Aufgabe 1

a) Durchmesser $d = 0{,}40\,m$

Drehung pro Meter und $\frac{kg}{m^3}$: $\alpha = \frac{66{,}52^\circ}{0{,}1m \; 1000\frac{kg}{m^3}} = 0{,}6625^\circ \frac{m^2}{kg}$

$4^\circ = \alpha \cdot d \cdot \rho \Rightarrow \frac{4^\circ}{\alpha d} = \rho = 15{,}1\frac{kg}{m^3} = 15{,}1\frac{g}{L}$ ✓

⇒ Zuckergehalt (Masse?)

Folglich ist die Angabe von $3\frac{g}{L}$ falsch.

Ich würde den Wein nicht kaufen, weil ich keinen Wein mag. ✓ 1.5

b) $\alpha \cdot d \cdot \frac{3g}{L} = 0{,}792^\circ$ 1

2.5/3

Aufgabe 2

Die Weglängendifferenz darf maximal so lang sein, dass die Phasendifferenz zwischen Wellen mit größter und kleinster Wellenlänge maximal 2π beträgt.

a) $\lambda_0 = 550\,nm$

$\nu_0 \approx 545\,THz \qquad \Delta\nu_0 = 5\,4Hz$

$$\Delta\lambda_0 = \frac{c}{\nu - \frac{\Delta\nu}{2}} - \frac{c}{\nu + \frac{\Delta\nu}{2}} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{c}{1-\frac{\Delta\nu}{2\nu}} - \frac{c}{1+\frac{\Delta\nu}{2\nu}}\right) = \lambda\left(\frac{1}{1-\frac{\Delta\nu}{2\nu}} - \frac{1}{1+\frac{\Delta\nu}{2\nu}}\right) = 5{,}5\cdot 10^{-20}m$$

$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ ist die Anzahl an Perioden bis sich eine Verschiebung um 2π ergibt. (mit $\Delta\lambda \ll \lambda$)

$$\Rightarrow \text{Wegstecke } d = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0} \underset{\text{Mathematika}}{=} \lambda_0\left(\frac{\nu}{\Delta\nu} - \frac{\Delta\nu}{4\nu}\right) = 5{,}5\cdot 10^6 m$$ 1

b) $\Rightarrow$ Wegstecke $d = \lambda_0\left(\frac{\nu}{\Delta\nu} - \frac{\Delta\nu}{4\nu}\right) = 5{,}5\,m$ 0.5

c) Sichtbares Licht ist im Bereich 430nm bis 640nm also um $\lambda_0 = 535\,nm$ ok.

und $\Delta\lambda = 210\,nm$

$\Rightarrow d = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0} = 1{,}3\mu m$ 1.5

$$d = \lambda_0\left(\frac{\nu}{\Delta\nu} - \frac{\Delta\nu}{4\nu}\right) \Rightarrow \frac{d}{\lambda_0}\frac{\Delta\nu}{\nu} = \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{d}{2\lambda} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4\lambda^2} + \frac{1}{4}} = 0{,}0946\,Hz$$

3/3

Aufgabe 3

a) Das an der Glasplatte reflektierte Licht legt einen um 2d längeren Weg zurück im Vergleich zum an der Linse reflektierten Licht.

Wegen der Reflektion am optisch dichteren Medium gibt es noch eine Phasenverschiebung von 180° also quasi als wäre der Wegunterschied $2d - \frac{\lambda}{2}$

Für das m. Maximum sind die Wellen um $2\pi m$ phasenverschoben.

$\Rightarrow$ Laufwegendifferenz bei den Maxima: $m \cdot \lambda \overset{!}{=} 2d - \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{2}$

b) $d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = (m + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - ((m + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} + R)^2}$ → weiter ausführen

0,5

c) Sie sind genau invertiert zueinander. yes, why?

0,5

d) $R - \sqrt{R^2 - r^2} = (m + \frac{1}{2})$

$\Rightarrow 2\frac{R - \sqrt{R^2 - r^2}}{\lambda} - \frac{1}{2} = m = 203{,}5867 \approx 203$ vollständige Ringe (✓)

→ m = 0 liefert auch schon einen Ring

0,5

e) $2r = 2\sqrt{R^2 - (R - \frac{13\lambda}{4})^2} = 0{,}003569\,m$ FF siehe oben

Wasser zwischen Wasser ???

