

4/1

1a)

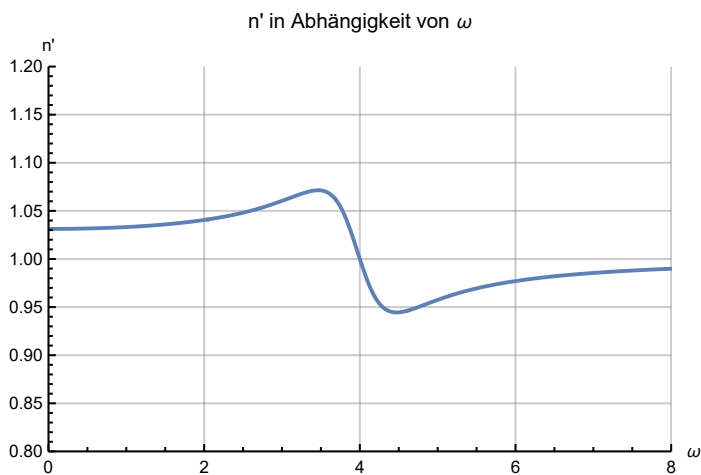
In[917]:=

```

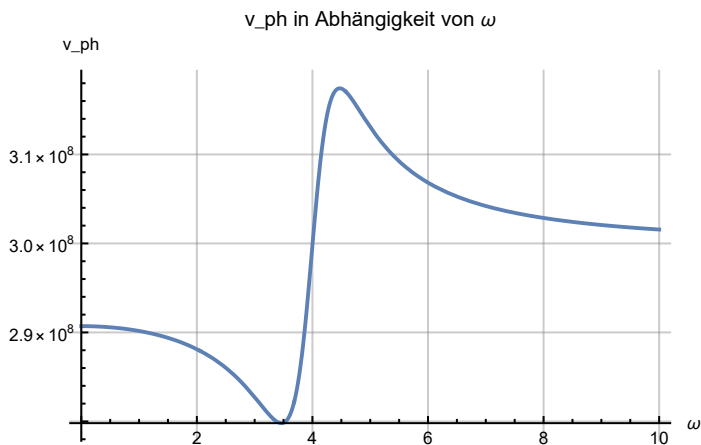
k := 1
Ω := 4
γ := 1
c := QuantityMagnitude[UnitConvert[Quantity["SpeedOfLight"], "Meters" / "Second"]]
nPrime[ω_] := 1 + 1 / 2 * (k * (Ω^2 - ω^2)) / ((Ω^2 - ω^2)^2 + (γ * ω)^2);
Plot[nPrime[ω], {ω, 0, 10}, PlotRange -> {{0, 8}, {0.8, 1.2}},
  PlotLabel -> "n' in Abhängigkeit von ω", AxesLabel -> {"ω", "n'"},
  PlotStyle -> Thick, GridLines -> Automatic]
Plot[c / nPrime[ω], {ω, 0, 10}, PlotRange -> All, PlotLabel -> "v_ph in Abhängigkeit von ω",
  AxesLabel -> {"ω", "v_ph"}, PlotStyle -> Thick, GridLines -> Automatic]

```

Out[922]=



Out[923]=



7/1

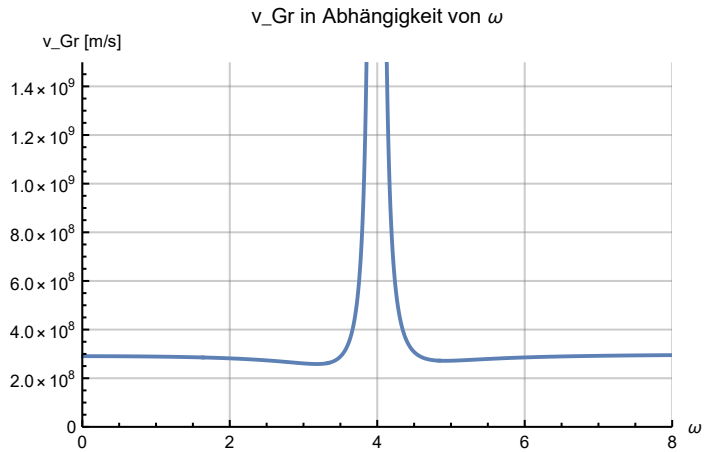
Man kann sehen, dass  $n'$  bei  $\omega > \Omega$  kleiner als 1 ist, demnach ist  $c/n'$  in diesem Bereich größer als 1 und die Phasengeschwindigkeit  $v_{ph}$  größer als  $c$ .

