Übungsblatt 4

Ausgabe: 12.11.2024
Abgabe: 19.11.2024, vor 10:00 Uhr (Ilias)
Besprechung: 21.11.2024 (Tutorien)

Aufgabe 1 **4 Punkte**

Wir haben auf dem letzten Übungsblatt gezeigt, dass der Realteil $n'(\omega) \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{NQ^2}{Vm\varepsilon_0}\frac{\Omega^2-\omega^2}{(\Omega^2-\omega^2)^2+(\gamma\omega)^2}$ des komplexen Brechungsindex die Ausbreitung einer Lichtwelle in einem Medium charakterisiert.

Benutzen Sie im Folgenden diese Zahlenwerte: $\frac{NQ^2}{Vm\varepsilon_0} = 1/s^2, \Omega = 4/\mathrm{s}, \gamma = 1/s$.

a) Gibt es einen Bereich von ω, in dem die Phasengeschwindigkeit $v_{Ph} = c/n'(\omega)$ größer wird als die Vakuumlichtgeschwindigkeit c? Lösen Sie die Aufgabe graphisch, indem Sie $n'(\omega)$ mit einer geeigneten Software plotten (z.B. mit Python im Jupyter Hub des KIT). **1 Punkt**

b) Gibt es einen Bereich von ω, in dem die Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr} = \frac{c}{n'+\omega\frac{dn'}{d\omega}}$ größer wird als c? Lösen Sie die Aufgabe graphisch durch einen geeigneten Plot. Sie können dabei der Einfachheit halber $\frac{dn'}{d\omega}$ numerisch durch den Differenzenquotienten berechnen. **1 Punkt**

c) Wie verhält sich der Imaginärteil $n''(\omega) \approx \frac{1}{2}\frac{NQ^2}{Vm\varepsilon_0}\frac{\gamma\omega}{(\Omega^2-\omega^2)^2+(\gamma\omega)^2}$ des komplexen Brechungsindex in dem in b) identifizierten Bereich? Zeigen Sie auch dies durch einen Plot. Was bedeutet das Ergebnis für die Lichtwelle? **1 Punkt**

d) Wie lassen sich Ihre Ergebnisse aus a) und b) mit dem Postulat der Relativitätstheorie vereinen, dass c eine obere Schranke für alle Geschwindigkeiten darstellt, mit denen Signale übertragen werden können? **1 Punkt**

Aufgabe 2 **4 Punkte**

a) Gegeben seien *n* gleichartige Zellen $Z_i, i \in \{1, \ldots, n\}$, auf die insgesamt *N* Teilchen zufällig verteilt werden. Zeigen Sie, dass die (im Allgemeinen nicht normierte) „thermodynamische Wahrscheinlichkeit“ *W*, bestimmte „Besetzungszahlen“ $N_1, N_2, \ldots, N_N$ der Zellen Z_i vorzufinden, gegeben ist durch **1,5 Punkte**

$$W(N_1, N_2, \ldots, N_n) = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdot \ldots \cdot N_n!}$$

b) Benutzen Sie dann die Stirlingsche Näherungsformel $\ln N! \approx N \ln N - N$ und die Boltzmannsche Definition der Entropie $S = k_B \ln W$, um den in der Vorlesung eingeführten Ausdruck $S = -k_B N \sum_{i=1}^{n} p_i ln\, p_i$, $p_i = N_i/N$ herzuleiten. **2,5 Punkte**

Aufgabe 3 **5 Punkte**

Aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz und den Fresnel-Formeln lassen sich zahlreiche wichtige optische Phänomene herleiten, die beim Übergang von Licht von einem Medium in ein anderes zu beobachten sind.

a) Wie lauten die Fresnel-Formeln für schrägen Lichteinfall? Zeichnen Sie begleitend eine Skizze mit den E-Feld-Komponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene sowie den Wellenvektoren für einfallendes, reflektiertes und transmittiertes Licht. **1 Punkt**
b) Was geschieht in den Fresnel-Formeln, wenn der Lichteinfall senkrecht zur Grenzfläche zwischen den beiden Medien erfolgt? **1 Punkt**
c) Zeigen Sie, unter welcher Bedingung es für die reflektierte E-Feld-Komponente senkrecht zur Einfallsebene zu einem Phasensprung von π kommt. **1 Punkt**
d) Sehr interessant sind der Effekt und der physikalische Hintergrund des Brewster-Winkels.
   i) Leiten Sie den Brewster-Winkel her. **½ Punkt**
   ii) Zeigen Sie mit Bezug auf Ihre Zeichnung in a), was mit unpolarisiertem Licht geschieht, das unter dem Brewster-Winkel auf eine Grenzfläche fällt. **½ Punkt**
   iii) Erklären Sie dieses Phänomen kurz aus der Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols (mit Zeichnung). **½ Punkt**
   iv) Inwiefern können Angler und Surfer von der Existenz des Brewster-Winkels profitieren? **½ Punkt**

Aufgabe 4 **4 Punkte**

In drei gleichartigen Gefäßen (gleiches Volumen *V*) befinden sich unterschiedliche ideale Gase mit den Stoffmengen n_1 = 1 mol, n_2 = 2 mol, n_3 = 3 mol. Nun werden die drei Gefäße durch das Öffnen von Ventilen miteinander verbunden, so dass sich die Gase ideal mischen können.

a) Wie groß ist der Anstieg der Entropie? Lösen Sie die Aufgabe durch Betrachtung der Teilchenzahlen mit der Formel $S = -k_B \sum_k N_K \ln\left(\frac{N_K}{N}\right)$ (N_K: Anzahl von Teilchen einer Gassorte im Zustand *k*, *N*: Gesamtzahl von Teilchen einer Gassorte).

   Geben Sie das Ergebnis in J/K an. **1 Punkt**

b) Berechnen Sie den Anstieg der Entropie, wenn es sich um drei gleiche Gase handelt.
   2 Punkte
c) Erklären Sie: Warum ist der Wert der Entropie bei geschlossenen Gefäßen in Aufgabenteil a anders in Teil b? Warum ist die Entropieänderung in beiden Aufgabenteilen unterschiedlich?
   1 Punkt