

ÜBUNGSAUFGABEN (III)

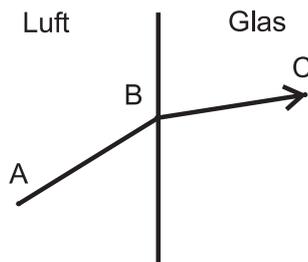
(Besprechung am Donnerstag, dem 12.11.2009)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Betrachten Sie eine ebene elektromagnetische Welle mit Intensität $I = 10^4 \text{ W/m}^2$, die aus dem Vakuum senkrecht auf einen Glashalbraum ($\epsilon = 2.25$, $\mu = 1$) trifft. Eine Reflexion an der Grenzfläche wird durch eine verlustfreie Antireflexbeschichtung unterdrückt. Im Vakuum wird das elektrische Feld beschrieben durch $E(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$ und das B -Feld durch $B(x, t) = B_0 \cos(kx - \omega t)$. Berechnen Sie zunächst E_0 und B_0 im Vakuum. Wie groß sind E_0^{Glas} und B_0^{Glas} im Glas? Wie ändern sich die mit dem elektrischen und magnetischen Feld verbundenen Energiedichten?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Die Brechung von Licht an der ebenen Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes soll ohne Verwendung der Maxwell'schen Gleichungen diskutiert werden.



Stattdessen soll als ad-hoc Hypothese davon ausgegangen werden, dass Licht immer in kürzester möglicher Zeit von einem Ort A zu einem Ort C gelangt (Fermatsches Prinzip, siehe Skizze). Betrachten Sie zur Ableitung des Brechungsgesetzes alle möglichen Wege zwischen A und C, indem Sie die Lage des Ortes B auf der Grenzfläche variieren und mittels des Fermatschen Prinzips den tatsächlichen Lichtweg bestimmen. Die Lichtgeschwindigkeit sei gegeben durch c_0/n mit $n = n_1 \cong 1$ in Luft und $n = n_2 = 1.5$ in Glas.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Gegeben seien n gleichartige Zellen Z_i , $i \in \{1..n\}$, auf die insgesamt N Teilchen zufällig verteilt werden. Zeigen Sie, dass die (nicht normierte!) „thermodynamische Wahrscheinlichkeit“ W , eine bestimmte „Besetzung“ N_1, N_2, \dots, N_n der Zellen Z_i vorzufinden, gegeben ist durch

$$W(N_1, N_2, \dots, N_n) = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdot \dots \cdot N_n!} \quad .$$

Benutzen Sie dann die Stirlingsche Näherungsformel $\ln(N!) \approx N \ln(N) - N$ und die Definition der Entropie $S = -\lambda \ln(W)$, um den in der Vorlesung eingeführten Ausdruck

$$S = -\lambda N \sum_{i=1}^n p_i \ln(p_i) \quad , \quad p_i = N_i/N$$

herzuleiten.