

ÜBUNGSAUFGABEN (XIV)

(Besprechung am Donnerstag, dem 11.2.2010)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

In der Vorlesung wurde die thermischen Strahlung mit der Energiedichte $u(f, T) df$ im Frequenzintervall $[f, f + df]$ diskutiert. Bestimmen Sie die spektrale Lage $f_{\max}$ des Maximums von $u(f, T)$ für die Sonne ($T_S = 5800 \text{ K}$). Gehen Sie dabei vom Planckschen Strahlungsgesetz für einen schwarzen Körper aus:

$$u(f, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{hf/k_B T} - 1}.$$

Leiten Sie zunächst einen allgemeinen Ausdruck für $f_{\max}$ her bevor Sie den Zahlenwert bestimmen. Die spektrale Energiedichte wird oft auch als Funktion der Wellenlänge λ ausgedrückt, $\tilde{u}(\lambda, T)$, so dass $\tilde{u}(\lambda, T) d\lambda$ die Energiedichte im Wellenlängenintervall $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ darstellt. Bestimmen Sie zunächst die Funktion $\tilde{u}(\lambda, T)$ aus $u(f, T)$. Bestimmen Sie dann die Lage des Maximums $\lambda_{\max}$ der Funktion $\tilde{u}(\lambda, T)$ bei T_S und zeigen Sie, dass $\lambda_{\max} \neq c/f_{\max}$ ist. Wie erklären Sie sich das?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Aus dem Altertum wird berichtet, dass Archimedes mit Hilfe von Spiegeln gegnerische Schiffe in Brand gesetzt hat. Glauben Sie das? Schätzen Sie unter Verwendung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes ab, wieviele Planspiegel einer Größe von 1 m^2 nötig wären, um unter idealen Bedingungen auf einer Entfernung von $d = 50 \text{ m}$ eine Temperatur von etwa 600°C zu erzeugen. Welche maximale Temperatur könnte mit einer unbegrenzten Zahl optimierter Hohlspiegel erreicht werden?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Reinhold Messner möchte als erster Mensch überhaupt auf dem Mount Everest ($h \approx 8850 \text{ m}$) ein Ei kochen. Aufgrund des geringen Luftdruckes ist die Siedetemperatur des Wassers allerdings deutlich erniedrigt. Um die Garzeit zu beschleunigen, nimmt er deshalb einen „Schnellkochtopf“ (Dampfhochdrucktopf) mit. Berechnen Sie die Siedetemperaturen T_S des Wassers auf dem Mount Everest mit und ohne Schnellkochtopf, wenn dieser einen maximalen Überdruck von $\Delta P = 630 \text{ hPa}$ zulässt. Verwenden Sie dazu die barometrische Höhenformel bei konstanter Temperatur $T = 20^\circ \text{C}$. *Hinweis:* Die Dampfdruckkurve von Wasser lässt sich im hier relevanten Temperaturbereich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion darstellen, $P_D = P_0 \exp(-\Lambda/RT_S)$, mit der Verdampfungswärme $\Lambda = 40.8 \text{ kJ/mol}$ und $P_0 = 4.911 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Die Wärmekapazität $C = \delta Q/dT$ eines Körpers ist keine Zustandsgröße, sondern abhängig von den experimentellen Bedingungen, unter denen sie gemessen wird. Es ist daher sehr vorteilhaft, wenn C über eine geeignete Zustandsfunktion bestimmt werden kann. Zeigen Sie zunächst unter Verwendung von $dU = \delta Q - P dV$, dass sich die Wärmekapazität bei konstantem Volumen C_V als partielle Ableitung der inneren Energie $U(T, V)$ nach der Temperatur ausdrücken lässt, $C_V = (\frac{\partial U}{\partial T})_V$. Wir suchen dann eine Zustandsfunktion $H(T, P)$ mit der sich die Wärmekapazität bei konstantem Druck C_P ebenfalls über eine partielle Ableitung ergibt, also $C_P = (\frac{\partial H}{\partial T})_P$. Zeigen Sie, dass die Funktion $H = U + P V$, also die Enthalpie, genau diese Eigenschaft erfüllt. Bestimmen Sie $H(T, P)$ für ideale Gase und berechnen Sie damit C_P .