

Aufgabe 7

v_x und v_y sind Normal-verteilt.

$$f_x(v_x) = f_y(v_y) = C e^{-mv_x^2/2k_B T}$$

Die 2-Dimensionale Gauss-Verteilung ist rotationssymmetrisch.

Folglich gilt $\tilde{f}(v) = \int_{|\vec{v}|=v} f_x(v_x) f_y(v_y) ds = 2\pi v f_x^2(v)$ als Kreisintegral ohne Normierung.

Mit normierung folgt $f(v) = \tilde{f}(v) \left(\int_0^\infty \tilde{f}(v) dv \right)^{-1} = \tilde{f}(v) \frac{m^2}{2c^2 k_B T} \stackrel{\text{Mathematica}}{=} \stackrel{\text{siehe unten}}{=} \frac{m}{2\pi k_B T} \cdot 2\pi v \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right)$

$$= 2c^2 \pi v e^{-\frac{mv^2}{k_B T}} \frac{m^2}{2c^2 k_B T}$$

$$= \frac{m^2 v}{k_B T} e^{-\frac{mv^2}{k_B T}}$$

$$f(v) dv = \text{const} \cdot 2\pi v \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right)$$

$$\Rightarrow \int_0^\infty f(v) dv = 1$$

Aufgabe 2

$$K \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$a) S_0 = -k_B \sum_{i=1}^4 \left(N_i \ln \left(\underbrace{\frac{N_i}{n_i N_A}}_{=1} \right) \right) = 0 \quad \checkmark$$

$$S_1 = -k_B \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{1}{4} N_i \ln \left(\frac{1}{4} \right) \right) = 775,263 \frac{J}{K} = \Delta S \quad \checkmark \quad 1$$

$$b) S_1 = -k_B \sum_{i=1}^4 N_i \ln \left(\frac{i}{70} \right) = 106,413 \frac{J}{K} \quad \checkmark$$

$$S_2 = -k_B \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4} N_i \ln \left(\frac{1}{4} \right) = 775,263 \frac{J}{K} \quad \checkmark$$

$$\Delta S = 8,89993 \frac{J}{K} \quad \checkmark \quad 2$$

c) Wenn sich zu Anfang unterschiedliche Gase in den Behältern befinden ist dieser Zustand exakt definiert. Sind die Gase gleich so lassen sich Behälterübergreifend Teilchen tauschen, weswegen es mehrere Möglichkeiten für diesen Zustand gibt. [✓] Folglich ist die Ausgangsentropie höher. Nach der Mischung ist die Unterscheidung der Gase allerdings egal und die Entropie ist gleich. 1

4/4

4/4

Aufgabe 3

$$a) \Delta S = \sum_{i=1}^4 i N_A \ln(4) = 115,263 \frac{J}{K} \quad \checkmark \quad 1$$

$$b) \Delta S = \sum_{i=1}^4 i N_A \ln \left(\frac{4i}{70} \right) = 8,89993 \frac{J}{K} \quad \checkmark \quad 1$$

2/3

Aufgabe 4

$$\alpha = 0,01 \frac{\text{m}}{\text{K}}$$

$$\alpha_v = \alpha \cdot \pi \frac{d^2}{4}$$

Das Quecksilbervolumen im Rohr ist
so klein, dass es vernachlässigt werden kann.

(In der Klausur am besten
wenn Größtenordnungen belegen)

$$V \cdot \gamma \stackrel{!}{=} \alpha_v \Leftrightarrow V = \frac{\alpha_v}{\gamma} = \frac{\alpha \pi d^2}{4 \gamma} = 4,3877 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 = 0,438 \text{ mL}$$

$$V = \frac{1}{6} \pi d_s^3 \Leftrightarrow d_s = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} = 9,42 \text{ mm}$$

4/4

$$\begin{aligned} \text{In}[*]:= & \alpha = 0.01; \\ & \gamma = 17.9 \times 10^{-5}; \\ & d = 0.0001; \\ & V = \frac{\alpha \pi d^2}{\gamma^4} \end{aligned}$$

$$\text{Out}[*]= 4.3877 \times 10^{-7}$$

$$\text{In}[*]:= d2 = \left(6 \frac{V}{\pi d}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Out}[*]= 0.00942785$$

$$\text{In}[*]:= f_x[v] = c \exp\left[-m \frac{v^2}{2 k_B T}\right]$$

$$\text{Out}[*]= c e^{-\frac{m v^2}{2 k_B T}}$$

$$\text{In}[*]:= f[v] = 2 \pi v f_x[v]^2$$

$$\text{Out}[*]= 2 c^2 e^{-\frac{m v^2}{k_B T}} \pi v$$

$$\text{In}[*]:= \text{Integrate}[f[v], \{v, 0, \infty\}]$$

$$\text{Out}[*]= \frac{2 c^2 k_B^2 \pi T^2}{m^2} \text{ if } \text{Re}\left[\frac{m}{k_B T}\right] > 0$$