$$d_{\min} \geq \frac{\lambda}{2n \sin \alpha} \quad (= \frac{\lambda}{2NA})$$

- Bestimmende Größen sind also die Lichtwellenlänge λ , der Brechungsindex n , der Objektivöffnungswinkel α (bzw. die numerische Apertur NA).

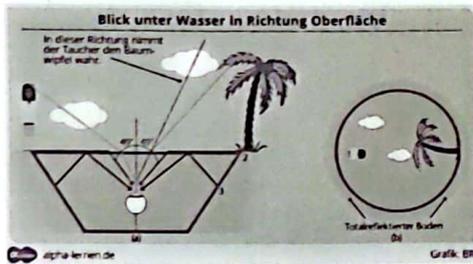
Aufgabe 2

- a) • Brechungsgesetz: $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$
- da $\sin \beta$ maximal 1 ist, nur im Fall von $n_1 > n_2$ für α gelten: $\sin \alpha \leq \frac{n_2}{n_1}$, damit die Welle ins Medium 2 eintreten kann.
 - gilt $\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$, wird alles Licht an der Grenzfläche reflektiert. \rightarrow Totalreflexion.
 - Grenzwinkel der Totalreflexion: $\sin \alpha_G = \frac{n_2}{n_1}$



- Grenzwinkel der Totalreflexion: $\alpha_G = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$
- durchsichtige Fläche $A = r^2 \pi = (h \cdot \tan \alpha_G)^2 \pi$

- c) - Der Taucher sieht im Flächenausschnitt die gesamte Umgebung. Das von Gegenständen außerhalb des Wassers in Richtung Wasseroberfläche gestrahlte Licht wird beim Aufstrahlen auf die Wasseroberfläche zum Einfallslot hin gebrochen, kann also auf jeden Fall ins Wasser übergehen.
- Die Gegenstände außerhalb des Wassers erscheinen dem Taucher allerdings noch vorne positioniert und verzerrt, da die Abhebung des Lichts durch die Brechung umso größer ist, je größer der Einfallswinkel ist.
 - Außerhalb des dunkelblauen Flächenausschnitts sieht der Taucher das Spiegelbild des Bodens an der Wasseroberfläche.

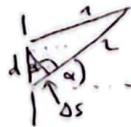


Aufgabe 3

- a) Kohärente Strahlung: Elektromagnetische Wellen, die in Bezug auf ihre räumliche und zeitliche Ausbreitung eine feste Phasenbeziehung aufweisen.

Mögliche Quellen für kohärente Strahlung: Laser, Synchrotron

b) $\Delta s = d \cdot \sin \alpha$
 $\approx d \cdot \alpha$



- c) - Phasenunterschied zwischen 1 und 2

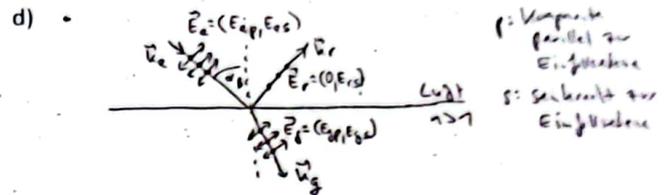
$$\Delta \varphi \approx \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} d \alpha$$

- konstruktive Interferenz \Leftrightarrow

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \alpha = 2m\pi, \quad m \in \mathbb{Z}$$

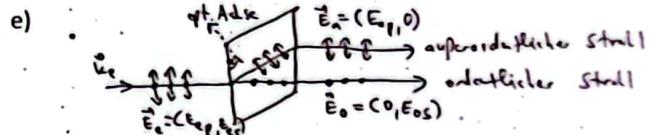
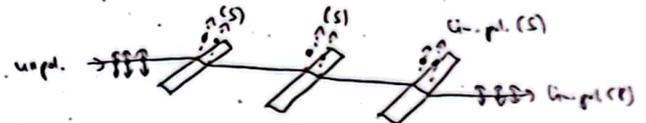
- d) destruktive Interferenz \Leftrightarrow

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \alpha = (2m+1)\pi, \quad m \in \mathbb{Z}$$

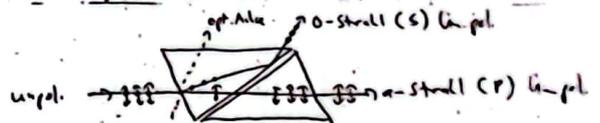


- Erzeugung von lin. polarisiertem Licht:

Man nimmt den reflektierten Strahl, der bereits linear polarisiert (S) ist, oder man lässt den gebrochenen Strahl durch mehrere Brewster-Flächen laufen. Nach jedem Durchgang ist er stärker linear polarisiert (P).



