



# Vorlesung 19:

**Roter Faden:**

**Röntgenstrahlung  
Laserprinzip**

Folien auf dem Web:

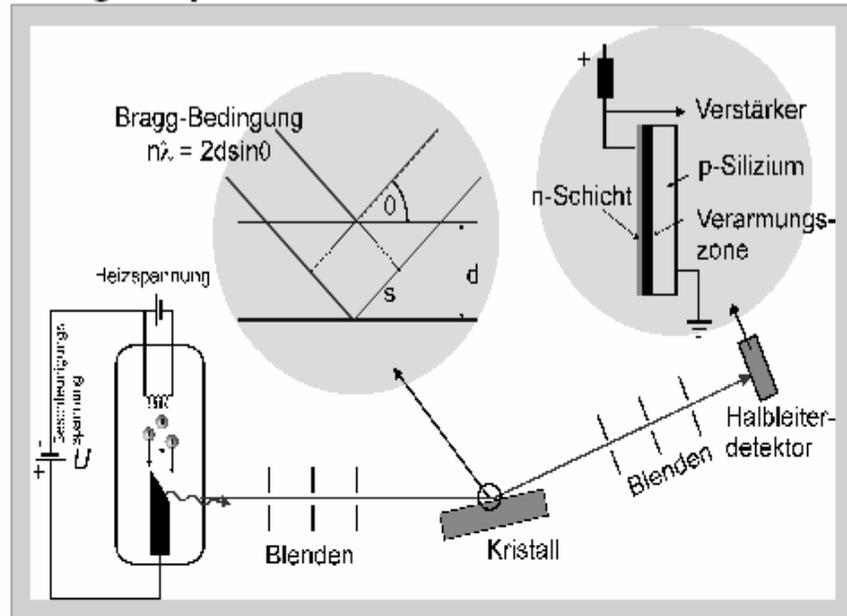
<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/>

**Siehe auch: Demtröder, Experimentalphysik 3,  
Springerverlag**



# Röntgenstrahlung

## Röntgen-Spektrometer



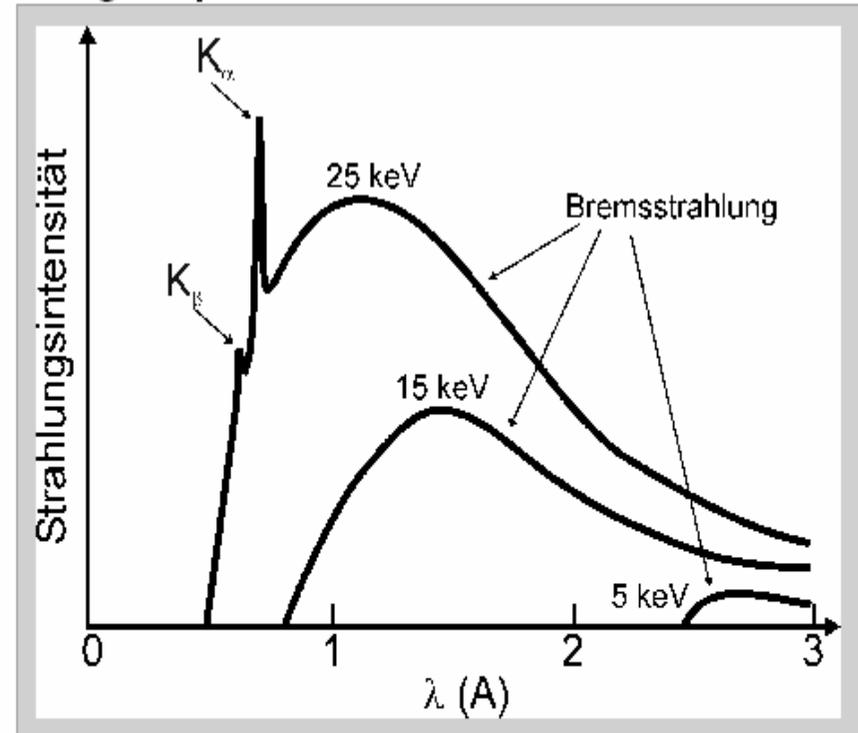
Spektroskopie der inneren Schalen.

- ▶  $E = 1-100 \text{ keV}$
- ▶  $\lambda = 0,1-10 \text{ \AA}$

## Röntgen-Bremsspektrum

- ▶ Kontinuierlich
- ▶ Grenzfrequenz  $\nu_{\text{max}} = eU/h$
- ▶  $I(\nu) \sim Z(\nu_{\text{max}} - \nu)$

