

Aufgabe 1

a) Rayleigh: $w_\lambda(\lambda) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$

Planck: $w_\lambda(\lambda) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}$ mit $\lambda \gg 1 \Rightarrow \frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$ ✓ $\frac{h \cdot c}{\lambda} = w$

$$= \frac{8\pi h\nu^2}{c^3} \left(\frac{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}{\nu} \right)^{-1} = \frac{8\pi h\nu^2}{c^3} \left(\frac{d}{d\nu} \exp(\frac{h\nu}{k_B T}) \Big|_{\nu=0} \right)^{-1}$$

$$= \frac{8\pi h\nu^2}{c^3} \left(\frac{h}{k_B T} \underbrace{\exp(\frac{h\nu}{k_B T})}_{=1} \right)^{-1}$$

$$= \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T = u_R(\lambda) \quad \checkmark$$

b) Wien $w(\lambda) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-c_2/\lambda T}$

Planck: $w_\lambda(\lambda) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\underbrace{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}_{\approx \exp(\frac{h\nu}{k_B T})}}$ mit $\nu \gg 1$ ✓

$$= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{c_2}{\lambda T})} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-c_2/\lambda T} = \text{Wien} \quad \checkmark$$

c) Wiensches Verschiebungsgesetz: $\lambda_{\max} \sim \frac{1}{T}$

$$w(\lambda) = \frac{8\pi h}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1 \right)^{-1}$$

→ In die Wellenlängen Darstellung wechseln, wenn ihr's am Ende mit $\lambda_{\max} T = \text{const}$ vergleichen wollt.

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{dw(\lambda)}{d\lambda} = -\frac{24\pi h}{\lambda^6} \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1 \right)^{-1} + \frac{8\pi h}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1 \right)^{-2} \exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) \frac{hc}{\lambda^2 k_B T}$$

$$\Leftrightarrow 0 = -3 + \frac{1}{\lambda} \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1 \right)^{-1} \exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) \frac{hc}{k_B T}$$

$$= -3 + \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1 \right)^{-1} \frac{hc}{\lambda k_B T} + \frac{hc}{\lambda k_B T}$$

mit $x := \frac{hc}{\lambda k_B T}$ folgt $0 = \frac{x}{e^x - 1} + x - 3$

Mathematisch

$$\Rightarrow x = \text{productLog}\left(-\frac{3}{e^3}\right) + 3 = \text{const}$$

ok. Was kommt da so Zahlenmäßig raus?

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda k_B T} = \text{const} \Leftrightarrow \lambda T = \text{const.}$$

d) z. Z: $\frac{dw}{dt} = \int_V S_v(v, T) dv d\Omega = \sigma_B T^4$ Größen einführen

$$x := \frac{h\nu}{k_B T}$$

$$\int_V S_v dv = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3} \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1} d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{x k_B T}{h}\right)^3 \frac{x}{e^x - 1} dx \frac{k_B T}{h} = \frac{k_B^4 T^4}{h^3} \frac{8\pi}{c^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{k_B^4 T^4}{h^3} \frac{8\pi}{c^3} \frac{\pi^4}{15}$$

$$= T^4 \frac{k_B^4}{15} \frac{8\pi^5}{h^3 c^3} = T^4 \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_B = \frac{4\gamma^4}{c} \tilde{\sigma}_B$$

$$\text{mit } \tilde{\sigma} = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2}$$

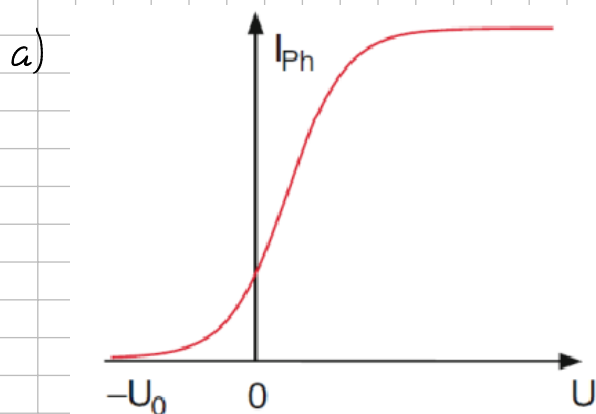
$$\int_V S_v dv d\Omega = \frac{4T^4}{c} \tilde{\sigma}_B d\Omega = \sigma_B T^4 \quad \text{mit } \sigma_B = \frac{4d\Omega}{c} \tilde{\sigma}_B$$

das mal noch ansprechen

1

4/5

Aufgabe 2



Quelle Vorlesung slide

2k

2

- b) Der Strom wird proportional zur Intensität skaliert. ✓ 0.5
- c) Die Kurve wird flacher für steigende Energie der Elektronen, da es schwieriger für das E-Feld wird, die Elektronen ab zu lenken. Der Graph wird in U-Richtung skaliert (solange die Auslöseenergie erreicht wird) gestreckt oder gestaucht? Was passiert mit U_0

d) $v_1 = \frac{c}{\lambda_1} = v_2 = \frac{c}{\lambda_2}$ $c = 2,99 \cdot 10^8$

$$h = \frac{\Delta E}{\Delta \nu} = \frac{(E_2 - E_1)}{(v_2 - v_1)} = 4,1363 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \rightarrow \text{in Js umrechnen}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda_1} - E_1 = 2,309 \text{ eV} \quad \checkmark$$

