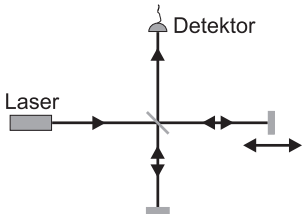
Prof. Dr. M. Wegener / Priv.-Doz. Dr. A. Naber
Übungen zur Klassischen Experimentalphysik III (Optik & Thermodynamik), WS 2016/17

ÜBUNGSAUFGABEN (VIII)
(Besprechung Donnerstag, 15.12.16)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

In einem Michelson-Interferometer wird ein Lichtstrahl mit elektrischem Feld $E(t)$ in zwei gleichstarke Strahlen geteilt, welche nach Durchlaufen verschiedener Arme des Interferometers wieder vereint werden. Einer der Arme kann variabel verlängert werden, so dass das Licht hier eine Zeitverzögerung τ im Vergleich zum Arm fester Länge erfährt. Das elektrische Feld am Detektor ist dann $E_{\mathrm{Det}}(t) = (E(t) + E(t+\tau))/4$ und die gemessene, über die Zeit t gemittelte Intensität $I_{\mathrm{Det}}(\tau)$ („Interferogramm“) ist mit einer Konstanten a gegeben durch



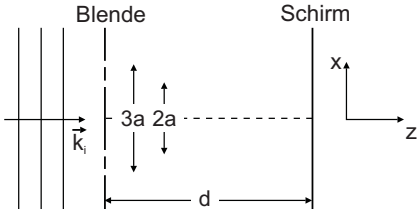
$$I_{\mathrm{Det}}(\tau) = a \cdot \overline{E^2}_{\mathrm{Det}} = \frac{a}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} (E(t) + E(t+\tau))^2 \, \mathrm{d}t \; .$$

Zeigen Sie, dass die Fouriertransformierte von $I_{\mathrm{Det}}(\tau)$ gerade das Spektrum $I(\omega) = a\,\tilde{E}^2(\omega)$ erzeugt, worin $\tilde{E}(\omega)$ die Fouriertransformierte von $E(t)$ darstellt. Skizzieren Sie $I_{\mathrm{Det}}(\tau)$ für den Fall, dass als Lichtquelle ein Laser mit zwei Emissionslinien gleicher Intensität bei den Wellenlängen $\lambda_1 = 632.8\,\mathrm{nm}$ und $\lambda_2 = 611.9\,\mathrm{nm}$ verwendet wird.

Hinweis: Dieses Prinzip wird insbesondere im Infrarotbereich zur hochauflösenden Spektralanalyse benutzt (FTIR-Spektrometer).

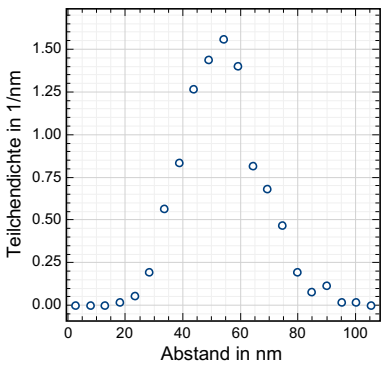
Aufgabe 2: (4 Punkte)

Eine metallische Blende wird durch eine von links einfallende ebene Welle mit Wellenvektor $\vec{k_{\mathrm{i}}}$ senkrecht beleuchtet. Berechnen Sie für die gezeigte Spalt-Anordnung das Beugungsmuster in Fraunhofer-Näherung. Die Transmissionsfunktionen der einzelnen Spalte können durch Deltafunktionen approximiert werden. Skizzieren Sie das Beugungsbild als Funktion von $k_x\,a$ im Interval $[-4\pi \ldots 4\pi]$(k_x ist die x-Komponente des Wellenvektors der gebeugten Welle). Wie ändert sich das Beugungsbild, wenn das transmittierte Licht der beiden äußeren Spalte durch Phasenplatten um 180° verzögert wird?



Aufgabe 3: (4 Punkte)

In der Vorlesung wurde eine Computersimulation zur Selbstdiffusion gezeigt. Ein zweidimensionales Gas „harter Teilchen“ mit Durchmesser $d = 0.4\,\mathrm{nm}$ bei der Temperatur $T = 291\,\mathrm{K}$ besteht aus 500 „markierten“ und 5060 unmarkierten Scheiben gleicher Masse $m = 4\,\mathrm{u}$ in der Fläche $A = 107.8\,\mathrm{nm} \times 59.0\,\mathrm{nm}$. Die markierten Teilchen sind anfangs ($t = 0$) entlang der x-Koordinate in der Mitte konzentriert mit halber Gesamtbreite $\sigma_0 = 5.3\,\mathrm{nm}$. Nach der Zeit $\Delta t = 0.138\,\mathrm{ns}$ entwickelt sich daraus durch Diffusion eine gaussförmige Verteilung (vgl. Abbildung). Die Simulation ergibt für die mittlere freie Weglänge $\lambda = 0.85\,\mathrm{nm}$ und für die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = 974\,\mathrm{m/s}$.



Passen Sie eine Gausskurve mittels Least-Squares-Fit bestmöglich an die Verteilung an und bestimmen Sie mit dem Ergebnis den Diffusionskoeffizienten D. [1] Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Erwartungswert D_{HD} der statistischen Mechanik für das entsprechende Modellgas harter Scheiben, $D_{\mathrm{HD}} = \frac{2}{\pi}\,\lambda\,\bar{v}$.

Hinweis: Eine Datei mit den Datenpunkten der Abbildung finden Sie auf den ILIAS-Seiten der Übungen.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Im Gravitationsfeld der Erde ist die Teilchenzahldichte $n(x)$ im thermischen Gleichgewicht (konstante Temperatur T) gegeben durch $n(x) = n_0\,\mathrm{e}^{-\frac{m\,g\,x}{k_{\mathrm{B}}T}}$ mit Teilchenmasse m und Höhe x. Das Gleichgewicht kann verstanden werden als ein Kompromiß zweier entgegengesetzter Tendenzen. Die Gravitationskraft führt zu einer mittleren Teilchengeschwindigkeit $v_{\mathrm{G}} = B\,m\,g$ mit reibungsabhängiger Konstante B und in entgegengesetzter Richtung fließt ein Diffusionsstrom $j_{\mathrm{D}} = -D\,\frac{\partial n}{\partial x}$ mit Diffusionskonstante D. Leiten Sie damit eine Beziehung zwischen B und D her. Bestimmen Sie dann das mittlere Verschiebungsquadrat $\left\langle x^2 \right\rangle = 2\,D\,t$ eines sphärischen Teilchens mit Radius a im Falle Stokesscher Reibung.

Bemerkung: Ausgehend von diesen Überlegungen hat Einstein 1905 die ungeordnete Bewegung kleiner Teilchen in Flüssigkeiten (Brownsche Bewegung) theoretisch begründet und der Atomtheorie so zum endgültigen Durchbruch verholfen.

[1] Ein dafür geeignetes Computerprogramm ist z.B. GNUPlot.