## Röntgen-Spektrum

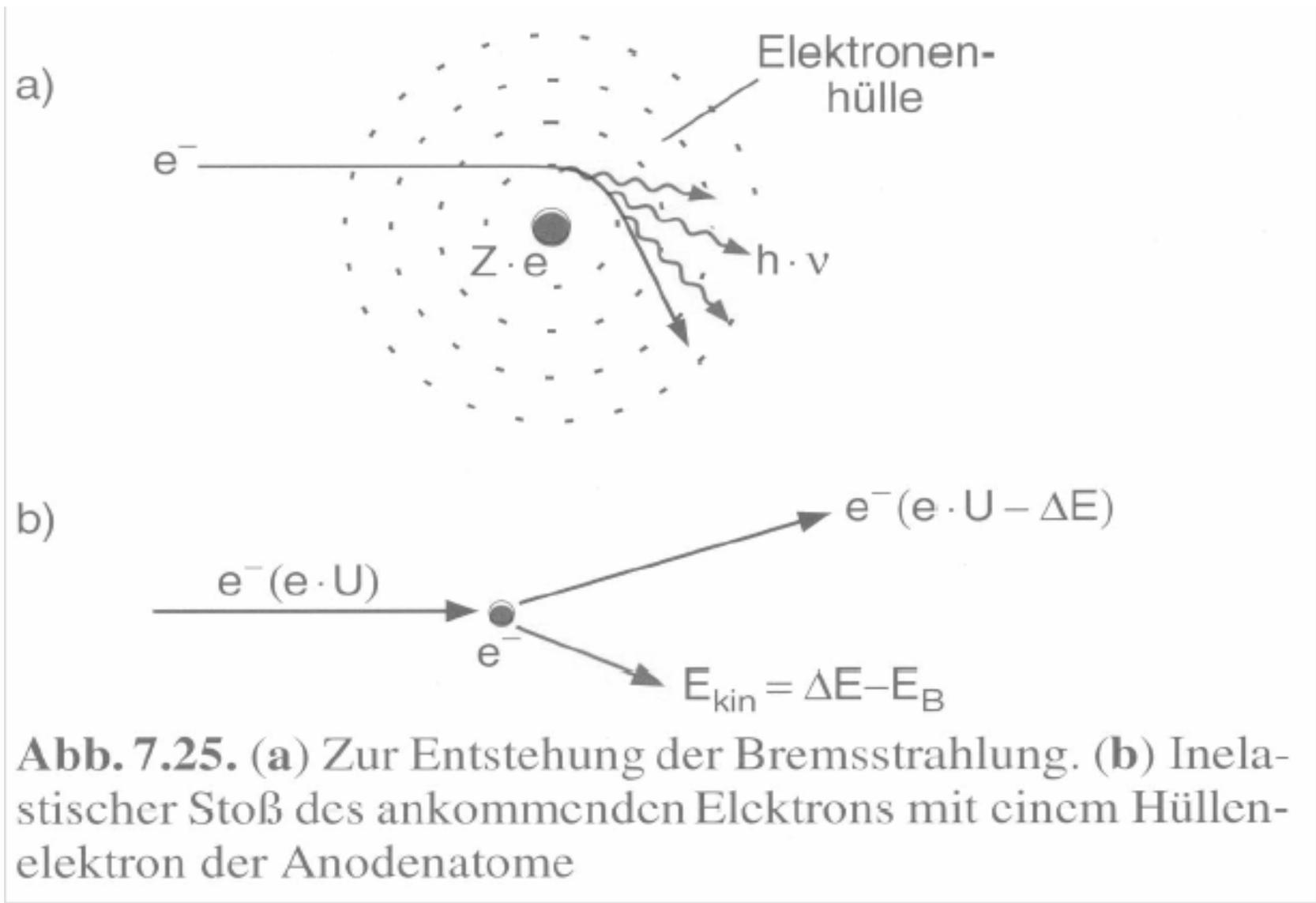


## Charakteristisches Spektrum

- ▶ Wenige Linien
- ▶ Zusammengefasst in Serien
- ▶ Kurzwellige Grenzfrequenz (Serienkante)
- ▶ Serien verschieben sich mit  $Z$  zu höheren Energien



# Entstehung der Röntgenstrahlung





# Röntgenlinien

Deutung der Röntgen-Spektren durch Kossel 1916 im Modell unabhängiger Teilchen.

- ▶ Energetisches Elektron stößt Elektron aus inneren Schale
- ▶ Unbesetztes Niveau in sonst voller Schale (genannt Loch) hat gleichen Eigenschaften wie ein einzelnes Elektron in der Schale
- ▶ Übergang von Elektronen aus höheren Schalen und Emission eines Photons

## Notation

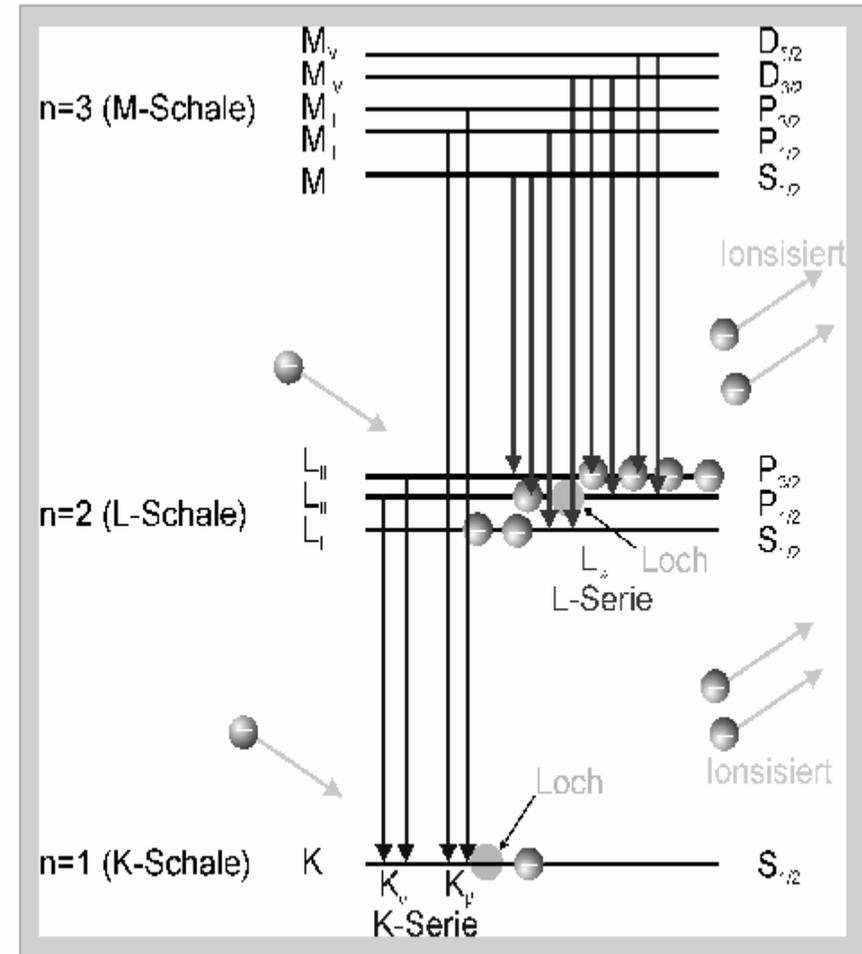
- ▶ Serien: K (n=1), L (n=2), M (n=3), N (n=4) ...
- ▶ Linien:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  ...
- ▶ Feinaufspaltung: I, II, III, IV ...

## Energie der Übergänge

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} \approx R_H (Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{L\alpha}} \approx R_H (Z - 7,4)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

Hier schirmen innere Elektronen die Kernladung um  $1e$  bzw.  $7.4e$  ab.



Die Ionisation der inneren Schale kann auch durch Röntgen-Strahlung erfolgen (Photoionisation  $\leftarrow$ , Röntgen-Fluoreszenz).



# Röntgenspektren

## Charakteristische Röntgenstrahlung:

Energie der Elektronen muß "genügend" groß sein um Elektronen der Anodenatome aus inneren Schale in freie höhere Energiezustände anzuregen.

$$e^- + E_{kin} + A(E_k) \Rightarrow A^*(E_i) + e^- + E'_{kin}$$

$$\text{mit } E_{kin} - E'_{kin} = E_i - E_k \text{ und } A^*(E_i) \Rightarrow A(E_k) + h\nu_{ik}$$

## Bremsstrahlung:

Elektronen wandel ihre Energie  $e \cdot U$  beim Auftreffen auf ein Target in **Bremsstrahlung** um.

Ein Teil wird in kontinuierliche Röntgenstrahlung umgesetzt, ein Teil in Wärme.

Ist **elektromagnetische Strahlung** - zeigt Polarisation, Beugung, Interferenz.

Intensitätsverteilung - siehe Abb.

$$\text{kurzwellige Grenze: } h\nu \leq h\nu_G = e \cdot U \Rightarrow \lambda \geq \lambda_G = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$$

Bei ausreichend großen Spannungen - charakteristische Linien - entsprechen atomaren Übergängen.

