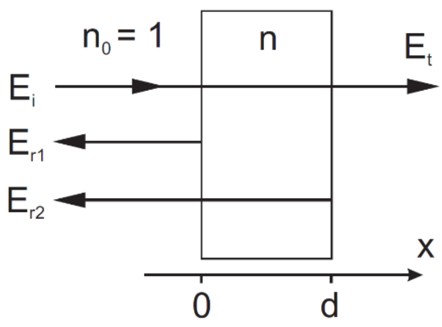
Übungsblatt 5

Ausgabe: 19.11.2024
Abgabe: 26.11.2024, vor 10:00 Uhr (Ilias)
Besprechung: 28.11.2024 (Tutorien)

Aufgabe 1 **5 Punkte**

Die Lichtwelle $E_i = E_0 e^{i(k_0 x - \omega t)}$ mit der Vakuumwellenlänge λ_0 fällt senkrecht auf ein Glasplättchen mit Dicke *d* und Brechungsindex *n* > 1.



a) Geben Sie die beiden reflektierten Wellen E_{r1} und E_{r2} an.
   Die Transmissionskoeffizienten seien ungefähr 1 und müssen daher bei der Berechnung von E_{r2} nicht berücksichtigt werden. **2 Punkte**
b) Berechnen Sie die gesamte reflektierte Welle $E_r = E_{r1} + E_{r2}$ und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich. Mehrfachreflexionen sollen nicht betrachtet werden. **1 Punkt**
c) Zeigen Sie, dass die Intensität I_r der gesamten reflektierte Welle einen Faktor $\sin^2(nk_0d)$ enthält. **½ Punkt**
d) Wie groß ist I_r für $d << \lambda$? **½ Punkt**
e) Bestimmen Sie den Phasensprung der gesamten reflektierten Welle für $d << \lambda$. Berechnen Sie dazu das Verhältnis E_r/E_i. Tritt in diesem ein imaginärer Anteil $e^{i\Delta\phi}$ auf, ist $\Delta\phi$ der Phasensprung. **1 Punkt**

Aufgabe 2 **2 Punkte**

Die Transfermatrixmethode kann dafür genutzt werden, die Propagation einer einfallenden elektrischen Welle $E_i = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$ durch dünne Schichten dielektrischer Materialien zu berechnen.

a) Wie sieht die Transfermatrix für eine Schicht mit Brechungsindex *n* und Dicke *d* aus? **½ Punkt**
b) Zwei derartige Schichten mit gleichen *n* und *d* liegen hintereinander. Zeigen Sie, dass Sie durch Multiplikation der Matrizen der Einzelschichten dasselbe Ergebnis erhalten wie wenn Sie direkt die Matrix für die Doppelschicht aufstellen. **1,5 Punkte**

Aufgabe 3 **4 Punkte**

Wir betrachten im Folgenden abgeschlossene Systeme von Teilchen, die sich bei konstanter Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befinden. Der Gleichverteilungssatz der statistischen Mechanik lautet (pro Teilchen und Freiheitsgrad):

$$< p\frac{\partial H}{\partial p} >= k_B T \quad (1)$$
$$< x\frac{\partial H}{\partial x} >= k_B T \quad (2)$$

Hier ist $H = H_{kin} + V(x)$ die Hamilton-Funktion, $H_{kin} = \frac{p^2}{2m}$ ist die kinetische Energie, $V(x)$ ist die potentielle Energie, *x* und *p* sind Ort und Impuls des betrachteten Freiheitsgrades. Die Klammern $< \cdots >$ notieren den zeitlichen Mittelwert.
Beziehung (2) wird auch Virialsatz genannt (von lateinisch *vis* Kraft). Eine Herleitung des Gleichverteilungssatzes erfolgt später in der Theorie-Vorlesung zur Statistischen Mechanik.

a) Ein fester Körper bestehe aus *N* Teilchen, welche in jede Raumrichtung $x_i, i = 1,2,3$ paarweise miteinander wechselwirken durch harmonische Schwingungen mit dem Potential $V(x_i) = \frac{1}{2}a{x_i}^2$ ($a > 0$: Konstante).

i) Bestimmen Sie die mittlere Energie $< E >=< H_{kin} > + < V >$ über den Gleichverteilungssatz. **1 Punkt**

ii) Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität C_V des festen Körpers aus der Annahme, dass für die inneren Energie U des Körpers gilt $U =< E >$. **½ Punkt**

b) Ein ideales Gas bestehe aus *N* einatomigen Teilchen, welche für jede Raumrichtung $x_i, i = 1,2,3$ einen Translationsfreiheitsgrad besitzen. Ihre potentielle Energie bezüglich der Translation ist $V(x_i) = 0$. Berechnen Sie wie in a) die Größen $< E >$ und C_V über den Gleichverteilungssatz. **½ Punkt**

c) Ein ideales Gas besteht aus *N* zweiatomigen Teilchen. Für die Translationsfreiheitsgrade gilt dasselbe wie in b). Zusätzlich zeigt jedes Teilchen eine harmonische Schwingung mit dem Potential $V(x_s) = \frac{1}{2}a{x_s}^2$ ($a > 0$: Konstante, x_s: Ortskoordinate der Schwingung). Berechnen Sie wiederum die Größen $< E >$ und C_V über den Gleichverteilungssatz. **1 Punkt**

d) Wir betrachten ein System, in dem eine Gesamtanzahl von *N* Teilchen in jede Raumrichtung $x_i, i = 1,2,3$ über das Potential $V(x_i) = -b\frac{1}{x_i}$ paarweise miteinander wechselwirken ($b > 0$: Konstante). Berechnen Sie wie oben die Größen $< E >$ und C_V über den Gleichverteilungssatz. **1 Punkt**

--- Bitte beachten Sie die folgende Seite ---

Aufgabe 4 **3 Punkte**

a) Wie groß ist der Adiabatenexponent eines Gases aus Wassermolekülen (H_2O)? Wie erklärt sich dies? Nehmen Sie an, dass die Temperatur nicht zu hoch und die Bindung zwischen Wasserstoff und Sauerstoff daher starr ist. **1 Punkt**

b) Sie haben zwei wärmeisolierte Gefäße bei Raumtemperatur. In einem befindet sich 1 Mol Argon, im anderen 1 Mol Stickstoff. Beiden Gasen wird die gleiche Wärmemenge zugeführt. Welches Gas erwärmt sich stärker? Begründen Sie Ihre Antwort. **1 Punkt**

c) Bestimmen Sie die maximale isobare Wärmekapazität C_P von Ethin (C_2H_2), einem linearen Molekül. Recherchieren Sie für Ihre Antwort, wie Sie die Anzahl der inneren Vibrationsfreiheitsgrade des Moleküls bestimmen können. **1 Punkt**

Aus der Fachschaft Physik: