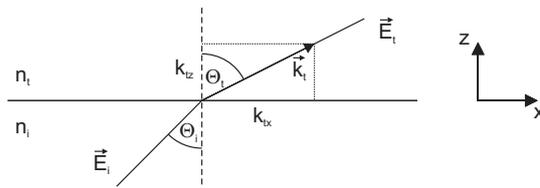


## ÜBUNGSAUFGABEN (IV)

(Besprechung am Donnerstag, dem 18.11.2010)

### Aufgabe 1: (6 Punkte)



Die Totalreflexion wird in der Mikroskopie zunehmend zur Beobachtung dynamischer Vorgänge in lebenden Zellen eingesetzt, da so die Beleuchtung in axialer Richtung auf wenige 100 nm begrenzt werden kann. Das von der Glasseite ( $n_i = 1.52$ ) eingestrahelte Licht dringt an der Oberfläche in das optisch dünnere Medium (Wasser,  $n_t = 1.33$ ) ein, wird aber mit wachsendem Abstand von der Grenzfläche exponentiell abgeschwächt. Zeigen Sie, dass bei Totalreflexion das 'transmittierte' elektrische Feld  $\vec{E}_t$  eine entlang der Grenzfläche propagierende Welle mit exponentieller Dämpfung im optisch dünneren Medium ist. Berechnen Sie dazu das transmittierte Feld

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{t0} e^{i(\vec{k}_t \vec{r} - \omega t)} \quad \text{mit} \quad \vec{k}_t \vec{r} = |\vec{k}_t| \sin \Theta_t \cdot x + |\vec{k}_t| \cos \Theta_t \cdot z$$

für  $\sin \Theta_t > 1$ ! Bestimmen Sie die Wellenlänge  $\lambda_t$  von  $\vec{E}_t$  sowie die Eindringtiefe  $d$  in das optisch dünnere Medium, bei der  $|\vec{E}_t|$  auf  $E_{t0}/e$  abgeklungen ist (Vakuumwellenlänge des einfallenden Lichts sei  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$  und  $\Theta_i = 70^\circ$ ). *Tipp*: Ersetzen Sie  $\cos \Theta_t$  durch einen Ausdruck mit  $\sin \Theta_t$  und wenden Sie dann das Brechungsgesetz an.

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

In drei gleichartigen Gefäßen befinden sich unterschiedliche ideale Gase mit den Molzahlen  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$  und  $n_3 = 3$ . Nun werden die drei Gefäße durch Öffnen von Ventilen miteinander verbunden. Wie groß ist der Anstieg der Entropie (in J/K und bit)? Wie ändert sich das Ergebnis, wenn es sich um drei gleiche Gase handelt?

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

Die Zustandsgrößen eines thermodynamischen Systems sind von besonderer Bedeutung, da ihre jeweilig aktuellen Werte nur voneinander abhängen, aber nicht von den Zwischenzuständen, die zum betrachteten Zustand geführt haben. Um diese Prozessunabhängigkeit zu gewährleisten, muss das Differential einer Zustandsgröße  $F(x, y)$  eine *Integrabilitätsbedingung* erfüllen: wenn  $dF(x, y) = A(x, y) dx + B(x, y) dy$ , dann wird gefordert, dass

$$A(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} ; B(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial B(x, y)}{\partial x} .$$

Betrachten Sie für ein monoatomares ideales Gas das Differential  $\delta Q_{\text{rev}}$  als Funktion von  $T$  und  $V$  und zeigen Sie, dass die insgesamt reversibel zugeführte Wärme  $Q_{\text{rev}}$  keine Zustandsgröße ist. Zeigen Sie weiter, dass mit der Ersetzung  $\delta Q_{\text{rev}} = T dS$  die Größe  $S$  dagegen die Integrabilitätsbedingung erfüllt. Bestimmen Sie  $S(T, V)$  für das ideale Gas durch Integration von  $dS$ .