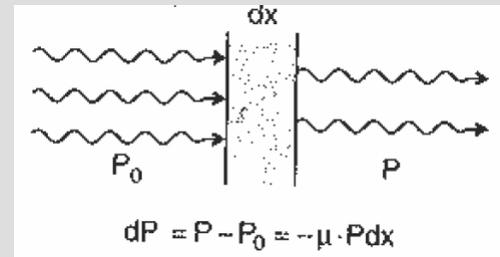


# Röntgenabsorption

Paralleles Strahlungsbündel wird in Materialschicht der Dicke  $dx$  abgeschwächt:  $dP = -\mu P dx$

$\mu$ ...Abschwächungskoeffizient

Es gilt:  $P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu x}$



*Abschwächung infolge: Streuung und Absorption.*

Schwächungskoeffizient  $\mu = \mu_s + \mu_a$

$\mu_s$ ....*Streukoeffizient* proportional zu  $\omega^4$  wenn Teilchendurchmesser  $d \ll \lambda$  (aus Streutheorie)

Daher bei hohen Energien Streuung dominant,  
bei kleinen Energien Absorption. Absorption  $\propto$  Dichte  $\rightarrow$   
Massenabsorptionskoeff.  $\kappa_\alpha = \mu_\alpha / \rho$   $I = I_0 \exp(-\kappa_\alpha \rho x)$



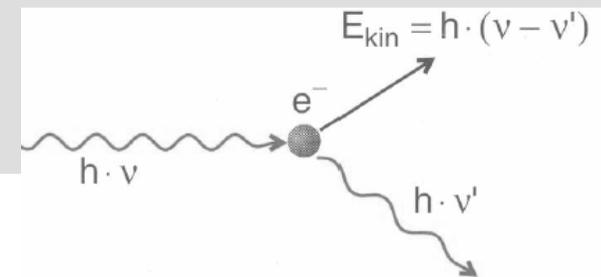
# Energieabh. der Absorptionsprozesse

**Photoeffekt:** Röntgenquant  $h\nu$  wird von Atom absorbiert - Elektron aus inneren Schale ionisiert  $h\nu + A(E_k) \rightarrow A^+(E_{Ion}) + e^-(E_{kin})$

Energiebilanz:  $E_{kin}(e^-) = h\nu - (E_{Ion} - E_k)$

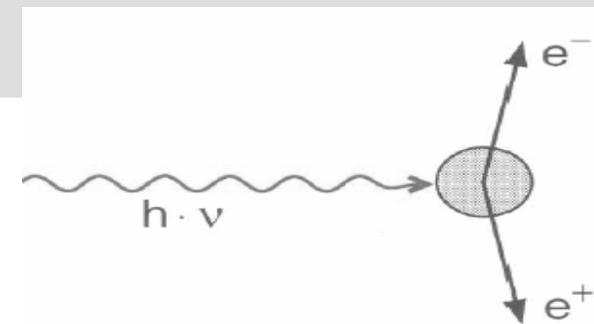
**Compton-Effekt:** Röntgenquant stößt mit "freien" Elektron der äußeren Schale zusammen - Bindungsenergie  $E_B \ll h\nu$

$h\nu + e^- \rightarrow e^-(E_{kin}) + h\nu'$



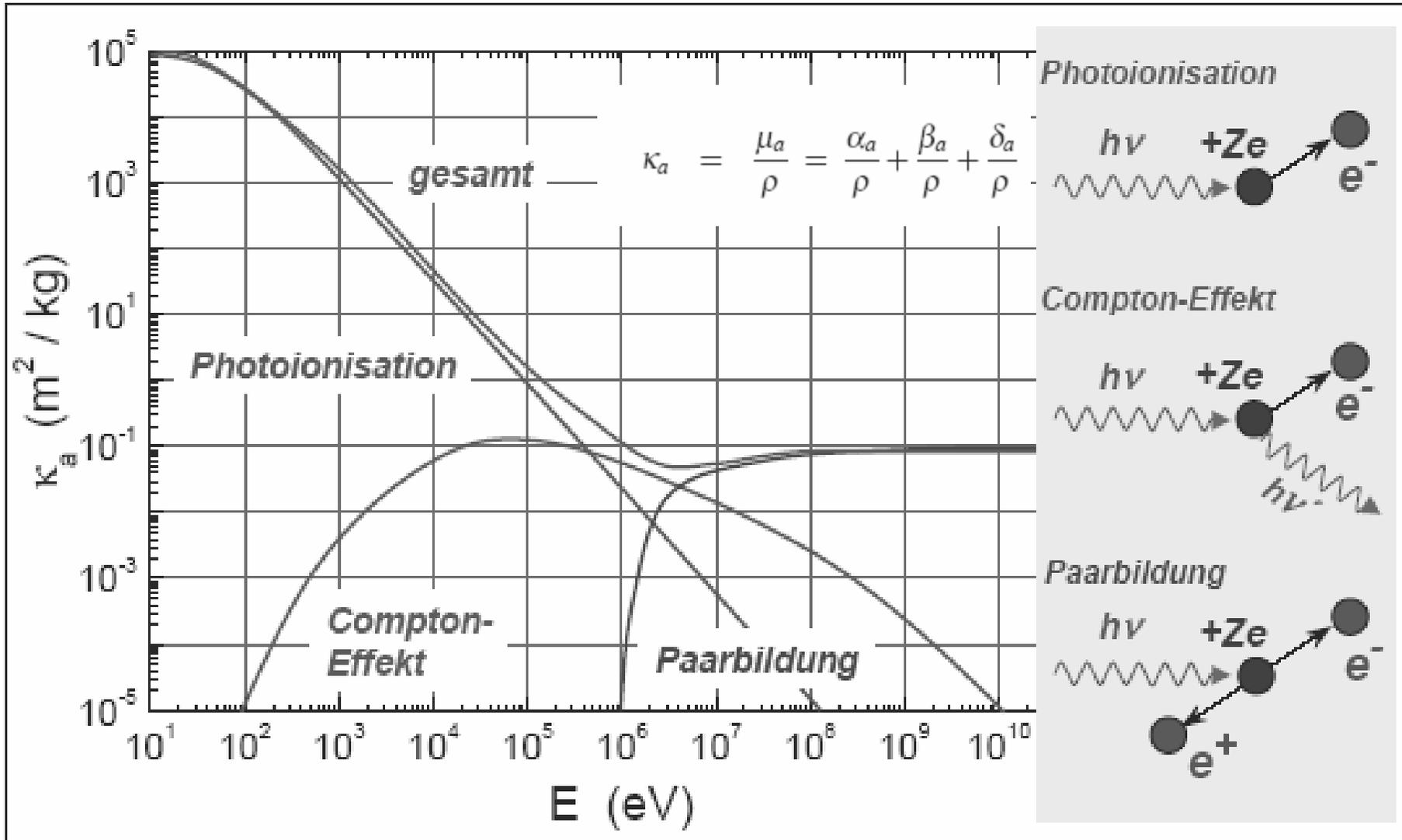
**Paarbildung** - bei  $h\nu > 1\text{MeV}$  wird ein Elektron-Positronpaar erzeugt.