1b)

In[924]:=

```
Plot[c / (nPrime[ $\omega$ ] +  $\omega$  * nPrime' [ $\omega$ ]), { $\omega$ , 0, 10},
  PlotRange -> {{0, 8}, {0, 5 * c}}, PlotLabel -> "v_Gr in Abhängigkeit von  $\omega$ ",
  AxesLabel -> {" $\omega$ ", "v_Gr [m/s]"}, PlotStyle -> Thick, GridLines -> Automatic]
```

Out[924]=



Die Gruppengeschwindigkeit ist im Bereich von  $\omega=\Omega$  größer als c.

7/1

1c)

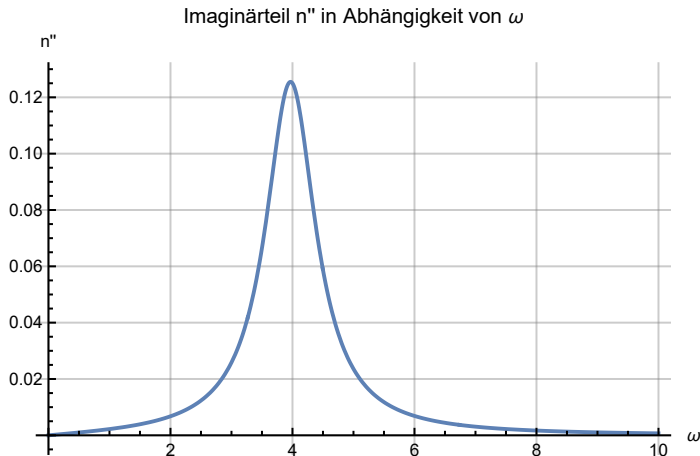
In[937]:=

```

n2Prime[ω_] := 1 / 2 * k * γ * ω / ((Ω^2 - ω^2)^2 + (γ * ω)^2);
Plot[n2Prime[ω], {ω, 0, 10}, PlotRange -> All,
  PlotLabel -> "Imaginärteil n'' in Abhängigkeit von ω",
  AxesLabel -> {"ω", "n''"}, PlotStyle -> Thick, GridLines -> Automatic]

```

Out[938]=



1/1

Es ist zu sehen, dass  $n''$  bei  $\omega = \Omega$  (wie in b) sein Maximum hat.

Die Lichtwelle wird also bei  $\omega = \Omega$  am meisten absorbiert.

- d) Obwohl  $v_{ph} > c$  und  $v_{gr} > c$  auftritt, bedeutet das nicht, dass Informationen bzw. physikalische Signale schneller als Lichtgeschwindigkeit übertragen werden. Die Signalübertragungsgeschwindigkeit ist durch hohe  $n''$  (Absorption) begrenzt und die Relativitätstheorie ist nicht verletzt.

1/1

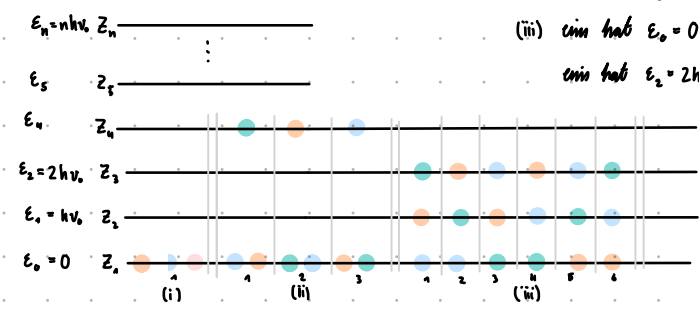
4/4

② a)  $n$  gleichartige Zellen  $Z_i, i \in \{1, \dots, n\}$  und  $N$ -Teilchen

z.B. „thermodynamische W'keit“  $W(N_1, N_2, \dots, N_n) = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_n!}$   $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$  : Besetzungszahlen (Zahl der Moleküle mit  $\epsilon_i$ )

Annahme: Wir betrachten die Schwingungsenergie eines Systems von  $N$  zweiatomigen Molekülen, wobei die Schwingung eines zweiatomigen Moleküls nur diskrete Energiezustände  $\epsilon_i = i h \nu_0$  ( $h$ : Planck-Konst.;  $\nu_0$ : Schwingungsfrequenz)

