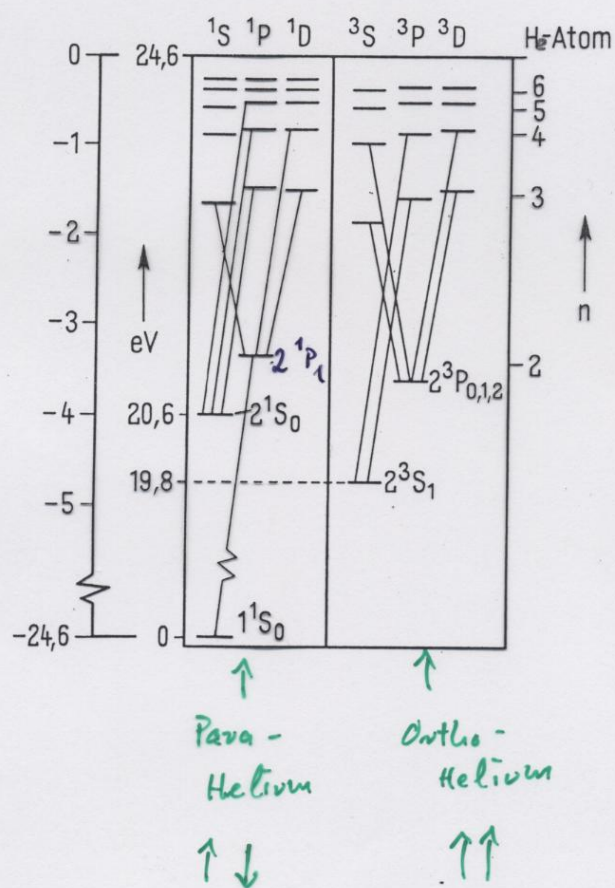


(12)

Termischema van Helium



d) Energieniveaus

$$1^1S_0 : \Delta E = \iint \psi^* V_{12} \psi \, dz_1 \, dz_2$$
$$= \iint |\psi_{100}(z_1) \cdot \psi_{100}(z_2)|^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \, dz_1 \, dz_2$$

$$= \langle V_{12} \rangle$$

$$\chi^* \chi = 1 \quad !$$

$$= \frac{5}{4} \frac{m_e^4}{2a (4\pi\epsilon_0)^2} = 34 \text{ eV}$$

Erweiterung: $E_0 = -54,4 \text{ eV} \quad 1e^- \quad \Delta E$
 $- 24,6 \text{ eV} \quad 2e^-$

$$\underline{2^1 S_0} : \Delta E = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \iint \left[\psi_{100}^2(r_1) \cdot \psi_{200}^2(r_2) + \right. \\ \left. + \psi_{100}^2(r_2) \cdot \psi_{200}^2(r_1) \right] +$$

$$\left\{ \psi_{100}^*(r_1) \psi_{200}^*(r_2) \cdot \psi_{100}(r_2) \cdot \psi_{200}(r_1) \right. \\ \left. + \psi_{100}^*(r_2) \psi_{200}^*(r_1) \cdot \psi_{100}(r_1) \cdot \psi_{200}(r_2) \right\} \\ d\tau_1 d\tau_2$$

$$= \underline{\langle V_{12} \rangle + \Delta E_{\text{Austausch}}}$$

$$\underline{2^3 S_1} : \Delta E = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \iint [\{ \} - \{ \}] d\tau_1 d\tau_2$$