$h\nu \rightarrow e^- + e^+ + 2E_{kin}$  mit  $h\nu = 2m_e c^2 + 2E_{kin}$





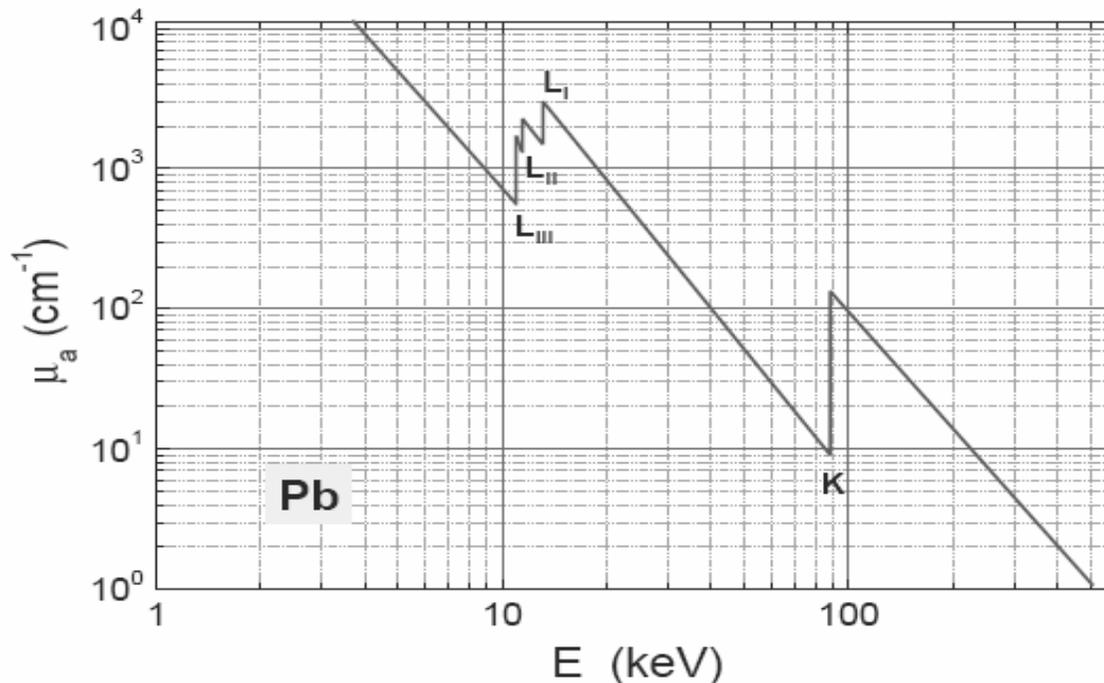
# Beiträge zum Massenabsorptionskoeff.





# Energieabhängigkeit der Absorption

$$\kappa_a = \frac{\mu_a}{\rho} = \frac{\alpha_a}{\rho} + \frac{\beta_a}{\rho} + \frac{\delta_a}{\rho} \quad \frac{\alpha_a}{\rho} \propto \frac{Z^4}{(\hbar\omega)^3} \propto Z^4 \lambda^3 \quad \frac{\beta_a}{\rho} \propto \frac{1}{\hbar\omega} \propto \lambda \quad \frac{\delta_a}{\rho} \propto \frac{Z}{\ln(\hbar\omega)}$$



Da in das Abschwächungsgesetz  $I = I_0 \exp(-\kappa_a \rho x)$  ferner die Dichte  $\rho$  des Absorbermaterials eingeht, verwendet man zur Abschwächung von Röntgenstrahlung Materialien mit hohem  $Z$  und hohem  $\rho$ . Aufgrund diesen Zusammenhangs schirmt z.B. Blei ( $Z = 82$ ) Röntgenstrahlung wesentlich besser ab als Aluminium ( $Z = 13$ ).



# Materialabhängigkeit

$$I = I_0 \exp(-\kappa_a \rho x) .$$

Energie		Luft	H <sub>2</sub> O	Al	Cu	W	Pb
E (eV)	$\lambda$ (nm)	$\kappa_a$ (m <sup>2</sup> /kg)					
5	0.246	2	2.0	25	24	70	100
10	0.123	0.5	0.52	2.6	22.4	9.53	13.7
50	0.025	0.02	0.92	0.04	0.26	0.6	0.8
100	0.012	0.015	0.017	0.02	0.05	0.4	0.6

Tabelle 8.2: Massenabsorptionskoeffizienten  $\kappa_a$  verschiedener Absorbermaterialien Röntgenstrahlung verschiedener Energie.



# Absorptionskanten

Mißt man atomare Absorptionsquerschnitte  $\sigma_A$  über größeren Wellenlängenbereich so findet man zuerst einen Verlauf  $\sigma_A \propto \lambda^3$  aber bei bestimmten Wellenlängen  $\lambda_k$  Sprünge - **Absorptionskanten**. Charakteristisch für absorbierendes Material.

Entsprechen Anregungsenergien.

Trägt man  $\sqrt{\bar{\nu}_k}$  mit  $\bar{\nu}_k = 1/\lambda_k$  der Kante n gegen die Kernladungszahl Z auf so findet man es gilt:

$$\bar{\nu}_k = K_n(Z - 1)^2$$

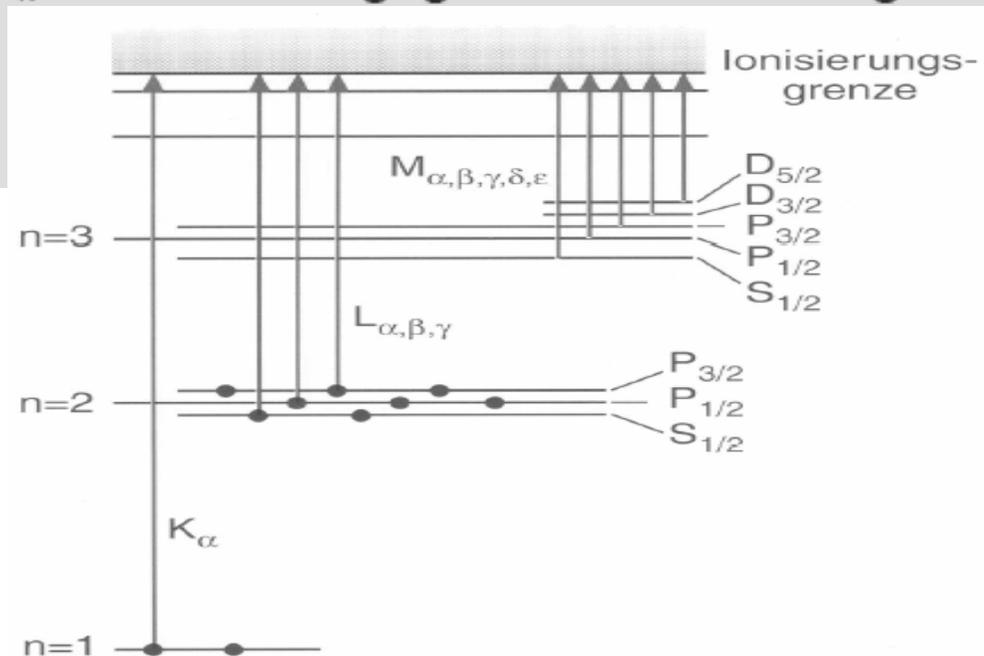


Abb. 7.35. Zur Erklärung der Absorptionskanten



# Moseley Gesetz

$K_n$  ist eine von der Hauptquantenzahl  $n$  abhängige Konstante → Moseley-Gesetz.

