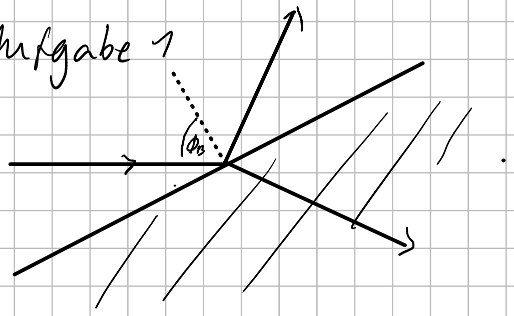
Aufgabe 1



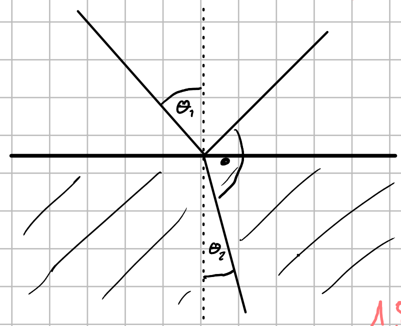
a) Der Brewster-Winkel ist der Winkel bei dem der zur Oberfläche parallel polarisierte Anteil einer Welle nicht reflektiert wird. Der reflektierte Lichtstrahl ist linear polarisiert.

Zu Grunde liegen die Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen. ja, schon. Aber welches physikalische Modell ist noch wichtiger?

Es ergeben sich die Fresnelgleichungen die die Reflektion an Grenzflächen beschreiben.

$$0 \stackrel{!}{=} r_p = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$



Snelius: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(90 - \theta_1)} = \tan(\theta_1) = \tan(\theta_B)$$

1,5

b) mit $\tan\theta_B = n \Rightarrow \theta_1 = \arctan(n) =$

$$t_s = \frac{2 \overset{=1}{n_1} \cos\theta_1}{\underbrace{n_1}_{=1} \cos\theta_1 + \underbrace{n_2}_{=n} \cos\theta_2} = \frac{2\cos(\arctan(n))}{\cos(\arctan(n)) + n\cos(\frac{\pi}{2} - \arctan(n))} \overset{\text{Mathematika}}{=} \frac{2}{1+n^2}$$

Amplitudenkoeffizienten

Intensitäten

$$I_{\parallel N} = I_{\parallel 0} = \tfrac{1}{2} I_0 \qquad I_{\perp N} = I_{\perp 0} \left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N} = \tfrac{1}{2} I_0 \left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}$$

$$\Rightarrow 0{,}99 = P \stackrel{!}{=} \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}} \Rightarrow P\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}\right) = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}$$

$$\Rightarrow P - 1 = \left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N}(-1 - P)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{1+n^2}\right)^{2N} = -\frac{P-1}{1+P} \Rightarrow \frac{1}{2} \ln_{\left(\frac{2}{1+n^2}\right)}\left(-\frac{P-1}{1+P}\right) = N = 4{,}58999$$

FF

über $\log_{10}()$ ausdrücken (ist eleganter)

1

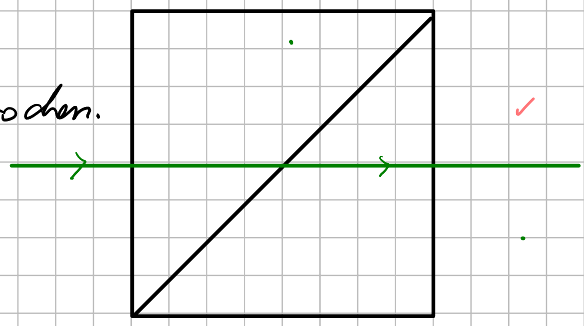
=> Es werden 5 Platten benötigt.

25/4

Aufgabe 2

die Ausbreitungsrichtung ist im Prinzip egal, auf die Feldrichtungen kommt es an!

a) Der Strahl ist parallel zur optischen Achse im ersten Prisma, wird also beim Eintritt nicht gebrochen.



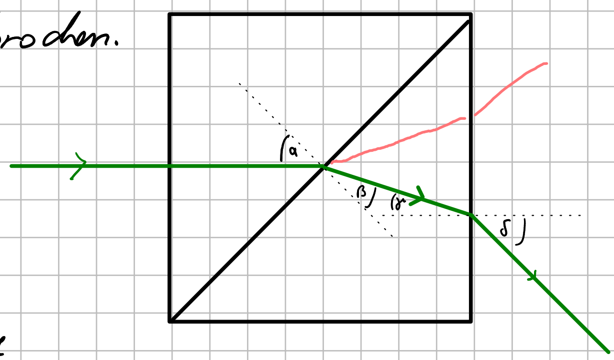
Der Brechungsindex in Richtung der Polarisation ändert sich zwischen den beiden Prismen nicht. Also erfolgt keine Brechung.

