zu 9.1.1. :

Beobachtung im Helium-Atom

a) 1. Elektron $n=1$, $l=0$, $E_{100} = 54{,}4\,eV$

2. " $n=1$, $l=0$, $E_{200} = 24{,}6\,eV$

↳ H-ähnliches Energiespektrum

b) Zwei Heliumatome:

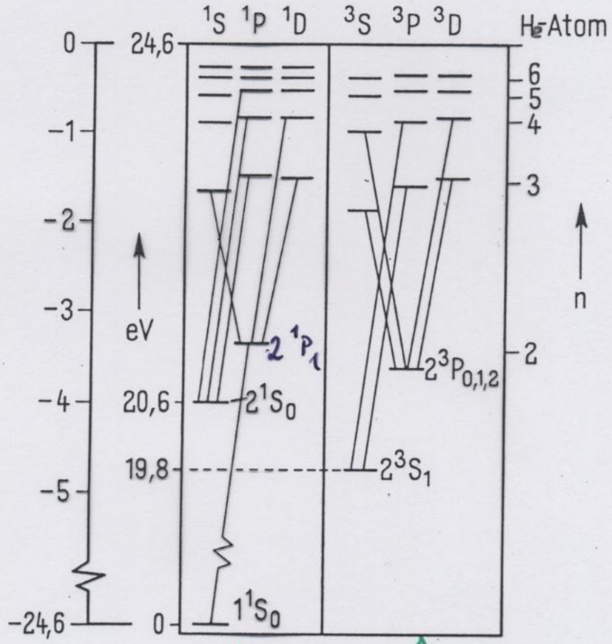
Ortho-Helium ↑↑ $S=1$: $2\,^3S_1$ bei $-19{,}8\,eV$

keine Übergänge durch Photonen

Para-Helium ↓↑ $S=0$: $1\,^1S_0$ bei $-24{,}6\,eV$

Hintergrund: Pauliprinzip

Termschema von Helium



↑ Para-Helium ↑↓

↑ Ortho-Helium ↑↑

9.1.2 Wellenfunktion

(a) Ansatz: $\psi_S(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_1(1)\cdot\psi_2(2) + \psi_2(1)\cdot\psi_1(2)\right)$

Symmetrische Gesamt w.f.

$\psi_A(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_1(1)\cdot\psi_2(2) - \psi_1(2)\cdot\psi_2(1)\right)$

Antisymm. Gesamtfunktion

Symmetrie bezieht sich auf Austausch Elektron 1 mit Elektron 2

Vertauschung $1 \to 2$ bzw $2 \to 1$:

$P \cdot \psi_S = \psi_S$ $\quad |P\psi_S|^2 = |\psi_S(2,1)|^2 = |\psi_S(1,2)|^2$

$P\ \psi_A = -\psi_A$ $\quad |P\psi_A|^2 = |-\psi_A(2,1)|^2 = |\psi_A(1,2)|^2$

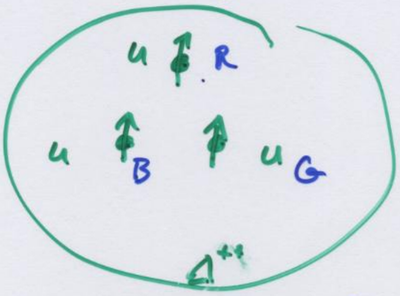
$\Rightarrow |\psi_S|^2 = |\psi_1(1)|^2 \cdot |\psi_2(1)|^2$ für id. Koordinaten, d.h. $r_1 = r_2$

$|\psi_A|^2 = 0$

„Anwendung" : $\Delta^{++}_{3/2}$ Resonanz.

$\uparrow$

Baryon $l = 0$



weitere Quantenzahl:

Farbladung! → Starke WW

b) Symmetrieeigenschaften von Teilchen

Pauli : gekoppelt an Spin

Für identische Teilchen

Bosonen : ψ_S	Fermionen ψ_A
Spin 0, 1, ...	Spin $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ ...
Bs: $\underbrace{H}_{0}$, $\underbrace{\gamma, g, W^{\pm}, Z}_{1}$, $\underbrace{G}_{\geq 2}$	Bs. Quarks, Leptonen
Phononen, He^4	p, n, He^3, $\Delta^{++}_{5/2}$
Alle Quantenzahlen können übereinstimmen	Besitzen ungleiche Quantenzahlen

im therm. Gleichgewicht

Bose-Einstein-Statistik

$$N(E) = \frac{1}{a \cdot e^{E/kT} - 1}$$

Fermi-Dirac-Stat.

$$N(E) = \frac{1}{a \cdot e^{E/kT} + 1}$$

Für nicht ident. Teilchen:

Maxwell-Boltzmann-Stat.

$$N(E) = \frac{1}{a \cdot e^{E/kT}}$$

c) Spinzustände für Systeme mit 2 id. Teilchen

Spins können $\uparrow\uparrow$ $\Rightarrow$ oder $\uparrow\downarrow$ sein
$\downarrow\downarrow$ $\Rightarrow$

Triplett
$$\chi_S(1,2) = \chi^+(1)\cdot\chi^+(2) = \chi_1^1$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\chi^+(1)\cdot\chi^-(2) + \chi^+(2)\,\chi^-(1)\right] = \chi_1^0$$
$$\chi^-(1)\,\chi^-(2) = \chi_1^{-1}$$

Singulett
$$\chi_A(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\chi^+(1)\cdot\chi^-(2) - \chi^+(2)\cdot\chi^-(1)\right] = \chi_0^0$$

Gesamtwellenfunktion:

Antisymmet.
$$\Psi_A = \psi_S(1,2)\cdot\chi_A(1,2) \quad \text{oder}$$
$$\Psi_A = \psi_A(1,2)\cdot\chi_S(1,2)$$

Für 2 id. Fermionen

Bs: a) Helium im <u>Grundzustand</u> ↑↓

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_1(1) \cdot \psi_2(2) + \psi_2(1) \cdot \psi_1(2) \right) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\chi^+(1) \cdot \chi^-(2) - \chi^-(1) \chi^+(2) \right)$$

$$= \psi_{100}(r_1) \cdot \psi_{100}(r_2) \cdot \left\{ \chi^+(1) \chi^-(2) - \chi^-(1) \chi^+(2) \right\}$$

$$\hat{=}\ 1\ {}^1S_0$$

b) Helium im <u>angeregten Zustand</u> ↓↑ od. ↑↑

$$\psi_{ang.} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_1(1) \cdot \psi_2(2) + \psi_2(1) \cdot \psi_1(2) \right)$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\chi^+(1) \chi^-(2) - \chi^-(1) \cdot \chi^+(2) \right)$$

↑↓

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \psi_{100}(r_1) \cdot \psi_{200}(r_2) + \psi_{200}(r_1) \cdot \psi_{100}(r_2) \right\} \cdot \chi_0^0$$

$$\hat{=}\ 2\ {}^1S_0$$

$$\Psi_{Trip} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\psi_{100}(r_1)\,\psi_{200}(r_2) - \psi_{200}(r_1)\,\psi_{100}(r_2) \right] \cdot \begin{cases} \chi^{1}_{1} \\ \chi^{0}_{1} \\ \chi^{-1}_{1} \end{cases}$$

$$\hat{=} \; 2\,^3S_1 \qquad \text{Triplett.}$$