Energie  $h \cdot \nu_{ik}$  eines Röntgenquants kann beschrieben werden durch:

$$h \cdot \nu_{ik} = (Z - S)^2 \cdot Ry \cdot hc \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\bar{\nu}_{ik} = (Z - S)^2 \cdot Ry \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$(Z - S) = Z_{eff}$ ...auf Elektron wirkende effektive Kernladung

$S$ .....Abschirmzahl.



# Moseley Diagramm -> Abschirmzahl S

$$h \cdot \nu_{ik} = (Z - S)^2 \cdot Ry \cdot hc \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7.83a)$$

Frequenz aus Wellenlängenbestimmung  
durch Bragg Beugung am Gitter

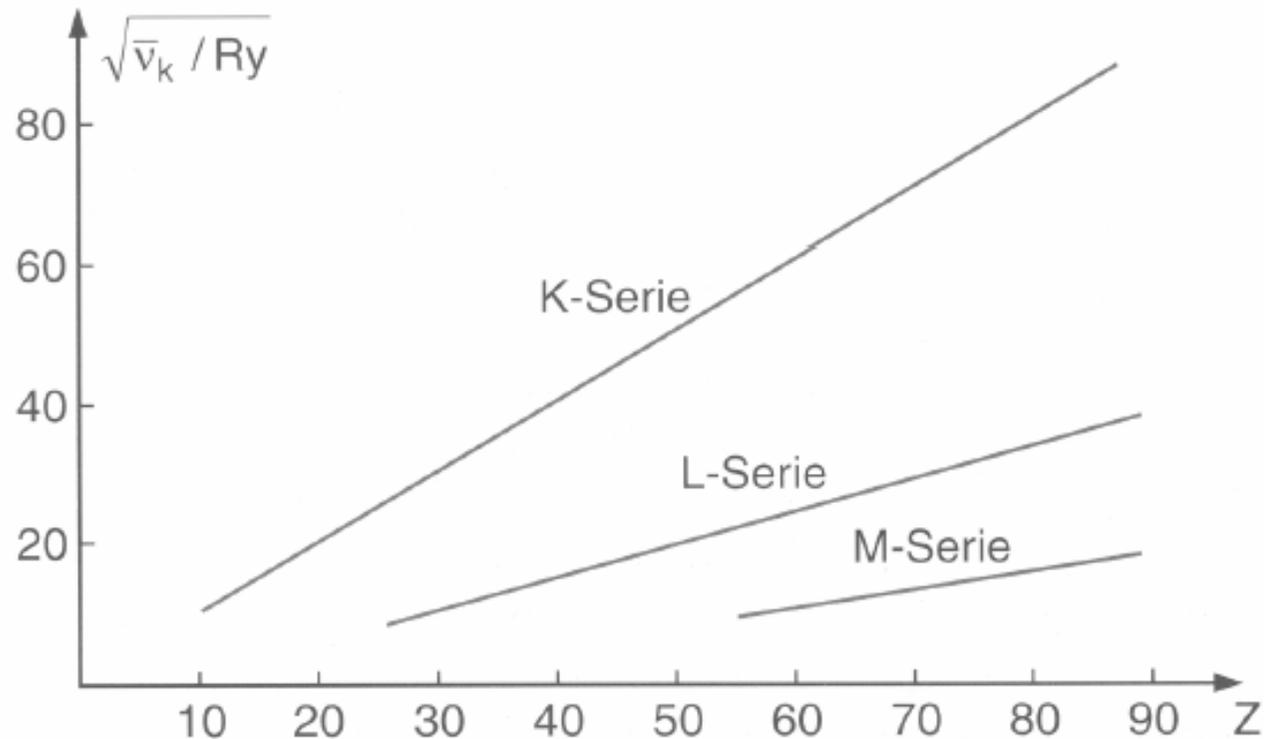
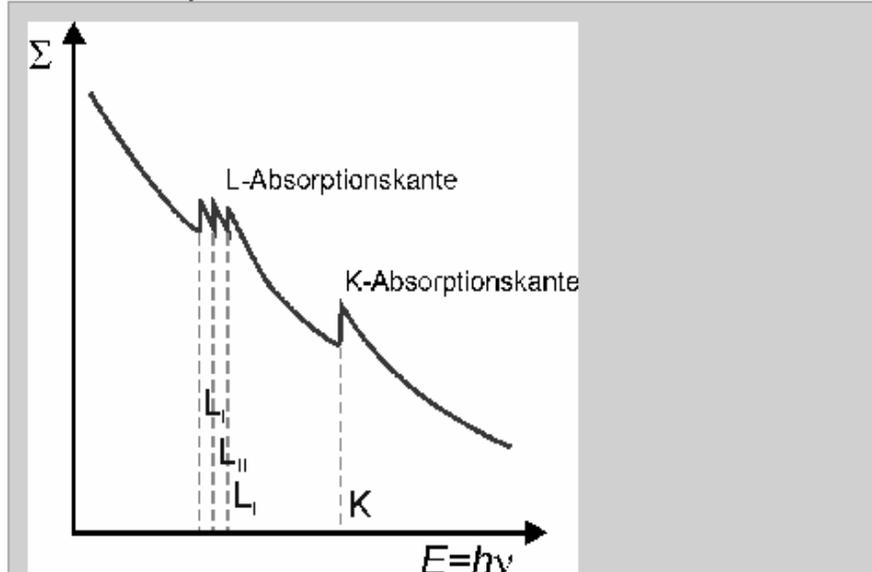


Abb. 7.36. Moseley-Diagramm der Absorptionskanten  $\nu_K(Z)$



# Zusammenfassung

Die Abschwächung von Röntgen-Stahlen in Materie wird durch den makroskopischen Wirkungsquerschnitt oder Absorptionskoeffizienten  $\Sigma$  beschrieben. ←



