Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber
Übungen zur Physik III, WS 2010/11

ÜBUNGSAUFGABEN (XII)
(Besprechung am Donnerstag, 27.1.2011)

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Gegeben sei ein plankonvexes Objektiv eines Mikroskopes. Seine Brechzahl sei $n = 1.5$, sein Krümmungsradius $r = 1\,\text{cm}$ und sein Durchmesser $d = 1\,\text{cm}$. Schätzen Sie das resultierende Auflösungsvermögen bei einer Wellenlänge von $\lambda = 500\,\text{nm}$ ab.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Nach Öffnen eines schnellen Verschlusses zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine Kathode ($A = 1\,\text{cm}^2$) mit gefiltertem Sonnenlicht ($\lambda = 500 \pm 5\,\text{nm}$, $I = 18\,\text{W/m}^2$) bestrahlt und emittiert daraufhin Elektronen (Photoeffekt). Betrachtet man das Licht als kontinuierliche Welle und seine Absorption durch ein „Atom" als einen rein klassischen Vorgang (z.B. Lorentz-Oszillator), dann benötigt ein Atom der Kathode eine gewisse Zeit Δt bis es genug Energie E_a zur Ablösung eines Elektrons absorbiert hat ($E_a = 2.48$ eV). Berechnen Sie Δt unter der Annahme, dass der Absorptionsquerschnitt eines Atoms $\sigma = 0.1\,\text{nm}^2$ ist. (Der Absorptionsquerschnitt entspricht der mittleren Fläche, die das auftreffende Licht vollständig absorbiert.). Im Teilchenbild entspricht das Licht dagegen einem unregelmäßigen Fluss von Photonen etwa gleicher Energie $E_p = h\,\nu = h\,c/\lambda$. Von wievielen Photonen wird ein Atom im Mittel pro Sekunde getroffen, d.h. wie oft wird ein Photon von dem Atom absorbiert?
Wie unterscheiden sich die Ergebnisse der beiden Bilder bzgl. der Elektronenemission nach dem Öffnen des Verschlusses, wenn die Absorption aller Oberflächenatome der Kathode berücksichtigt wird (10^{14}Atome/cm^2)?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Im Gravitationsfeld der Erde ist die Teilchenzahldichte $n(x)$ im thermischen Gleichgewicht (konstante Temperatur T) gegeben durch $n(x) = n_0\,\mathrm{e}^{-\frac{m\,g\,x}{k_\mathrm{B}T}}$ mit Teilchenmasse m und Höhe x. Das Gleichgewicht kann verstanden werden als ein Kompromiß zweier entgegengesetzter Tendenzen. Die Gravitationskraft führt zu einer mittleren Teilchengeschwindigkeit $v_\mathrm{G} = B\,m\,g$ mit reibungsabhängiger Konstante B und in entgegengesetzter Richtung fließt ein Diffusionsstrom $j_\mathrm{D} = -D\,\frac{\partial n}{\partial x}$ mit Diffusionskonstante D. Leiten Sie damit eine Beziehung zwischen B und D her. Bestimmen Sie damit das mittlere Verschiebungsquadrat $\langle x^2 \rangle = 2\,D\,t$ eines sphärischen Teilchens mit Radius a im Falle Stokesscher Reibung.

Bemerkung: Ausgehend von diesen Überlegungen hat Einstein 1905 die ungeordnete Bewegung kleiner Teilchen in Flüssigkeiten (Brownsche Bewegung) theoretisch begründet und der Atomtheorie so zum endgültigem Durchbruch verholfen.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Die Berechnung der spektralen Energiedichte $u(f, T)$ der Schwarzkörperstrahlung ist Max Planck erst mit Hilfe der ad-hoc Annahme quantisierter Energiezustände $E = h\,f$ gelungen, wodurch die Quantenmechanik begründet wurde. Durch Integration über alle Frequenzen f erhält man für die totale Energiedichte der Strahlung die Beziehung $u(T) \propto T^4$. Dieses Gesetz wurde von L. Boltzmann bemerkenswerterweise schon lange vorher aus einer rein thermodynamischen Betrachtung mit Hilfe der Relation zwischen kalorischer und thermischer Zustandsgleichung (siehe Übungsblatt X) gewonnen. Setzen Sie die aus der Optik bekannte Gleichung $P = u/3$ zwischen Strahlungsdruck P und Energiedichte u in die Relation von Blatt X ein und lösen Sie die Differentialgleichung für $u(T)$.