Der Austritt ist orthogonal zur Grenzfläche und optischen Achse, also erfolgt keine Brechung.

Reflektionen werden hier nicht betrachtet.

0,5

b) Der Strahl ist parallel zur optischen Achse im ersten Prisma, wird also beim Eintritt nicht gebrochen.



Der Brechungsindex in Richtung der Polarisation ändert sich zwischen den beiden Prismen von $\cancel{n_{ao}}$ n_o zu n_o n_{ao}, da die Polarisation im zweiten Prisma parallel zur opt. Achse ist. Also gibt es eine Brechung an der Oberfläche nach Snellius.

wird das Licht nur gebrochen?

An der Austrittsfläche gibt es wieder Brechung dieser Art.

$\sin(\beta) = \frac{n_{ao}}{n_o}\sin(\alpha)$ mit $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\gamma = \frac{\pi}{4} - \beta$

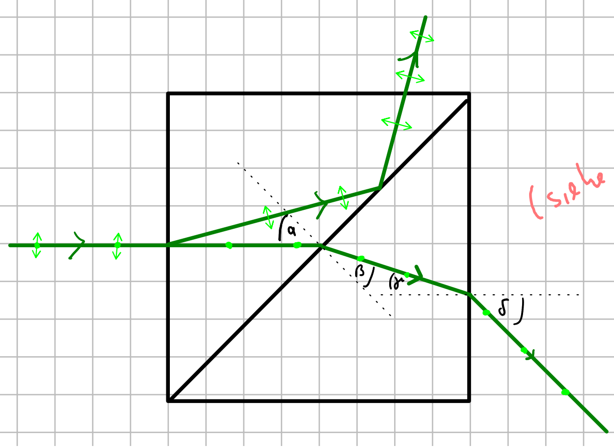
siehe oben

$\sin(\delta) = \frac{n_o}{1}\sin(\gamma) \Rightarrow \delta = \arcsin\left(n_o \sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{n_{ao}}{n_o}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\right)\right) = 0{,}1646 \mathrel{\hat{=}} 9{,}43^\circ$ FF

0,5

c) Die optische Achse könnte in der Papierebene liegend so gedreht werden, dass es zur Doppelbrechung kommt und der außerordentliche Strahl an der Grenzfläche zwischen den Kristallen total reflektiert wird.

ok.

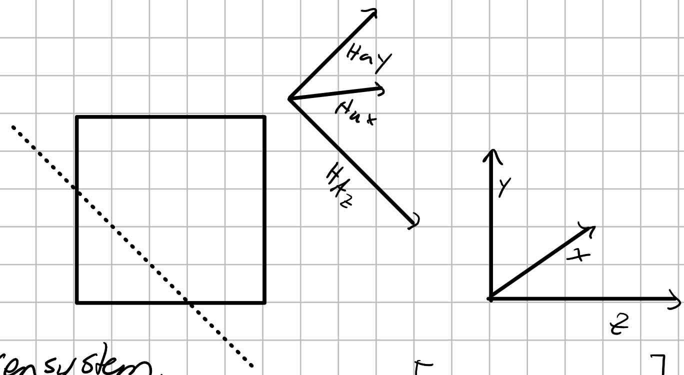


(siehe oben)

1,5

2,5/4

Aufgabe 3

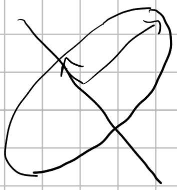


$$\tilde{\varepsilon}_{HA} = \begin{bmatrix} n_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_p^2 \end{bmatrix}$$

ε_{HA} ist die ε-Matrix im Hauptachsensystem.

Die Transformationsmatrix ins normale System ist $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \tilde{\varepsilon} = T \tilde{\varepsilon}_{HA} T^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2n_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_p^2 + n_s^2 & -n_p^2 + n_s^2 \\ 0 & -n_p^2 + n_s^2 & n_p^2 + n_s^2 \end{bmatrix}$$



In x-Richtung Polarisiertes Licht ist ortogonal zur opt. Achse polarisiert und wird deswegen nicht gebrochen.

Man sieht das auch mit der Matrix

$D = \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x n_s^2 \varepsilon_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \parallel \vec{E}$ wobei $\vec{E}$ und $\vec{D}$ weiter parallel bleiben.

