ÜBUNGSAUFGABEN (XIII)

(Besprechung Donnerstag, 2.02.17)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Der auf eine Fläche A ausgeübte Strahlungsdruck P von Licht, das senkrecht auf A trifft und dort absorbiert wird, ist gegeben durch dessen Energiedichte u , also $P = u$. Zeigen Sie, dass für den Strahlungsdruck von thermischer Hohlraumstrahlung mit Temperatur T und Energiedichte u_T , die vollständig von einer Fläche A in der Wand eines Hohlraums absorbiert wird, gilt $P = u_T/6$. Wie groß wird P , wenn auch die von A im Temperaturngleichgewicht emittierte Strahlung hinzugenommen wird? Wie ändert sich das Ergebnis, wenn A zwar vollständig lichtundurchlässig bleibt, aber neben Absorption auch Reflexion von Licht erlaubt ist?

Hinweise: Berücksichtigen Sie bei der Integration über den Halbraum die Abhängigkeit des Drucks und der absorbierten Leistung von der Richtung der Strahlung. Die Hohlraumstrahlung ist vollkommen isotrop und trifft daher aus allen Richtungen mit gleicher Intensität auf A . Daher gilt für ihre Energiedichte pro Raumwinkelement $du_T/d\Omega = u_T/4\pi$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Die spektrale Energiedichte der Strahlung eines schwarzen Körpers als Funktion von Frequenz ν und Temperatur T lautet

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

mit Planckscher Konstante h , Vakuumlichtgeschwindigkeit c und Boltzmannkonstante k . Das *gesamte Emissionsvermögen* $K'(T)$ einer kleinen Teilfläche A des schwarzen Körpers in den darüber liegenden Halbraum ist gegeben durch das Gesetz von Stefan und Boltzmann, $K'(T) = \sigma T^4$. Leiten Sie dieses Gesetz aus der Planckschen Formel ab und bestimmen Sie σ durch die obigen Naturkonstanten.

Anleitung: Machen Sie sich zunächst die genaue Bedeutung des spektralen Emissionsvermögens $K(\nu, T)$ sowie seiner Berechnung aus der spektralen Energiedichte klar. Integrieren Sie dann $K(\nu, T)$ über alle Frequenzen mit der Strahldichte $L(T)$ als Ergebnis. Integration über alle Richtungen des Halbraums unter Beachtung des Lambertschen Gesetzes liefert schließlich $K'(T)$.

Hinweis: $\int_0^\infty x^3 (e^x - 1)^{-1} dx = \pi^4/15$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Reinhold Messner möchte als erster Mensch überhaupt auf dem Mount Everest ($h \approx 8850$ m) ein Ei kochen. Aufgrund des geringen Luftdruckes ist die Siedetemperatur des Wassers allerdings deutlich erniedrigt. Um die Garzeit zu beschleunigen, nimmt er deshalb einen „Schnellkochtopf“ (Dampfdrucktopf) mit. Berechnen Sie die Siedetemperaturen T_S des Wassers auf dem Mount Everest mit und ohne Schnellkochtopf, wenn dieser einen maximalen Überdruck von $\Delta P = 630$ hPa zulässt. Verwenden Sie dazu die barometrische Höhenformel bei konstanter Temperatur $T = 20^\circ\text{C}$.

Hinweis: Die Dampfdruckkurve von Wasser lässt sich im hier relevanten Temperaturbereich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion darstellen, $P_D = P_0 \exp(-\Lambda/RT_S)$, mit der Verdampfungswärme $\Lambda = 40.8$ kJ/mol und $P_0 = 4.911 \cdot 10^{10}$ Pa.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Eine hohle Stahlkugel mit Innendurchmesser $d = 10 \text{ cm}$ wird bei der Temperatur 0°C vollständig mit Wasser gefüllt und in eine Kühltruhe ($T = -20^\circ\text{C}$) gelegt. Aufgrund der Ausdehnung des Wassers beim Gefrieren steigt der Druck p in der geschlossenen Kugel enorm an. Besorgen Sie sich ein geeignetes Phasendiagramm von Wasser bei hohen Drücken (siehe Link) und beschreiben Sie damit den sich ändernden Zustand des Wassers während der Abkühlphase. In welcher Phase liegt das Wasser schließlich vor, wenn die Kugel nicht bricht? Bestimmen Sie den Enddruck und berechnen Sie die nötige Wandstärke des Stahls bei einer maximalen Zugfestigkeit von 1 GPa .

Link: <http://www.lsbu.ac.uk/water/phase.html>