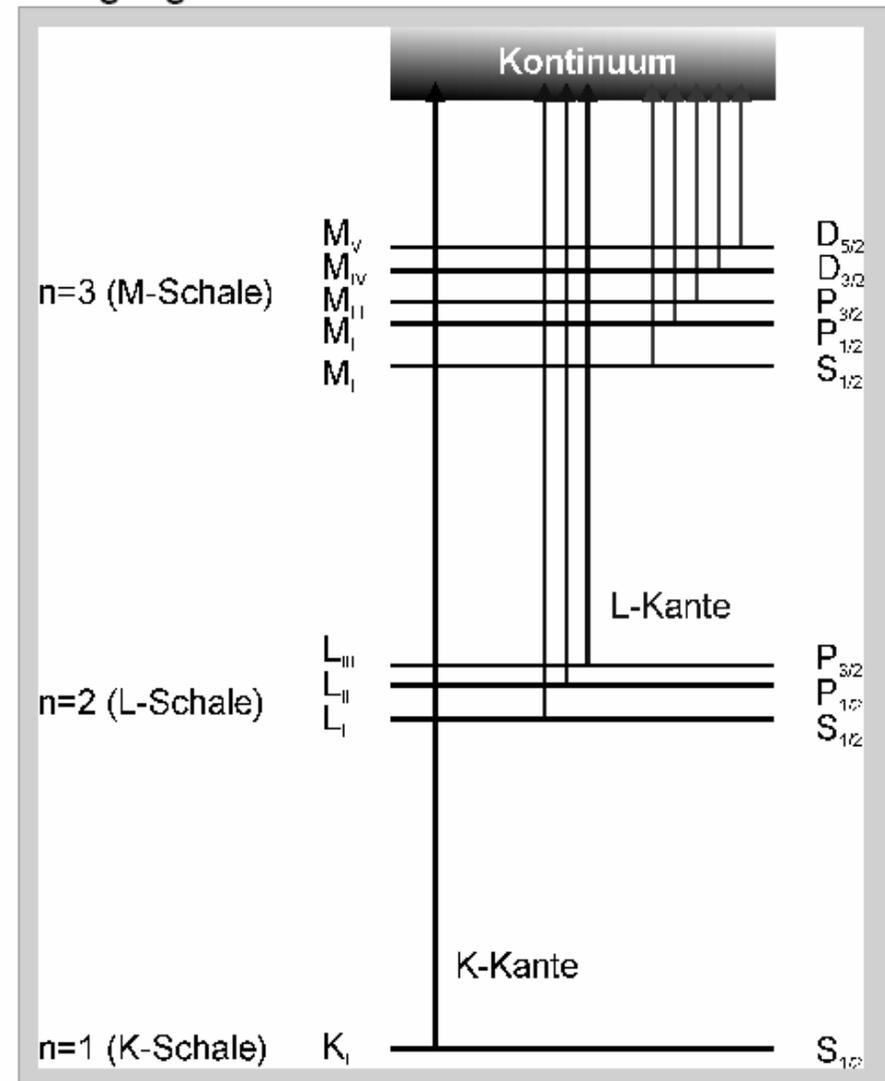
Wenn die Energie der Strahlung ausreicht, Elektronen aus einer tieferen Schale in das Kontinuum anzuregen, nimmt der Absorptionskoeffizient sprunghaft zu (s. rechts).

Man beobachtet:

- Sprunghafte Zunahme von  $\Sigma$  mit der Energie der Strahlung (Absorptionskanten)
- Dazwischen Abnahme mit  $Z^{3-4}/(h\nu)^3$

Halbwertsdicke  $d$  ist der Weg, nach dem die Strahlung auf halbe Intensität gesunken ist. ←

## Anregungen ins Kontinuum

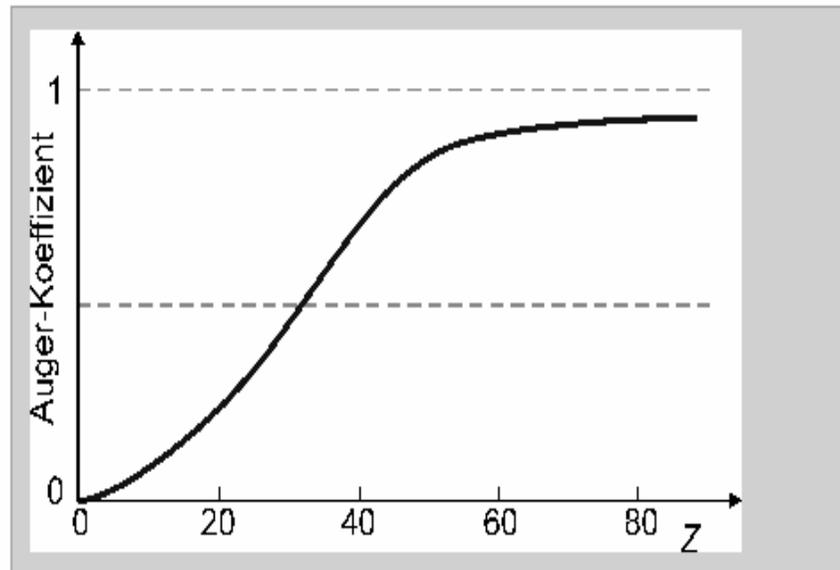




# Auger-Elektronen

Nicht alle Atome mit einem fehlenden K- oder L-Elektron emittieren ein Röntgen-Quant beim Übergang in den Grundzustand.

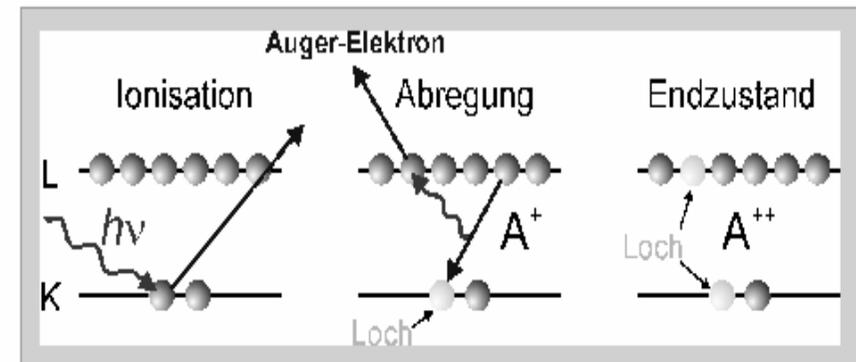
Auger-Koeffizient: Relative Zahl an Atome die mit Röntgen-Quant in Grundzustand übergehen.



