

## ÜBUNGSAUFGABEN (II)

(Besprechung Donnerstag, 3.11.16)

---

Wegen des Feiertags ist der **Abgabetermin** Mittwoch, 2. November, um 8:00 Uhr.

---

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

In der Vorlesung wurde die dielektrische Funktion  $\epsilon(\omega)$  für den ungedämpften Lorentz-Oszillator hergeleitet. Diese läßt sich schreiben als  $\epsilon(\omega) = (\omega_L^2 - \omega^2)/(\omega_T^2 - \omega^2)$  mit der Eigenfrequenz  $\omega_T$  und einer von Ladungsdichte und Masse abhängigen Größe  $\omega_L > \omega_T$ .

- Leiten Sie damit unter Verwendung der Dispersionsrelation des Lichts *in Materie* den Betrag des Wellenvektors  $k = |\vec{k}|$  als Funktion von  $\omega$  ab, also  $k(\omega)$ .
- Berechnen Sie jeweils mindestens 10 gleichmäßig verteilte Werte für  $k(\omega)$  in den Intervallen  $0 \leq \omega \leq \omega_T$  und  $\omega_L \leq \omega \leq 2\omega_L$ . Tragen Sie diese Wertepaare in ein Diagramm für die Dispersionsbeziehung  $\omega(k)$  des Lorentz-Oszillators ein. Zeichnen Sie zum Vergleich ebenfalls die Dispersionsbeziehung  $\omega = c_0 k$  für Licht im Vakuum ein.
- Skizzieren Sie ausgehend von dem Graphen  $\omega(k)$  die zugehörige Gruppengeschwindigkeit als Funktion von  $\omega$  und diskutieren Sie den Verlauf.

Zahlenwerte:  $\omega_T = 1.0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ;  $\omega_L = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ;  $c_0 = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

Elektronen eines Metalls werden durch ein elektrisches Feld der Form  $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$  angeregt. Die Elektronen (Dichte  $N/V$ , Elementarladung  $-e$ , Masse  $m$ ) können dabei näherungsweise als *freie* Elektronen mit vernachlässigbarer Dämpfung betrachtet werden. Stellen Sie für diese Situation die Newtonsche Bewegungsgleichung auf. Bestimmen Sie dann  $x(t)$ , das Dipolmoment  $d(t)$  und die makroskopische Polarisation  $P(t)$ . Zeigen Sie, dass die dielektrische Funktion  $\epsilon(\omega)$  gegeben ist durch

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{e^2 N/V}{m\epsilon_0 \omega^2}.$$

Oberhalb einer bestimmten Kreisfrequenz  $\omega_p$  wird das Metall für die elektromagnetische Strahlung transparent. Drücken Sie  $\omega_p$  als Funktion der obigen Größen aus.

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

In einem Experiment wurden Körper der Masse  $m = 100 \text{ g}$  aus Blei, Kupfer und Aluminium auf  $100^\circ\text{C}$  erhitzt und in  $40 \text{ ml}$  Wasser getaucht. Dabei stieg jeweils dessen Temperatur von der Ausgangstemperatur  $T_0$  auf die Endtemperatur  $T_1$ :

	$T_0/^\circ\text{C}$	$T_1/^\circ\text{C}$
Pb	18.8	23.0
Cu	19.1	30.0
Al	20.1	42.0

Bestimmen Sie die spezifischen und molaren Wärmekapazitäten  $c_s$  (in  $\text{J/kg K}$ ) und  $c_M$  (in  $\text{J/mol K}$ ) der Metalle. Für Wasser gilt  $c_{s, H_2O} = 4.187 \text{ J/g K}$ ; die Wärmekapazität des Gefäßes werde vernachlässigt.