- $N=3$  und Spannungsenergie  $E=3h\nu_0$
- (i) jedes Molekül hat Energie  $\epsilon_1 = h\nu_0$  → Zahl d. Realisierungs-mögl.: 1 ⇒  $N_1=3$
  - (ii) je zwei Moleküle haben Energie  $\epsilon_2 = 2h\nu_0$   
 ein hat  $\epsilon_2 = 3h\nu_0$  → " : 3 ⇒  $N_1=2, N_2=1$
  - (iii) ein hat  $\epsilon_0 = 0$ , ein hat  $\epsilon_1 = h\nu_0$   
 ein hat  $\epsilon_2 = 2h\nu_0$  → " : 6 ⇒  $N_1=1, N_2=1, N_3=1$



(i)  $W = \frac{3!}{3!0!0! \dots} = 1$   
 (ii)  $W = \frac{3!}{2!0!1! \dots} = 3$   
 (iii)  $W = \frac{3!}{1!1!1! \dots} = 6$

1, 3, 6

Für die Besetzung der Zellen gibt  $N_i!$  Permutationen  $i \in [1, n]$

b)  $\ln N! \approx N \ln N - N$   $p_i = \frac{N_i}{N}$   $S = -k_B N \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = -k_B N \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N} \ln \left( \frac{N_i}{N} \right)$

Entropie  $S = k_B \ln W = k_B \ln \left( \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_n!} \right) = -k_B \ln \left( \frac{\prod_{i=1}^n N_i!}{N!} \right) = -k_B \left[ \ln \left( \prod_{i=1}^n N_i! \right) - \ln(N!) \right] = -k_B \left[ \sum_{i=1}^n \ln(N_i!) - \ln(N!) \right]$

$\approx -k_B \left[ \sum_{i=1}^n (N_i \ln N_i - N_i) - N \ln N + N \right] = -k_B \left[ \sum_{i=1}^n N_i \ln N_i - \sum_{i=1}^n N_i + N \ln N + N \right] = -k_B \left[ \sum_{i=1}^n N_i \ln N_i - N \ln N \right]$   
 $\uparrow$   
 $\ln N_i = \ln p_i N = \ln p_i + \ln N$   
 $= -k_B N \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$

2, 5 / 2, 5

③ a) Fresnel-Formel für schräg einfallendes Licht

p - Polarisation  $\vec{E} \parallel$  Einfallsebene

s - Polarisation:  $\vec{E} \perp$  Einfallsebene

$r_p = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$

$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$

$t_p = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$

$t_s = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$

③ a) p-Polarisation:  $\vec{E} \parallel$  Einfallsebene

5/9

s-Polarisation:  $\vec{E} \perp$  Einfallsebene

$$r_p = \frac{n_i \cos \vartheta_i - n_t \cos \vartheta_t}{n_i \cos \vartheta_i + n_t \cos \vartheta_t}$$

$$r_s = \frac{n_i \cos \vartheta_i - n_t \cos \vartheta_t}{n_i \cos \vartheta_i + n_t \cos \vartheta_t}$$

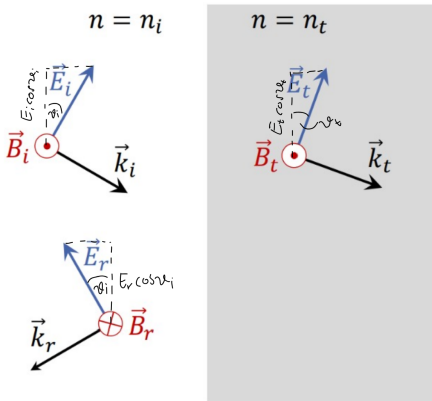
1/1

$$t_p = \frac{2n_i \cos \vartheta_i}{n_i \cos \vartheta_i + n_t \cos \vartheta_t}$$

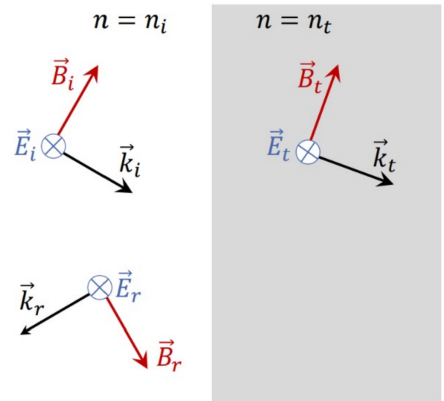
$$t_s = \frac{2n_i \cos \vartheta_i}{n_i \cos \vartheta_i + n_t \cos \vartheta_t}$$

