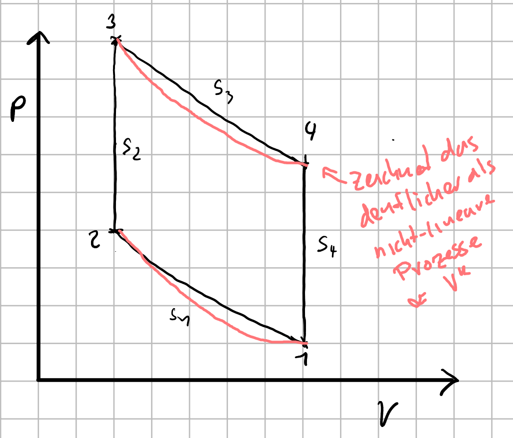
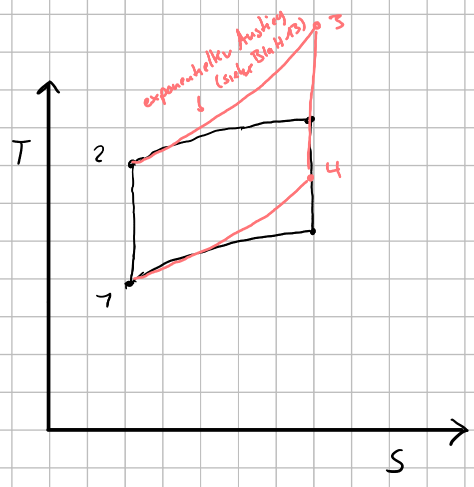
Aufgabe 1

Für die Aufgabe wird angenommen, dass sich die Stoffmenge in Schritt 2 und 4 nicht ändert, was aber nicht realistisch ist.

a)





1

b) Schritt 1: $pV^{\kappa} = \text{const}$ $\qquad pV = T n R \Rightarrow p_1 = \frac{T_1}{V_b} n R$ $\qquad f = \frac{2}{\kappa - 1}$

$$p V^{\kappa} = p_1 V_b^{\kappa} \Leftrightarrow p = p_1 \left(\frac{V_b}{V}\right)^{\kappa}$$

$$dW = -p\,dV \Rightarrow \Delta W_1 = \int_{V_b}^{V_a} dW = \int_{V_b}^{V_a} p_1 \left(\frac{V_b}{V}\right)^{\kappa} dV = \int_{V_b}^{V_a} \frac{T_1}{V_b} n R \left(\frac{V_b}{V}\right)^{\kappa} dV = T_1 V_b^{\kappa-1} n R \int_{V_b}^{V_a} V^{-\kappa}\, dV$$

$$= T_1 V_b^{\kappa-1} n R \left(-\frac{1}{\kappa-1}\left[V^{-\kappa+1}\right]_{V_b}^{V_a}\right) = -T_1 V_b^{\kappa-1} n R \frac{1}{\kappa-1}\left(V_a^{-\kappa+1} - V_b^{-\kappa+1}\right)$$

$$= T_1 n R \frac{1}{\kappa-1}\left(1 - \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\kappa-1}\right)$$

→ über c_v ausdrücken

$\kappa-1$ $\qquad$ a

Schritt 2: $\Delta Q_2 = c_v (T_3 - T_2)$ $\qquad \Delta W_2 = 0$

Schritt 3: $\Delta W_3 = T_3 n R \frac{1}{\kappa-1}\left(1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa-1}\right)$ → über c_v ausdrücken

$\Delta Q_3 = 0$

Schritt 4: $\Delta Q_4 = c_v (T_4 - T_1)$ $\qquad \Delta W_4 = 0$

2

c) $W_{nutz} = \Delta W_3 + \Delta W_1 = nR \frac{1}{\kappa-1}\left[T_1\left(1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa-1}\right) + T_3\left(1 - \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\kappa-1}\right)\right] = nR\frac{1}{\kappa-1}\left[T_1 + T_3 - T_1\left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa-1} - T_3\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\kappa-1}\right]$

$Q_{zu} = \Delta W_2 = c_v (T_3 - T_2) = R \cdot \frac{f}{2}(T_3 - T_2) = R \frac{1}{\kappa-1}(T_3 - T_2)$

$$\frac{W_{nutz}}{Q_{zu}} = \frac{n \cancel{R} \cancel{\frac{1}{\kappa-1}}\left[T_1 + T_3 - T_1\left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\kappa-1} - T_3\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\kappa-1}\right]}{\cancel{R}\cancel{\frac{1}{\kappa-1}}(T_3 - T_2)}$$

→ über die Entropie einen Ausdruck für die Temperaturen finden

→ ΔW über $n c_v \Delta T$ ausdrücken

0.5

3.5/5

Aufgabe 2

a) $\left(p+a\frac{n^2}{V^2}\right)(V-nb)=nRT \Rightarrow \frac{nRT}{V-nb}-a\frac{n^2}{V^2}=p$

$U(T,V)=\frac{1}{2}fnRT-a\frac{n^2}{V}$ $\qquad dU=\frac{1}{2}fnR\,dT+a\frac{n^2}{V^2}dV$ ✓