$$= \underline{\langle V_{12} \rangle - \Delta E_{\text{Austausch}}}$$

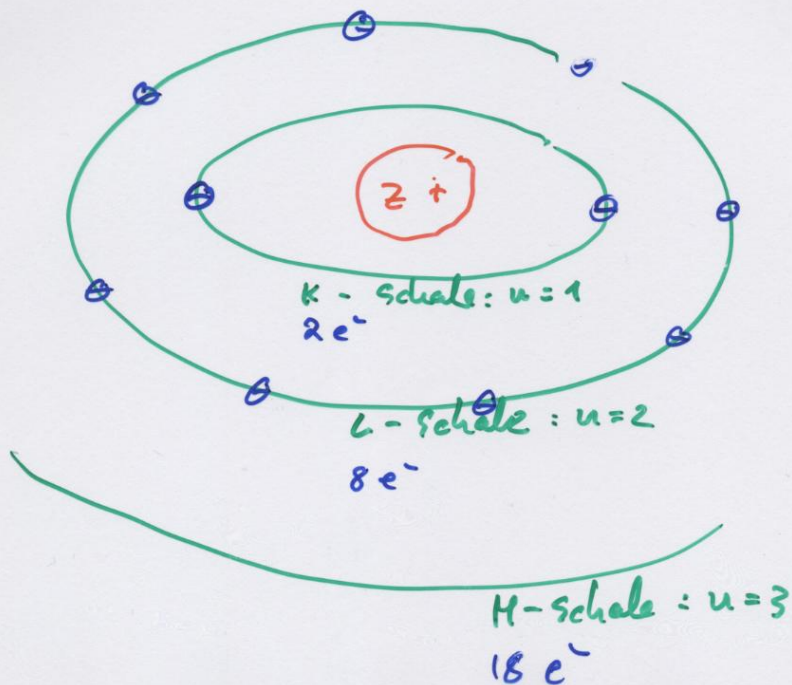
$$\Delta E_{\text{Austausch}} = 0,4 \text{ eV}$$

9.2. Aufbau der Elemente

Schalenstruktur ($z > 1$)

a) ohne Pauliprinzip: Alle Elektronen auf Niveau $n=1$

Mit Pauliprinzip:



K-Schale: $n=1$

$$l=0$$

$$m_l=0$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n_e = 2$$

L-Schale: $n=2$

$$l=0$$

$$m_l=0$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

1.

$$\begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n_e = 8$$

M-Schale: $n=3$

$$l=0$$

$$0$$

$$\pm 2$$

1

$$1, 0, -1$$

2

$$2, 1, 0, -1, -2 \Rightarrow n_e = 18$$

Allgemein: $n=n:$

n Werte von l

$2l+1$ Orientierungsw.

2 Orientierungsw.s

$$\Rightarrow \sum_{l=0}^{n-1} \cdot 2(2l+1) = \underline{\underline{2n^2}}$$

Element	Z	First ionization potential, V	Atom in the ground state			
			Quantum number of last added electron		Electron configuration	Outer-most shell occupied
			<i>n</i>	<i>l</i>		
H	1	13.6	1	0	1s	K
He	2	24.6	1	0	1s ²	K
Li	3	5.39	2	0	Helium core, 2 electrons 2s 2s ² 2s ² 2p 2s ² 2p ² 2s ² 2p ³ 2s ² 2p ⁴ 2s ² 2p ⁵ 2s ² 2p ⁶	L
Be	4	9.32	2	0		L
B	5	8.30	2	1		L
C	6	11.3	2	1		L
N	7	14.5	2	1		L
O	8	13.6	2	1		L
F	9	17.4	2	1		L
Ne	10	21.6	2	1		L
Na	11	5.14	3	0	Neon core, 10 electrons 3s 3s ² 3s ² 3p 3s ² 3p ² 3s ² 3p ³ 3s ² 3p ⁴ 3s ² 3p ⁵ 3s ² 3p ⁶	M
Mg	12	7.64	3	0		M
Al	13	5.98	3	1		M
Si	14	8.15	3	1		M
P	15	10.6	3	1		M
S	16	10.4	3	1		M
Cl	17	13.0	3	1		M
Ar	18	15.8	3	1		M
K	19	4.34	4	0	Argon core 4s	N