3.5/4

Aufgabe 3

a) $4 \cdot 10^{-9} \text{ W} \cdot \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^{-1} = 1,074 \text{ e}$ Dieses Ergebnis erscheint mir unrealistisch. $\rightarrow$ passt aber,)

b) $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ Handrücken $A \approx 0,01 \text{ m}^2$ ok

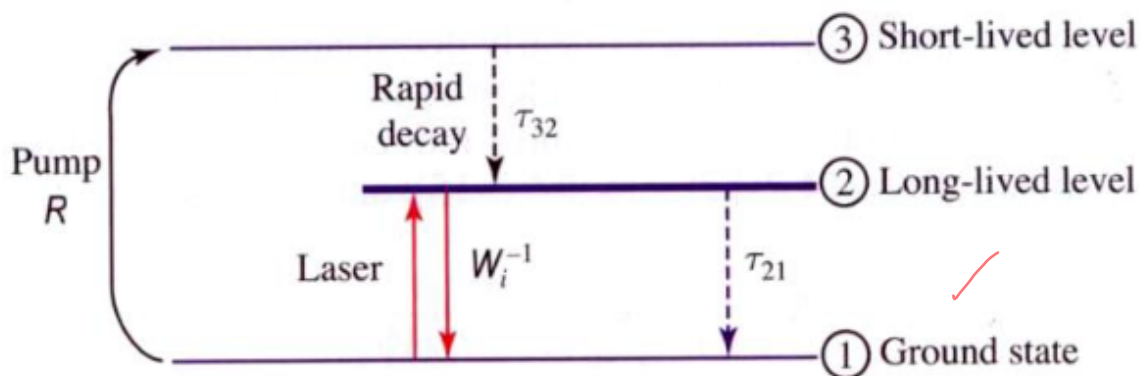
$$P = A \cdot 1400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 14 \text{ W}$$

$$14 \text{ W} \cdot \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^{-1} = 3,537 \cdot 10^{19} \quad \checkmark$$

2/2

Aufgabe 4

a)



Der Laser besteht aus einem Lasermedium in einem optischen Resonator. ✓

Die Elektronen im Medium werden durch äußere Energiezuführung vom Grundzustand in das dritte Niveau gehoben. Von dort aus fallen die Elektronen schnell ins zweite Niveau was für einen längeren Zeitraum stabil ist. Die in diesen Elektronen gespeicherte Energie wird durch stimulierte Emission als Laserlicht in Phase mit dem Laserstrahl wieder abgegeben. ✓

Die Anregung über den dritten Zustand ist nötig, da die Wahrscheinlichkeit der Anregung gleich der für die Stimulierte Emission ist und so in einem Zweiniveausystem keine Anregung von mehr als 50% der Teilchen möglich ist. ✓

$$b) \frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) \quad ✓$$

Da g_2 und g_1 nicht bekannt sind lässt sich das Besetzungsverhältnis nicht genau berechnen.

fair, aber hier geht es ganz stumpf um ein Zwei-Niveau-System, die Niveaus sind also nicht entartet

25/3

$$\text{In}[*]:= c = 2.99 \times 10^8;$$

$$v1 = \frac{c}{366 \times 10^{-9}};$$

$$v2 = \frac{c}{254 \times 10^{-9}};$$

$$e1 = 1.07;$$

$$e2 = 2.56;$$

$$h = \frac{e2 - e1}{v2 - v1}$$

$$\text{Out}[*]= 4.1363 \times 10^{-15}$$

$$\text{In}[*]:= \frac{h c}{366 \times 10^{-9}} - e1$$

$$\text{Out}[*]= 2.30911$$

$$\text{In}[*]:= e = 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\text{Out}[*]= 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\text{In}[*]:= \frac{h c}{500 \times 10^{-9}} * e$$

$$\text{Out}[*]= 3.95761 \times 10^{-19}$$

$$\text{In}[*]:= 4 * \frac{10^{-19}}{3.957610285714285 * 10^{-19}}$$

$$\text{Out}[*]= 1.01071$$

$$\text{In}[*]:= \frac{14}{3.957610285714285 * 10^{-19}}$$

$$\text{Out}[*]= 3.53749 \times 10^{19}$$