$dU=TdS-PdV$ –

$\Rightarrow dS=\frac{1}{T}(dU+PdV)=\frac{1}{T}\left(\frac{1}{2}fnR\,dT+a\frac{n^2}{V^2}dV+PdV\right)$

$=\frac{1}{T}\left(\frac{1}{2}fnR\,dT+\cancel{a\frac{n^2}{V^2}dV}+\left(\frac{nRT}{V-nb}-\cancel{a\frac{n^2}{V^2}}\right)dV\right)$

$\Delta S=\frac{f}{2}nR\int\frac{1}{T}dT+\int\frac{nR}{V-nb}dV$

$=\frac{f}{2}nR\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)-nR\ln\left(\frac{V_2-bn}{V_1-bn}\right)$ (✓)

1.5

b) $\Delta Q=0 \quad \Delta W\geq 0 \quad -\Delta U=\Delta W\geq 0 \Rightarrow \Delta U\leq 0$

Es wird keine Arbeit verrichtet

$U(T,V)=\frac{1}{2}fnRT-a\frac{n^2}{V}$ $=0$

$\Delta U=\frac{1}{2}fnR\Delta T-an^2\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)$

$\underset{\uparrow\ \cancel{<}0}{\Delta U}+an^2\underbrace{\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)}_{<0}=\underbrace{\frac{1}{2}fnR}_{>0}\Delta T<0$

1

2.5/4

Aufgabe 3

a) $\frac{W_s}{m}=335\frac{kJ}{kg} \qquad \rho_s\approx 1000\frac{kg}{L} \qquad \frac{W_s}{V_s}=W_s\rho_s$

$W_s=T\frac{\Delta P}{\Delta T}(V_L-V_s)$ ✓

$\Rightarrow \Delta P_s=\frac{\Delta T}{T}\underbrace{W_s(V_L-V_s)^{-1}}_{\text{Bekannt}}$ ✓

$\Rightarrow \quad m=\frac{\Delta p A}{g}$ ✓

Die physikalischen Größen kann der Übungsleiter selbst recherchieren. ¯_(ツ)_/¯ 1

b) $m_2=80m$ Es wäre eine größere Masse nötig. ja, warum?

Das Schlittschuhfahren ist möglich da der Temperaturunterschied nur ein nebensächlicher Effekt. ok, was ist dann der relevante Effekt

1/4

Aufgabe 4

$$p = \frac{RT_i}{V-1} - \frac{a}{V^2} \quad \text{mit}$$

Van-der-Waals Gleichung: $\frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2} = p$ mit $T_i = \frac{2a}{Rb} \Leftrightarrow b = \frac{2a}{RT_i}$ –

$$\Rightarrow p = \frac{nRT}{V - \frac{n2a}{RT_i}} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

$$= \frac{nR^2 TT_i}{RT_iV - n2a} - \frac{n^2 a}{V}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{n(-2p + nRT_i)V \pm \sqrt{n^2 V(-8n^2 R^2 TT_i + (2p + nRT_i)^2 V)}}{4n^3} = 0{,}5021$$ Einheit?

$$b = \frac{2a}{RT_i} = 6{,}717 \cdot 10^{-5}$$ Einheit?

Was ist mit der zweiten Lösung?

2/3

In[ ]:=

$$\text{Clear[n, V, T, p, Ti, R]}$$

$$Z = \text{Solve}\left[p == \frac{n R^2 T Ti}{R Ti V - 2 n a} - \frac{n^2 a}{V}, a\right] \text{// FullSimplify}$$

```
n = 1;
V = 1;
T = 100;
p = 831;
Ti = 1798;
R = 8.31446261815324;
Z
```

Out[ ]=

$$\left\{\left\{a \to \frac{n(-2 p + n R Ti) V - \sqrt{n^2 V \left(-8 n^2 R^2 T Ti + (2 p + n R Ti)^2 V\right)}}{4 n^3}\right\}, \left\{a \to \frac{n(-2 p + n R Ti) V + \sqrt{n^2 V \left(-8 n^2 R^2 T Ti + (2 p + n R Ti)^2 V\right)}}{4 n^3}\right\}\right\}$$

Out[ ]= {{a → 0.502119}, {a → 6643.2}}

In[ ]:=

$$a = 0.5021185797509133;$$

$$b = \frac{2 a}{R Ti}$$

Out[ ]= 0.0000671757

In[ ]:=

$$\left(\left(p + \frac{a n^2}{V2^2}\right)(V2 - n b) - \left(p + \frac{a n^2}{V1^2}\right)(V1 - n b)\right) \text{// Expand}$$

Out[ ]=

$$\frac{a b n^3}{V1^2} - \frac{a n^2}{V1} - p V1 - \frac{a b n^3}{V2^2} + \frac{a n^2}{V2} + p V2$$

In[ ]:=

$$D\left[\left(p + \frac{a n^2}{V^2}\right)(V - n b), V\right] \text{// Simplify}$$

Out[ ]=

$$p + \frac{a n^2 (2 b n - V)}{V^3}$$

$$\text{Solve}\left[p + \frac{a n^2 (2 b n - V)}{V^3} == 0,\right]$$

Out[ ]=

$$\left\{\left\{p \to \frac{-2 a b n^3 + a n^2 V}{V^3}\right\}\right\}$$