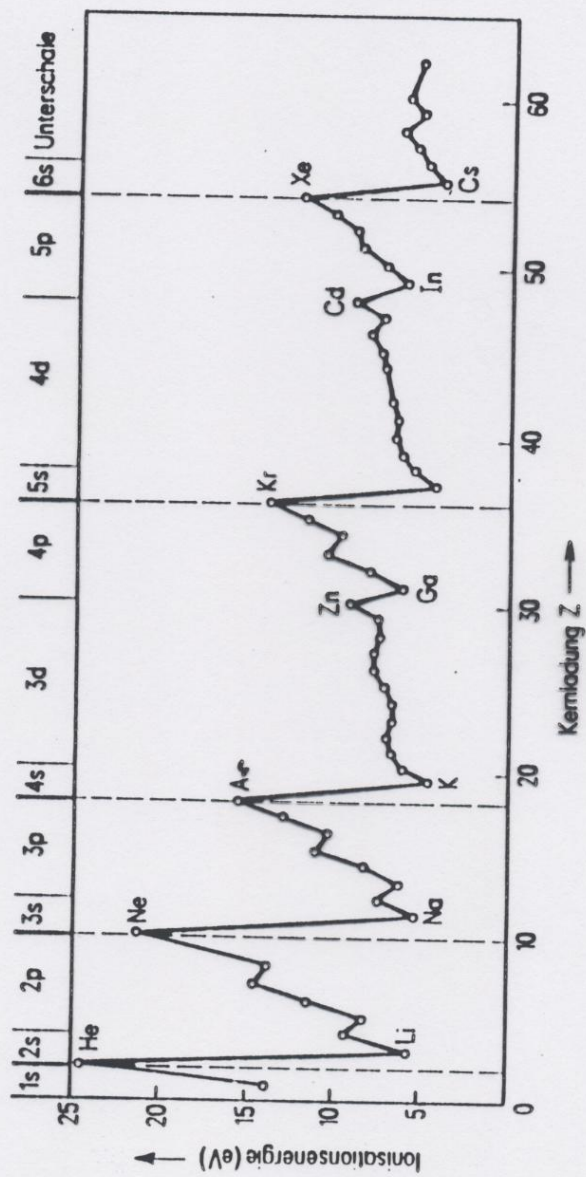


Fig. 77 Ionisationsenergien der Atome

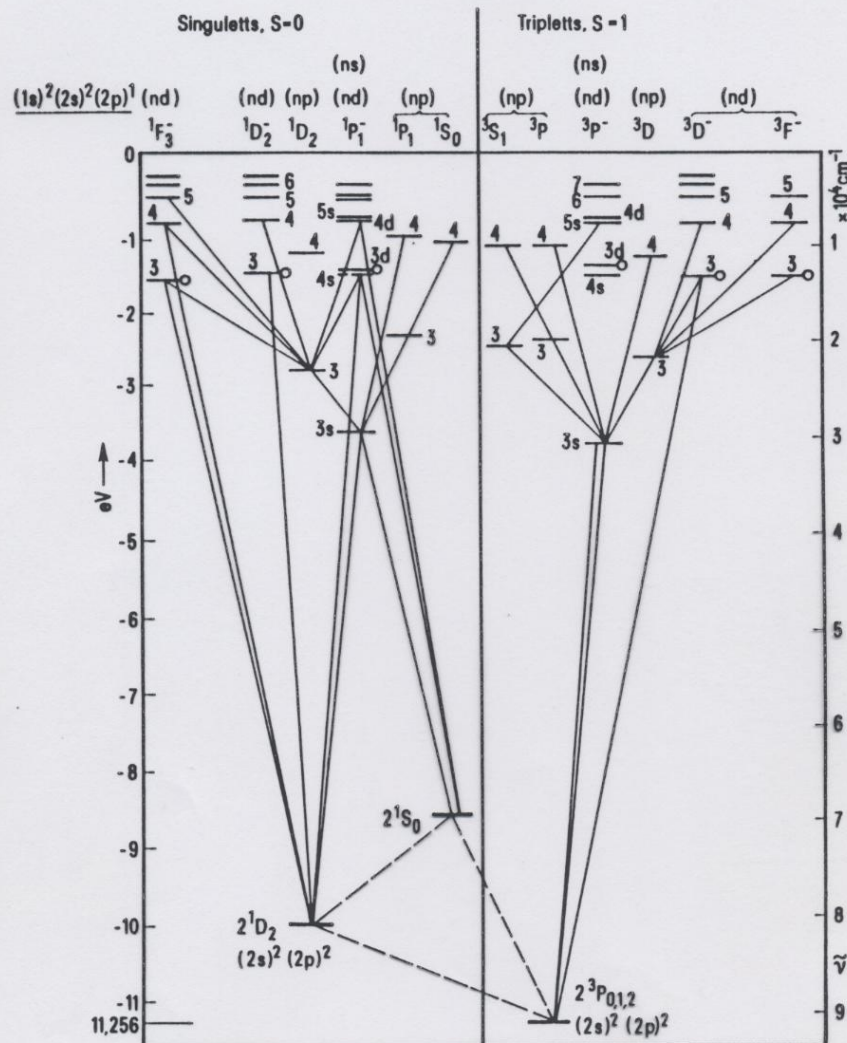
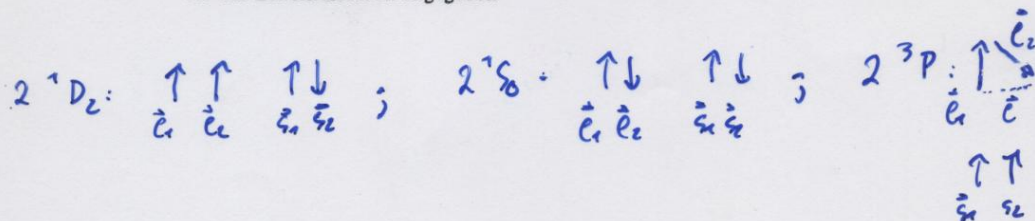
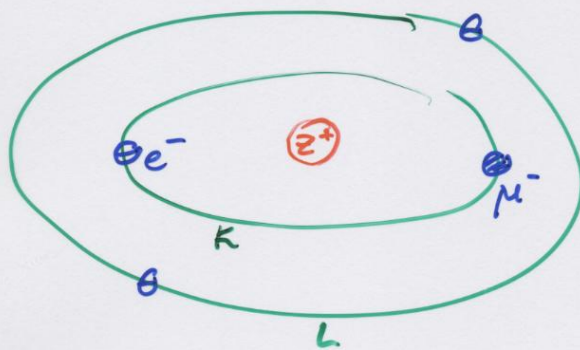