mit dem Gesetz von Snellius:  $n_1 \sin \vartheta_i = n_2 \sin \vartheta_t$

p-Polarisation:  $\vec{E} \parallel$  Einfallsebene



s-Polarisation:  $\vec{E} \perp$  Einfallsebene



b) Da das Licht senkrecht auf das Medium trifft, vereinfachen sich die Fresnel-Formeln, weil  $\vartheta_i = 0 \Rightarrow \vartheta_t = 0$

$$\Rightarrow \cos \vartheta_i = \cos \vartheta_t = 1$$

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}$$

$$t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2n_i}{n_i + n_t}$$

1/1

c) Ein Phasensprung von  $\pi$  ( $180^\circ$ ) tritt auf, wenn Licht von einem Medium mit niedrigem Brechungsindex  $n_i$  in ein Medium mit höherem Brechungsindex  $n_t$  trifft:

$$n_i < n_t$$

E-Feld?

0,5/1

$$r_s = \frac{n_i \cos \vartheta_i - n_t \cos \vartheta_t}{n_i \cos \vartheta_i + n_t \cos \vartheta_t} < 0$$

d) (i) Der Brewster-Winkel ist der Winkel, bei dem kein p-polarisiertes Licht reflektiert wird ( $\Leftrightarrow r_p = 0$ )

$$\begin{aligned} \theta_i + \theta_t &\stackrel{!}{=} 90^\circ \\ \Rightarrow \theta_t &= 90^\circ - \theta_i \\ n_i \sin \theta_i &= n_t \sin(90^\circ - \theta_i) \\ &= n_t \cos(\theta_i) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{mit } n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t \\ \theta_i = \theta_B \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \theta_B = \arctan\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

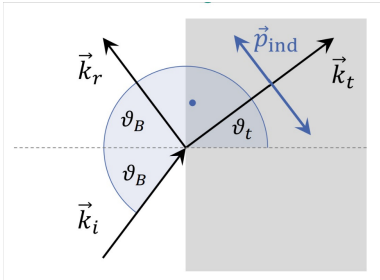
0,5/0,5

(ii) Unpolarisiertes Licht hat sowohl p- als auch s-polarisierte Komponenten.

Bei Einfall unter dem Brewster-Winkel wird die p-polarisierte Komponente vollständig transmittiert und s-polarisierte Komponente teilweise reflektiert. Das reflektierte Licht ist also komplett s-polarisiert, das transmittierte Licht bleibt s- und p-polarisiert (hauptsächlich aber p-polarisiert.)

0,5/0,5

(iii)



Ein Hertz'scher Dipol strahlt nicht entlang seiner Schwingungsachse ab.

0,5/0,5

(iv) Angler und Surfer können durch polarisierte Sonnenbrillen störende Reflexionen von der Wasseroberfläche minimieren. Diese Brillen blockieren s-polarisiertes (an der Oberfläche reflektiertes) Licht.

0,5/0,5

④ a.)  $S = -k_B \sum_k N_k \ln\left(\frac{N_k}{N}\right)$  0,5/4

$n_1 = 1 \text{ mol}, n_2 = 2 \text{ mol}, n_3 = 3 \text{ mol} \Rightarrow n_{\text{ges}} = 6 \text{ mol}$

$$S = -k_B \sum_{k=1}^3 p_k N \ln(p_k) \quad p_k = \frac{N_k}{N}$$

$$S = -n_{\text{ges}} \cdot \underbrace{k_B \cdot N_A}_{= R} \sum_{k=1}^3 p_k \ln(p_k)$$

$$\approx -6 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \left( \frac{1}{6} \ln\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{2}{6} \ln\left(\frac{2}{6}\right) + \frac{3}{6} \ln\left(\frac{3}{6}\right) \right)$$

$$\approx 50,43 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad \text{f} \quad \text{0/1}$$

b) Wenn alle Gase gleich sind ist  $N_k = N$

$$\Rightarrow S = -k_B \sum_{k=1}^3 N \underbrace{\ln(1)}_{=0} = 0 \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ (keine Änderung)}$$

0/2

c) Die Entropie hängt von der Anzahl möglicher (neuer) Zustände ab. Bei unterschiedlichen Gasen steigt die Entropie, weil sich die Gase ununterscheidbar im Raum verteilen.

Bei gleichen Gasen gibt es keine neuen Zustände nach Öffnen der Ventile, daher bleibt die Entropie gleich.

0,5/1