

ÜBUNGSAUFGABEN (II)

(Besprechung am Donnerstag, dem 5.11.2009)

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Rekapitulieren Sie die in der Vorlesung gezeigte Ableitung der dielektrischen Funktion $\epsilon(\omega)$ eines auf Lorentz-Oszillatoren basierenden Festkörpersmodells und verallgemeinern Sie die Lösung für eine endliche Dämpfung der Oszillatoren mit dem Koeffizienten γ . Verwenden Sie hierzu die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} = -m\gamma\dot{x} - QE - Dx$$

mit $E(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$ und dem komplexen Lösungsansatz $x(t) = x_0 \exp(-i\omega t)$. Die Nomenklatur entspricht der in der Vorlesung benutzten. Skizzieren Sie den Verlauf von $\epsilon_1(\omega)$ und $\epsilon_2(\omega)$ der komplexen dielektrischen Funktion $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ im Intervall $[0..2\Omega]$ mit Dämpfungskoeffizienten $\gamma = 0.1\Omega$, worin Ω die Resonanzfrequenz des ungedämpften Oszillators darstellt.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sie möchten an einem voraussichtlich recht kalten Novembertag ($T = 10^\circ\text{C}$ und $P = 1013\text{ hPa}$) Ihrem/einem Kind auf der Herbstmesse' einen mit reinem Helium gefüllten Ballon (Volumen $V_0 = 10\text{ l}$) schenken, um damit einen Brief in „die weite Welt“ zu schicken. Wie schwer darf der Brief maximal sein, damit der Ballon nicht zu Boden sinkt? Auf welche Höhe über Karlsruhe kann der Ballon (bei gleicher Lufttemperatur) maximal steigen, wenn er bei einer Volumenzunahme über 20% platzen würde? Vernachlässigen Sie den leichten Überdruck im Ballon.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Die mittlere quadratische Geschwindigkeit $\overline{v^2}$ der Teilchen eines idealen Gases lässt sich sowohl mit Hilfe des Gleichverteilungssatzes als auch mittels der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung $f(v)$ bestimmen. Zeigen Sie, dass beide Wege zu demselben Ergebnis führen. Können Sie damit ausrechnen, wie weit sich ein Teilchen im Mittel innerhalb einer vorgegebenen Zeit Δt von seinem anfänglichen Ort entfernt? Berechnen Sie schließlich die am häufigsten vorkommende (wahrscheinlichste) Geschwindigkeit \hat{v} eines Teilchens mittels des Maximums von $f(v)$.

(Die auftretenden Integrale dürfen Sie durch Nachschlagen lösen.)