Fig. 88 Termschema des Kohlenstoffs (nur einfache Terme). Oben ist die Konfiguration für das Leuchtelektron angegeben



10 Exotische Atome

10.1 Myonische Atome



Ersetze Elektron
durch μ^-

$$E_m(\mu) = - \frac{Z^2 \alpha^2 m_\mu c^2}{2 n^2}$$

$$\approx 207 \cdot E_m(e)$$

$$r_m(\mu) = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Z e^2 m_\mu} n^2 \approx \frac{r_m(e)}{207}$$

Bsp: 12 Magnesium:

$$E_1^{(e)} = -2 \text{ keV}$$

$$r_1^{(e)} = 4,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

12 Magnesium (μ^-):

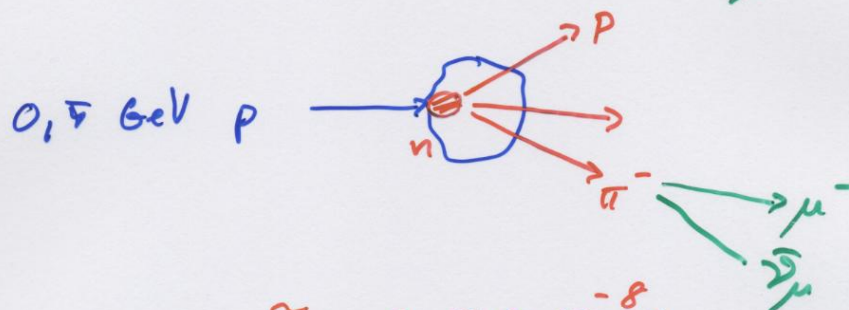
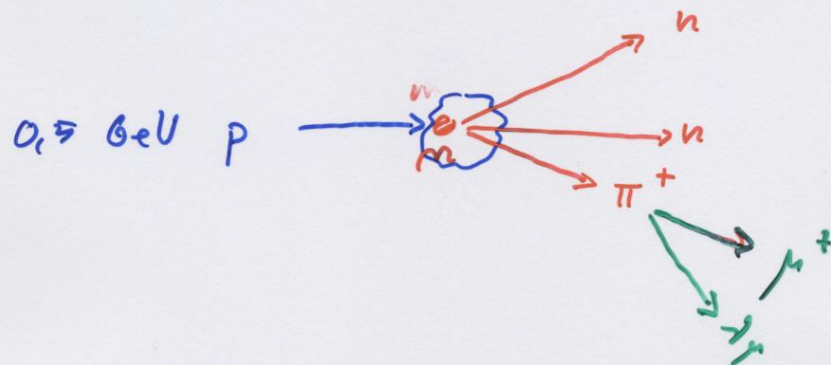
$$E_1^{(\mu)} = -414 \text{ keV}$$

$$r_1^{(\mu)} = 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$\hat{=} 22 \text{ fm}$$

Im Kernnähe

Erzeugung von $\mu^\pm$ am Beschleuniger



$$\tau_\pi \sim 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\tau_\mu \sim 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