Mit Wasser:

$n_g > 1{,}33$: $n(R - \sqrt{R^2 - r^2}) = (m + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow 2r = 2\sqrt{R^2 - (R - \frac{13\lambda}{4n})^2} = 0{,}00309\,m$ FF

$n_g < 1{,}33 \Rightarrow$ Kein Phasensprung:

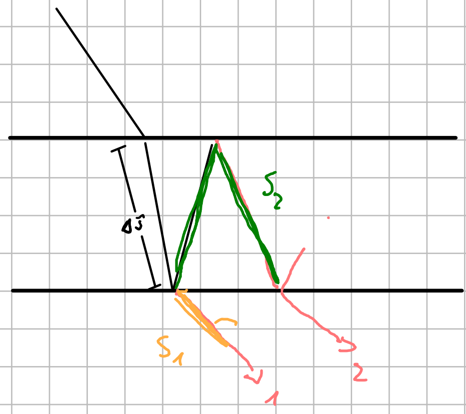
$n(R - \sqrt{R^2 - r^2}) = m\frac{\lambda}{2}$

0,5

$\Rightarrow 2r = 2\sqrt{R^2 - (R - \frac{6}{n}\frac{\lambda}{2})^2} = 0{,}0029698\,m$ FF ok

3/5

Aufgabe 4



a) $\sin(\beta) = \sin(\alpha) n$ $\qquad \sin(\beta) = \frac{A}{\Delta\hat{s}} \Rightarrow A = \sin(\beta)\cdot\Delta\hat{s}$

$\Delta\hat{s}^2 = d^2 + A^2 = d^2 + \sin(\beta)^2 \Delta\hat{s}^2$

$\Rightarrow \Delta\hat{s} = \sqrt{\frac{d^2}{1-\sin(\alpha)^2 n^2}}$

$\Delta s = 2\Delta\hat{s} = 2\sqrt{\frac{d^2}{1-\sin(\alpha)^2 n^2}}$

gesucht ist ...

$\Rightarrow \Delta S = S_2 - S_1$ (geo optische Weglängen)

b) Transmissionskoeffizient beim Einfallen: t_1 und Ausfallen: t_2

Reflektionskoeffizient: r

Phasenverschiebung $\alpha = 2\pi\frac{\Delta s}{\lambda}$

$\Rightarrow E_n = t_1 \cdot t_2 \cdot r^{2n-2} E_0 e^{i\alpha(n-1)}$

$E_{ges} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n = \sum_{n=0}^{\infty} E_0 t_1 t_2 r^{2n} e^{i\alpha n} = E_0 t_1 t_2 \overbrace{\sum_{n=0}^{\infty} (r^2 e^{i\alpha})^n}^{\text{geom. Reihe}} = E_0 t_1 t_2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}}$

1.5

c) $E_0 t_1 t_2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}} \cdot \left(E_0 t_1 t_2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}}\right)^* \propto I_t$ $\qquad tt' + r^2 = 1 \Rightarrow tt' = 1-r^2$ $\qquad$ Stokes-Relation

$= E_0^2 t_1 t_2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}} \cdot \left(t_1 t_2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}}\right)^*$

$= E_0^2 (1-r^2)^2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}} \cdot \left(\frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}}\right)^*$

$= E_0^2 (1-r^2)^2 \frac{1}{1-r^2 e^{i\alpha}} \cdot \frac{1}{1-r^2 e^{-i\alpha}}$

$= E_0^2 (1-r^2)^2 \frac{1}{1-2r^2 Re(e^{i\alpha}) + r^4}$

$= \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{1-2r^2 Re(e^{i\alpha}) + r^4} = \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{1-2r^2 Re(e^{i\alpha}) + r^4}$

$= \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{1+r^4+2r^2\cos(\alpha)} = \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{1-2r^2+r^4+2r^2(1+\cos(\alpha))}$

$= \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{(1-r^2)^2+2r^2(1+\cos(\alpha))} = \frac{E_0^2 (1-r^2)^2}{(1-r^2)^2+4r^2\sin(\frac{\alpha}{2})}$

1.5

3/5

```
In[∘]:= Clear[l, dl, r]
        dl := l/(1 - r/2) - l/(1 + r/2);
        Simplify[l^2/dl]

In[∘]:= l (1/r - r/4)

Out[∘]= l (1/r - r/4)

        l (1/r - r/4)

In[∘]:= l = 550 × 10^-9;
        r = 10^-13;
        N[l (1/r - r/4)]

Out[∘]= 5.5 × 10^6

In[∘]:= l = 550 × 10^-9;
        r = 10^-7;
        N[d = l (1/r - r/4)]

Out[∘]= 5.5

In[∘]:= N[d = (535 × 10^-9)^2 / (210 × 10^-9)]

Out[∘]= 1.36298 × 10^-6

In[∘]:= l = 535 × 10^-9
        N[r = -d/(2 l) + Sqrt[d^2/(4 l^2) + 1/4]]

Out[∘]= 107/200 000 000

Out[∘]= 0.0946168
```

$$dl := \frac{l}{1-\frac{r}{2}} - \frac{l}{1+\frac{r}{2}}; \qquad \text{Simplify}[l^2/dl]$$

$$l\left(\frac{1}{r}-\frac{r}{4}\right)$$

$$N\left[d = \frac{(535\times 10^{-9})^2}{210\times 10^{-9}}\right] = 1.36298\times 10^{-6}$$

$$N\left[r = \frac{-d}{2\,l} + \text{Sqrt}\left[\frac{d^2}{4\,l^2}+\frac{1}{4}\right]\right]$$

$$\frac{107}{200\,000\,000}$$