- Erzeugung von lin. pol. Licht: man trennt durch eine geeignete Vorrichtung den außerordentlichen und den ordentlichen Strahl



- e) Transmissionsfunktion:

$$T(x) = \delta(x - \frac{d}{2}) + \delta(x + \frac{d}{2})$$

- Fourier-Transformation ($u_x = \frac{h\nu'}{L}$)

$$\int_{-\infty}^{\infty} T(x) e^{ikx} dx = \int_{-\infty}^{\infty} (\delta(x - \frac{d}{2}) + \delta(x + \frac{d}{2})) e^{ikx} dx$$

$$= e^{+ik \cdot d/2} + e^{-ik \cdot d/2} = 2 \cos\left(\frac{h\nu' d}{2L}\right)$$

- Intensitätsverteilung $J(x')$ ist Betragquadrat hiervon (bis auf Vorzeichen)

$$\Rightarrow J(x') \sim \left| 2 \cos\left(\frac{h\nu' d}{2L}\right) \right|^2 = 4 \cos^2\left(\frac{h\nu' d}{2L}\right)$$

$$= 2(\cos\left(\frac{h\nu' d}{L}\right) + 1) \quad [\text{da } \cos(2x) = 2\cos^2 x]$$

$$= 2(\cos(h\nu' d \sin \alpha) + 1)$$



$$f) k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \sin \alpha \approx \alpha$$

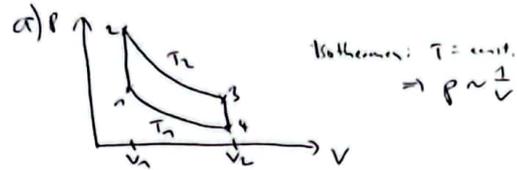
$$\Rightarrow \int(\alpha) \sim 2 \left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} d \alpha\right) + 1 \right)$$

• Maxima für $\frac{2\pi}{\lambda} d \alpha = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$
entspricht konstruktiver Interferenz in c)

• Minima für $\frac{2\pi}{\lambda} d \alpha = (2m+1)\pi, m \in \mathbb{Z}$
entspricht destruktiver Interferenz in d)



Aufgabe 4



a) 1. HS: $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

• 1 → 2: $\Delta U = \int p dV = 0$, da $V = \text{const}$
 $\Delta Q = \Delta U = \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{2} n R dT = \frac{1}{2} n R (T_2 - T_1)$

• 2 → 3: $\Delta U = \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{n R T_2}{V} dV$
 $= -n R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\Delta U = 0$, da $T = \text{const}$

$\Delta Q = -\Delta W = n R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$

• 3 → 4: $\Delta U = 0$, da $V = \text{const}$.
 $\Delta Q = \Delta U = \frac{1}{2} n R (T_2 - T_1)$

• 4 → 1: $\Delta W = -n R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

$\Delta U = 0$, da $T = \text{const}$

$\Delta Q = -\Delta W = n R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

c) $\Delta W_{\text{gen}} = \sum \Delta W = -n R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} - n R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$
 $= -n R (T_2 + T_1) \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$, da $T_2 > T_1$
und $V_2 > V_1$