Für in y-Richtung polarisiertes Licht ergibt sich:

$\vec{D} = \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix} \neq \frac{\varepsilon_0 E_y}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ n_p^2 + n_s^2 \\ -n_p^2 + n_s^2 \end{bmatrix}$ wobei die Tangentialkomponente des E-Feldes an der

$\vec{E} = \varepsilon_0^{-1} \tilde{\varepsilon}^{-1} \vec{D}$

$\vec{E}$ wird trotzdem gedreht. Die Normalkomponente von $\vec{D}$ muss ja auch stetig sein!

Grenzfläche erhalten bleibt. Der B-Vektor dieser Polarisation bleibt vom Kristall unbeeinflusst $\vec{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vor der Brechung gilt $\vec{k}_0 = k_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Mit $D \times B = \vec{k}_1 \neq B_0 E_y \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}27 \\ 2{,}478 \end{bmatrix} = |\vec{k}_1| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Daraus folgt ein Winkel von $\alpha = \arccos\left(\frac{|k_1 \, k_2|}{|k_1||k_2|}\right) \approx 0{,}109 \mathrel{\hat{=}} 6{,}225°$ FF

Am k-Vektor sieht man, dass es sich um eine Ablenkung nach ~~unten~~ oben handelt.

Der Wellenvektor zeigt für beide Strahlen in exakt die selbe Richtung

25/4

Aufgabe 4

a) Linear Polarisiert mit gleichen Komponenten in x und y. 0.5

b) $\vec{E}_1 = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t - kz) \\ \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{bmatrix}$ Zirkulare Polarisation. 1

c) $\vec{E}_2 = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t - kz) \\ \cos(\omega t - kz - \pi) \\ 0 \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t - kz) \\ -\cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{bmatrix}$ Lineare Polarisation, Spiegelung an der x-Achse $E_{0y} = -E_{2y}$ 1

d) $\vec{E}_2 = E_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}) \\ \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} = \vec{E}$ Lineare Polarisation wie beim Ausgangsstrahl. 1
(nur phasenverschoben)

e) Es muss aus doppelbrechendem Material sein.
Die Dicke d muss $d = \frac{\lambda_0}{4(n_{senkrecht} - n_{parallel})}$ betragen. 0.5

4/4

In[ ]:= FullSimplify$\left[\frac{\text{Cos[ArcTan[n]]}}{\text{Cos[ArcTan[n]]} + \text{n Cos}\left[\frac{\text{Pi}}{2} - \text{ArcTan[n]}\right]}\right]$

Out[ ]= $\frac{1}{1+n^2}$

In[ ]:=

$$\epsilon HA = \begin{pmatrix} ns^2 & 0 & 0 \\ 0 & ns^2 & 0 \\ 0 & 0 & np^2 \end{pmatrix};$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\text{Sqrt[2]}} & -\frac{1}{\text{Sqrt[2]}} \\ 0 & \frac{1}{\text{Sqrt[2]}} & \frac{1}{\text{Sqrt[2]}} \end{pmatrix};$$

```
e = {Ex, Ey, 0};
T.ϵHA.Inverse[T]
```

Out[ ]= $\left\{\{ns^2, 0, 0\}, \left\{0, \frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}, -\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right\}, \left\{0, -\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}, \frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right\}\right\}$

In[ ]:= d = T.ϵHA.Inverse[T].e

Out[ ]= $\left\{Ex\, ns^2, Ey\left(\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right), Ey\left(-\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right)\right\}$

In[ ]:= B = {0, B0, 0};
Cross[$\{Ex\, ns^2, 0, 0\}$, B]

Out[ ]= $\{0, 0, B0\, Ex\, ns^2\}$

In[ ]:= B = {-B0, 0, 0};
Cross$\left[\left\{1, Ey\left(\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right), Ey\left(-\frac{np^2}{2} + \frac{ns^2}{2}\right)\right\}, B\right]$

Out[ ]= $\left\{0, \frac{1}{2} B0\, Ey\, np^2 - \frac{1}{2} B0\, Ey\, ns^2, \frac{1}{2} B0\, Ey\, np^2 + \frac{1}{2} B0\, Ey\, ns^2\right\}$

In[ ]:= $\left\{0, \frac{1}{2} B0\, Ey\, np^2 - \frac{1}{2} B0\, Ey\, ns^2, \frac{1}{2} B0\, Ey\, np^2 + \frac{1}{2} B0\, Ey\, ns^2\right\}$ /.
{np → 1.486, ns → 1.658, B0 → 1, Ey → 1}

Out[ ]= {0, -0.270384, 2.47858}

In[ ]:= VectorAngle[{0, -0.27038399999999974`, 2.47858`}, {0, 0, 1}]

Out[ ]= 0.108659

In[ ]:= 0.1086586060897641` * 180 / Pi

Out[ ]= 6.22568