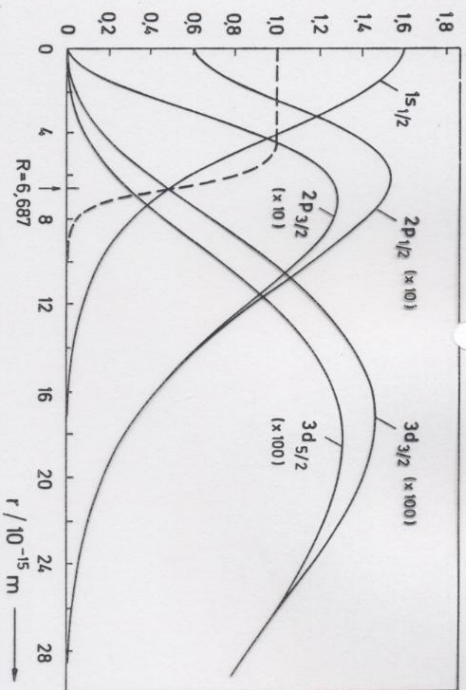


Abb. 8.8. Wahrscheinlichkeit, ein Myon im Abstand r vom Kernzentrum eines Myonatoms anzutreffen, in willkürlichen Einheiten, für verschiedene Schalen (ausgezogene Linien) und Verteilung der Kernladung (gestrichelt) für den Kern von Blei, $Z=82$, Kernradius $R=6.687 \cdot 10^{-15}$ m. Die Symbolik zur Bezeichnung der Schalen wird erst später erklärt

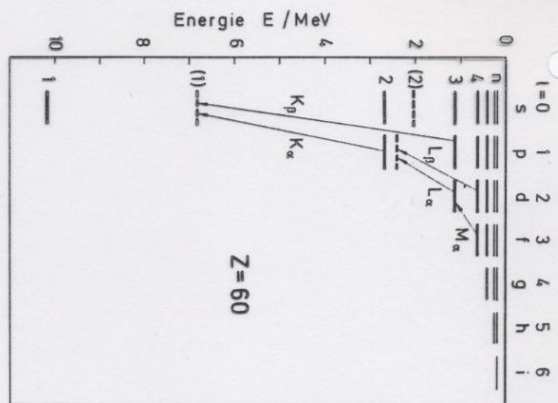
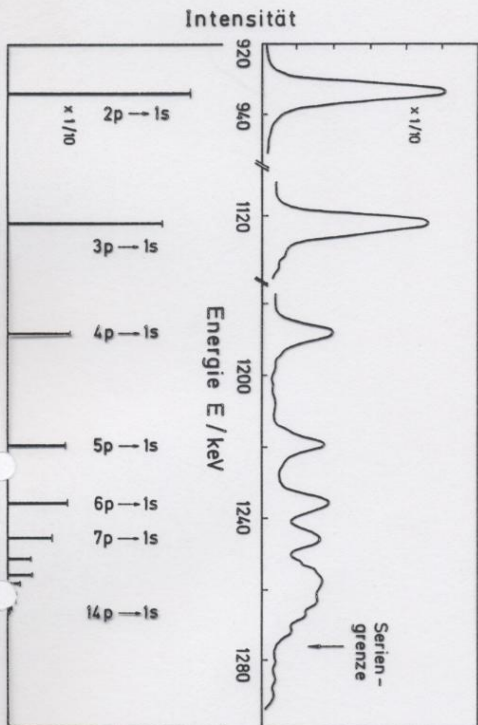


Abb. 8.9. Myonische Terme für ein Atom mit $Z=60$. Die ausgezogenen Terme entsprechen der Annahme eines punktförmigen Kerns. Die gestrichelten Terme berücksichtigen die endliche Kernaussdehnung. Die Bezeichnung der Übergänge entspricht derjenigen für Röntgenlinien, siehe Kapitel 18. Man beachte die Energie-Maßstab

Abb. 8.10. Lyman-Serie ($np \rightarrow 1s$) der myonischen Übergänge im Titan-Atom. Man beachte den Energie-Maßstab

10.2 Positronium

Analog zum H-Atom:

$$\bar{E}_n(\text{Pos}) = - \frac{\alpha^2 m c^2}{2 n^2},$$

$$\left\{ m = \frac{m_{e^+} \cdot m_{e^-}}{m_{e^+} + m_{e^-}} = \frac{m_e}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} E_n(\text{H})$$