$\Delta Q_{\text{ex}} = \Delta Q_{1 \rightarrow 2} + \Delta Q_{2 \rightarrow 3}$
 $= \frac{1}{2} n R (T_2 - T_1) + n R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$
 > 0 , da $T_2 > T_1$ und $V_2 > V_1$

d) $\eta = \frac{|\Delta W_{\text{gen}}|}{|\Delta Q_{\text{ex}}|} = \frac{n R (T_2 + T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{1}{2} n R (T_2 - T_1) + n R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}$
 $= \frac{T_2 - T_1}{\frac{1}{2} \ln \frac{V_2}{V_1} (T_2 - T_1) + T_2} < \frac{T_2 - T_1}{T_2}$
Carnot-Wirkungsgrad
 > 0 , da $V_2 > V_1$ und $T_2 > T_1$

Prozess in umgekehrter Richtung:
es handelt sich um eine Wärmepumpe
oder eine Kältemaschine

Aufgabe 5

a) allgem Gasgleichung: $pV = N n_B T$ oder $pV = nRT$

b) • $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

• therm. isoliert $\Rightarrow \Delta Q = 0$

• Entfernen der Scheidewand ist keine Arbeit im thermodyn. Sinn $\Rightarrow \Delta W = 0$

$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} n R \Delta T = 0$

$\Rightarrow \Delta T = 0$

• Berechnung von ΔS über isotherme Expansion als reversibler Erstschritt mit ident. Anfangs- und Endzuständen wie in b) beschriebenen Prozess

$\Delta S = R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$

c) Transportprozess: Diffusion, Brownsche Bewegung, Random Walk, Zufallsbewegung aufgrund von Stößen

• DGL: $\frac{\partial S(\vec{r}, t)}{\partial t} = D \cdot \Delta S(\vec{r}, t)$

$$d) \left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad \text{v.d.W.-G.}$$

a: Kohäsionsdruckparameter

Bei tiefen Temperaturen und hohen Dichten ist die potentielle Energie der Gasmoleküle aufgrund ihrer gegenseitigen Anziehung nicht mehr vernachlässigbar gegenüber ihrer kinetischen Energie. Es resultiert eine Gesamtkraft auf alle Moleküle, die von der Grenzfläche des Gasvolumens nach innen gerichtet ist und dem Binnendruck $p_0 = \frac{an^2}{V^2}$ beiträgt, der zusätzlich zum äußeren Druck p wirkt.

b: Kohäsion

Bei hohen Drücken wird die Gasdichte so hoch, dass das Eigenhohlraum der Gasmoleküle nicht mehr vernachlässigt werden kann gegenüber dem Volumen V_f das dem Gas zur Verfügung steht. Betrachtet man die Gasmoleküle als Kugeln, so ist der freie Volumen $V - nb$ mit $b = 4V_e$ (V_e : Eigenhohlraum einer Gasmoleküle).



$$e) \text{ - reales Gas: } U = \frac{f}{2} nRT + \frac{an^2}{V}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{f}{2} nR(T_2 - T_1) - an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

$$= 0, \text{ da } \Delta Q = 0, \Delta W = 0$$

$$\Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = - \frac{an}{\frac{f}{2} R} \frac{V_2}{V_1(V_2 + V_1)}$$

< 0 , da alle Größen > 0 sind

$$f) dU = dQ + dW$$

$$\text{adiabatisch: } dQ = 0 \Rightarrow dU = dW$$

$$c_v dT = -p dV$$

$$\Rightarrow dT = - \frac{p}{c_v} dV$$

g) Joule-Thomson-Prozess:

- Adiabatische, isenthalpe Expansion eines Gases durch eine Scheidewand oder Drossel, wobei der Druck auf beiden Seiten der Scheidewand unterschiedlich ist und konstant gehalten wird ($p_1 > p_2$).
- Die Enthalpie bleibt konstant.
- Die Temperatur eines realen Gases kann sich bei dem Prozess erniedrigen oder erhöhen. Dies ist abhängig davon, ob die Anfangstemperatur größer oder kleiner ist als die sogenannte Inversionstemperatur, eine gasspezifische Konstante. Außerdem hängt die Temperaturänderung entsprechend der gasspezifischen Inversionsdruckkurve davon ab, welcher konkrete Druck anliegt.
- Der Joule-Thomson-Effekt wird im Linde-Verfahren zur Luftverflüssigung eingesetzt.