## Erklärung

Ein Teil der Atome geht über Emission eines Auger-Elektrons in den Grundzustand über:

- ▶ Ionisation innerer Schale durch Röntgen-Quant
- ▶ Übergang eines Elektrons aus höherer Schale unter Emission eines Quants
- ▶ Quant regt weiteres Elektron in einen Kontinuumzustand an (analog zum atomaren Photoeffekt) ←



## Energie des Auger-Elektrons

$$E_{\text{Auger}} = E_K - E_L - E_L$$

Inneres Photon      Bindungsenergie  
   Auger-Elektron



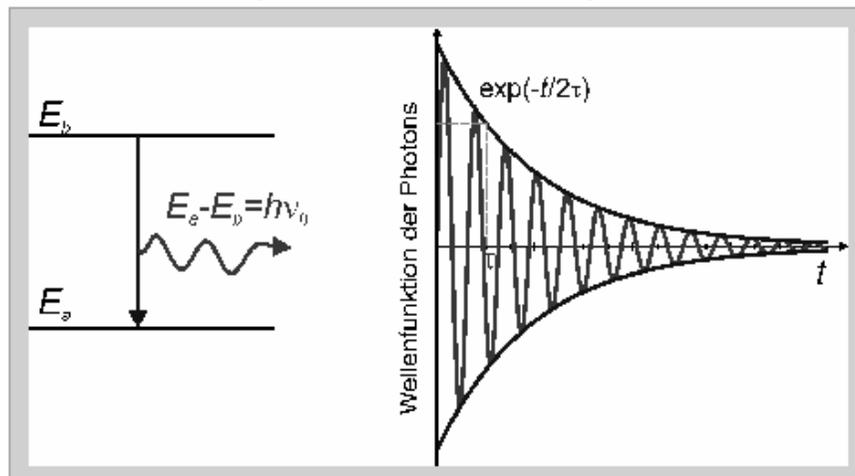
# Linienformen

Angeregte Zustände zerfallen exponentiell in der charakteristischen Zeit  $\tau$  (mittlere Lebensdauer)

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$$

Wellenfunktion des emittierten Quants:

$$\psi(t) = \psi_0 \left( e^{i\omega_0 t} e^{-t/2\tau} + CC \right)$$



Resultierende Spektrum aus Fourier-Transformierten:

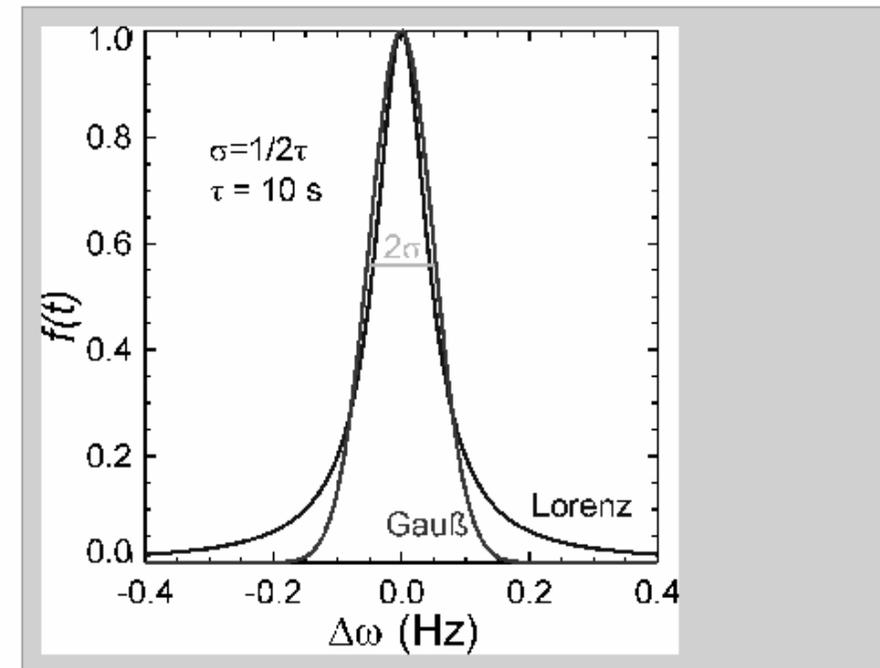
$$C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$$

Integration ergibt:

$$C(\omega) = \frac{-\psi_0}{i(\omega_0 - \omega) - 1/2\tau} + \varepsilon$$

Die natürliche Linienform ist ein Lorenz-Profil

$$|C(\omega)|^2 = \frac{I}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/2\tau)^2}$$



Beobachtet man Linien die von einem heißen Gas emittiert werden, so bewirkt der Doppler-Effekt ein Gauß-Profil

$$|C(\omega)|^2 = I \exp\left(-(\omega_0 - \omega)^2 / 2\sigma^2\right)$$



# Synchrotronstrahlung (- > sehr intensive Röntgenstrahlung)

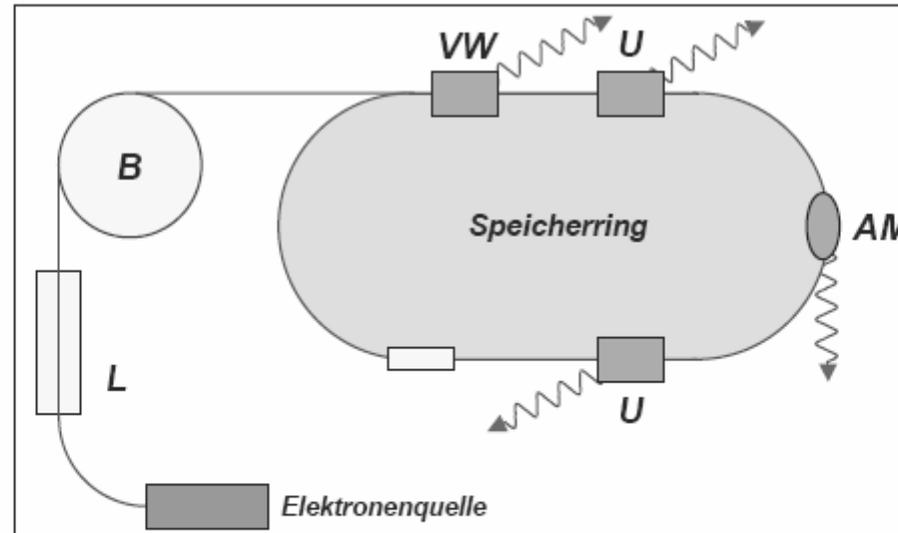
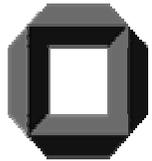


Abbildung 8.10: Schematische Darstellung einer Synchrotronstrahlungsquelle. Der Linearbeschleuniger  $L$  sorgt für die Anfangsbeschleunigung, der Booster  $B$  ist ein Synchrotron, mit dem die Elektronen bis auf ihre Endenergie (einige GeV) beschleunigt werden. Im Speicherring befinden sich einige Insertion Devices (Undulatoren  $U$ , Vielpolwiggler  $VW$  oder Ablenkmagneten  $AM$  etc.). Mit der Hochfrequenzbeschleunigungsstrecke  $RF$  wird der Energieverlust pro Umlauf ausgeglichen.