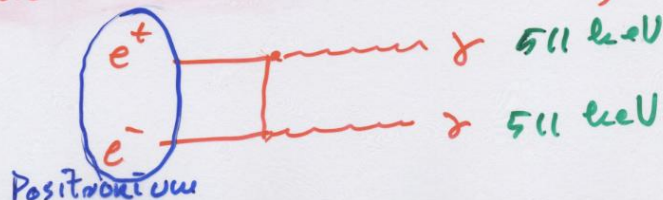
$$\Delta E_{FS}(\text{Pos}) = \frac{1}{2} \Delta E_{FS}(\text{H})$$

$$\Delta E_{HFS}(\text{Pos}) \approx \Delta E_{FS}(\text{Pos})$$

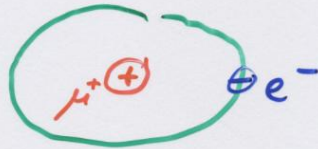
$$\begin{aligned} \text{da } \mu_{\text{Pos}} &= -\mu_{e^-} \\ &\approx 2000 \times \frac{2}{4.6} \mu_B \end{aligned}$$

"Ende" vom Positronium:

Verschwindet durch Vernichtung von e^+, e^-



10.3. Muonium



Berücksichtige $m = \frac{m_\mu m_e}{m_\mu + m_e}$

$$= m_e \cdot \frac{207}{208}$$

$$\Rightarrow E_m(\mu e) = 0,995 \cdot E_m^{(H)}$$

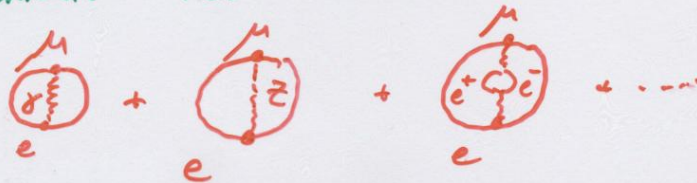
Entspricht ganz dem H-Atom

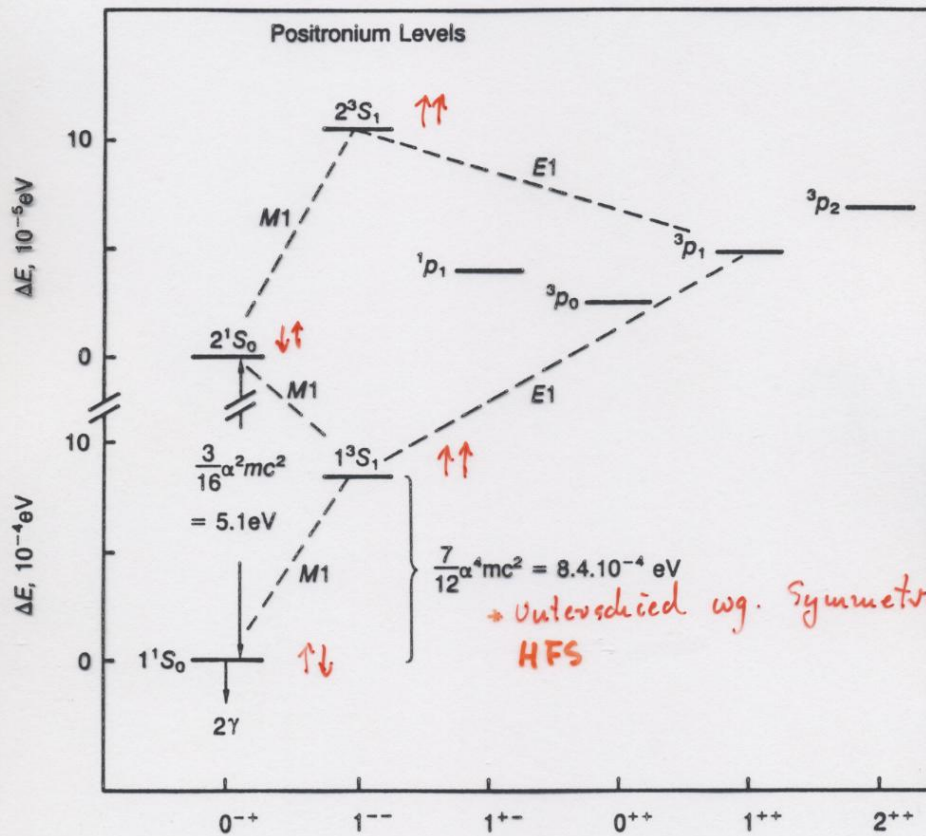
HFS : Aufspaltung von $1^2S_{1/2}$:

$$\Delta \nu_{\text{HFS}} = 4463 \text{ MHz für Muonium}$$
$$1419 \text{ MHz für H}$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_\mu}{\mu_p} = 3,2 \quad \left(\frac{m_\mu}{m_p} \approx 9 \right)$$

Interessant: Test der QED





Energy levels of positronium. Note the varying scale along the vertical axis.

