

Übungsblatt 3

Ausgabe: Dienstag, 8.11.2022

Abgabe: Dienstag, 15.11.2022, vor 10:00 Uhr

Besprechung: Donnerstag, 17.11.2022 (Übungen)

Abgaben sind in der Box im Foyer des Physikhochhauses möglich oder per Email an die Tutoren (in Form einer einzigen PDF-Datei, die nach allen Mitgliedern einer Lerngruppe benannt ist, z.B. *Einstein_Podolsky_Rosen.pdf*).

Aufgabe 1

4 Punkte

- a) Zeigen Sie, dass zwischen der Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \omega/k$ und der Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = d\omega/dk$ einer elektromagnetischen Welle der folgende Zusammenhang besteht:

$$v_{gr}(\lambda) = v_{ph}(\lambda) - \lambda \frac{dv_{ph}(\lambda)}{d\lambda}. \quad \mathbf{1\frac{1}{2} \text{ Punkte}}$$

- b) Folgern Sie aus a), ob bei normaler Dispersion die Gruppengeschwindigkeit größer oder kleiner als die Phasengeschwindigkeit ist. **1 Punkt**
- c) Im Röntgenbereich ist die Brechzahl für elektromagnetische Wellen etwas kleiner als 1:

$$n \approx 1 - \frac{a^2}{\omega^2}, \quad \frac{a^2}{\omega^2} < 1, \quad a = \text{const.}$$

Zeigen Sie, dass die Gruppengeschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c bleibt, obwohl die Phasengeschwindigkeit größer als c ist. **1½ Punkte**

Aufgabe 2

5 Punkte

Wir betrachten eine ebene Grenzfläche zwischen zwei isotropen dielektrischen Materialien mit unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 und ϵ_2 .

Bestimmen Sie die Stetigkeitsbedingungen für die Normal- und Tangentialkomponenten

- a) des Feldes $\vec{E}$ **2½ Punkte**
- b) des Feldes $\vec{D}$. **2½ Punkte**

Aufgabe 3**4 Punkte**

Geben Sie Polarisation, Drehsinn und Ausbreitungsrichtung der folgenden Welle an (mit Skizze!).

$$\vec{E}(t, z) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t - kz) \\ \cos(\omega t - kz + \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) für $\varphi = 0$
- b) für $\varphi = \pi/4$
- c) für $\varphi = \pi/2$
- d) für $\varphi = -\pi$.

Aufgabe 4**4 Punkte**

Im Modell des Lorentz-Oszillators findet man für den Brechungsindex eines Stoffes die folgende Dispersionsrelation:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{q_e^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_j \left(\frac{N_j f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right) \quad (*)$$

Hier bezeichnen die Variablen ω_{0j} die Resonanzfrequenzen des Stoffes und f_j die zugehörigen Oszillatorstärken. Die Absorption sei vernachlässigbar, d.h. $\omega_{0j}^2 - \omega^2 \gg \gamma_j \omega$.

- a) Zeigen Sie, dass der Brechungsindex von Substanzen geringer Dichte (z.B. Gasen), die nur eine einzige Resonanzfrequenz besitzen, gegeben ist durch $n(\omega) \approx 1 + \frac{N q_e^2}{2 \varepsilon_0 m_e} \left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$.

1½ Punkte

- b) Berechnen Sie den Brechungsindex für Luft bei Atmosphärendruck für Licht der Wellenlänge $\lambda = 500 \text{ nm}$. Betrachten Sie dabei nur Stickstoff mit einer einzigen Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 10^{16} \text{ s}^{-1}$. Recherchieren Sie passende Werte für die Dichte N der schwingenden Dipole (d.h. die Moleküldichte des Stickstoffs) sowie die Konstanten q_e, ε_0, m_e . **1 Punkt**

- c) Zeigen Sie, dass sich die Dispersionsrelation (*) in die Sellmeier-Gleichung

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_i \left(\frac{B_i \lambda^2}{\lambda^2 - C_i} \right) \text{ überführen lässt.}$$

B_i und C_i sind experimentell ermittelte, stoffspezifische Koeffizienten. Die Sellmeier-Gleichung wurde historisch bereits vor dem Lorentz-Oszillator-Modell empirisch aufgestellt und wird in der technischen Optik zur Beschreibung der Dispersion von Werkstoffen wie optischem Glas angewendet. Üblicherweise werden drei Terme ($i = 1, 2, 3$) benutzt.

1½ Punkte