$\rightarrow$ Unterschied wg. Symmetrie des WF,
HFS

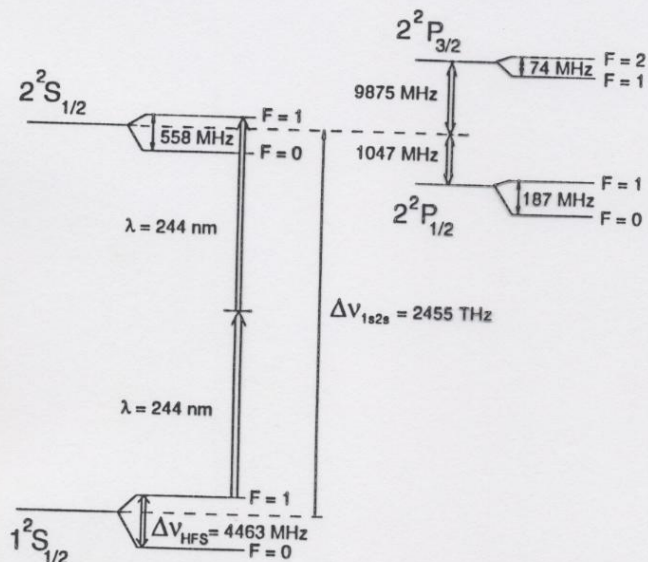


Abb. 1: Die Grob-, Fein- und Hyperfeinstruktur des Grundzustandes ($n=1$) und des ersten angeregten Zustandes ($n=2$) im wasserstoffähnlichen Myoniumatom. Die mit Doppelpfeilen angedeuteten Übergänge konnten bisher experimentell beobachtet werden. Sehr hohe Meßgenauigkeit wurde mit Mikrowellenspektroskopie bei der Hyperfeinstruktur Δv_{HFS} im $1^2S_{1/2}$ -Zustand und durch Doppeler-freie Zweiphotonen-Laserspektroskopie beim Abstand Δv_{1s2s} der $1^2S_{1/2}$ - und $2^2S_{1/2}$ -Zustände erzielt. Beide Messungen involvieren den Grundzustand, in dem die exotischen Atome in ausreichender Anzahl produziert werden können.

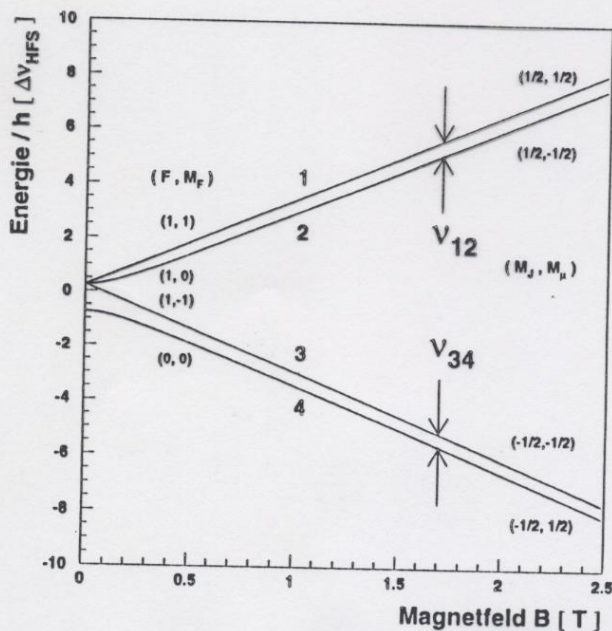


Abb. 2: Der Verlauf der Zeeman-Niveaus im Grundzustand des Myoniumatoms in einem äußeren Magnetfeld. Am LAMPF werden bei einem Magnetfeldwert von 1,7 Tesla die Übergangsfrequenzen ν_{12} und ν_{34} vermessen.