# Synchrotronstrahlung (- > sehr intensive Bremsstrahlung)

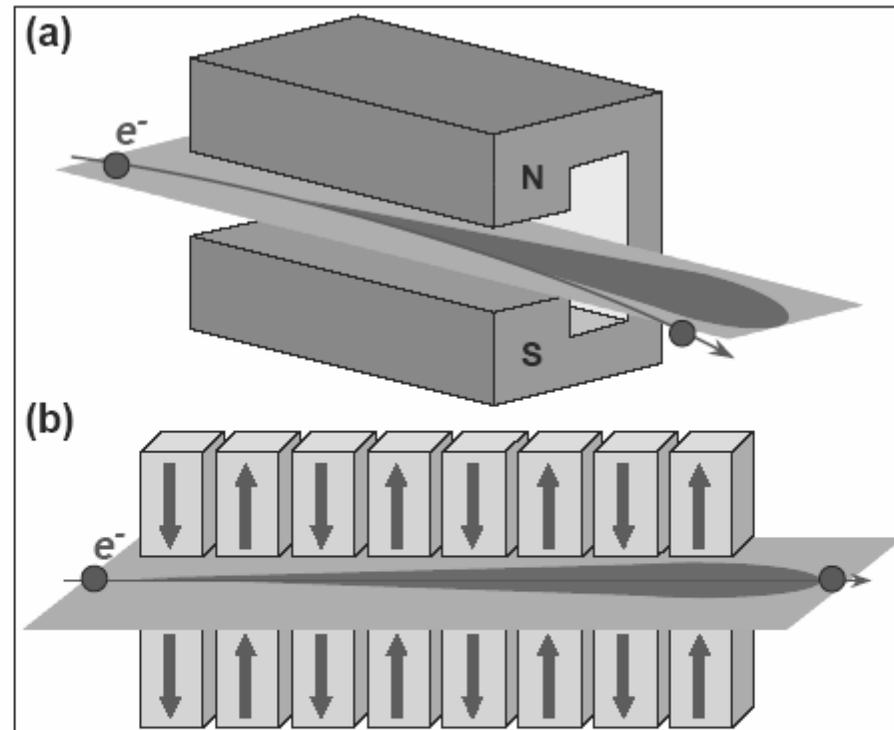


Abbildung 8.11: (a) Schematische Darstellung eines Dipolmagneten zur Ablenkung des Elektronenstrahl in einem Speicherring. (b) Schematische Darstellung eines Undulators. Durch die periodische Variation der Feldrichtung wird der Elektronenstrahl in der Strahlebene hin- und hergelenkt. Die Abstrahlung der Synchrotronstrahlung erfolgt gerichtet in Strahlrichtung (Quelle: ESRF).

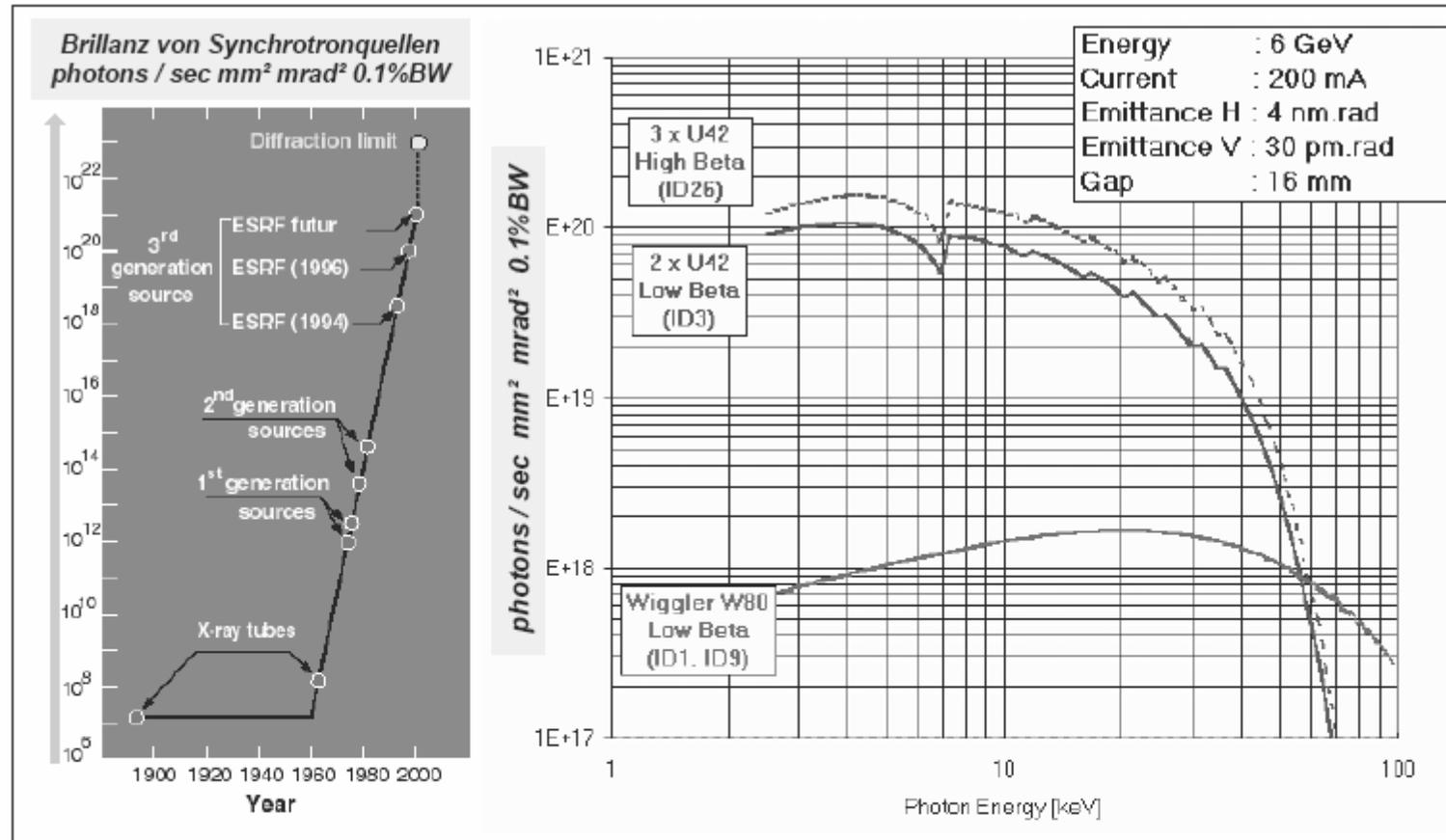


Abbildung 8.8: Links: Brillanz von Synchrotronstrahlungsquellen verschiedener Generationen. Die Brillanz ist definiert als Zahl der Photonen pro Einheitfläche der Quelle und Raumwinkel und für eine Bandbreite, die einem 1/1000-tel der Photonenenergie entspricht. Synchrotronquellen der 1. Generation (~ 1970) und der 2. Generation (~ 1980) benutzen die Ablenkung von schnellen Elektronen durch Magnetfelder. Die Quellen der 3. Generation (ab etwa 1995) benutzen so genannte *Insertion Devices* (Wellenlängenschieber, Wiggler, Undulatoren), die in lineare Bereiche eines Beschleunigerringes eingebracht werden. Die Quellen der 3. Generation haben eine etwa  $10^{12}$  mal höhere Brillanz als eine Röntgenröhre. Rechts: Beispiele für die Brillanz, die an der ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) als Funktion der Wellenlänge für verschiedene Insertion Devices erreicht wird (Stand: 1998).  
 Quelle: ESRF.

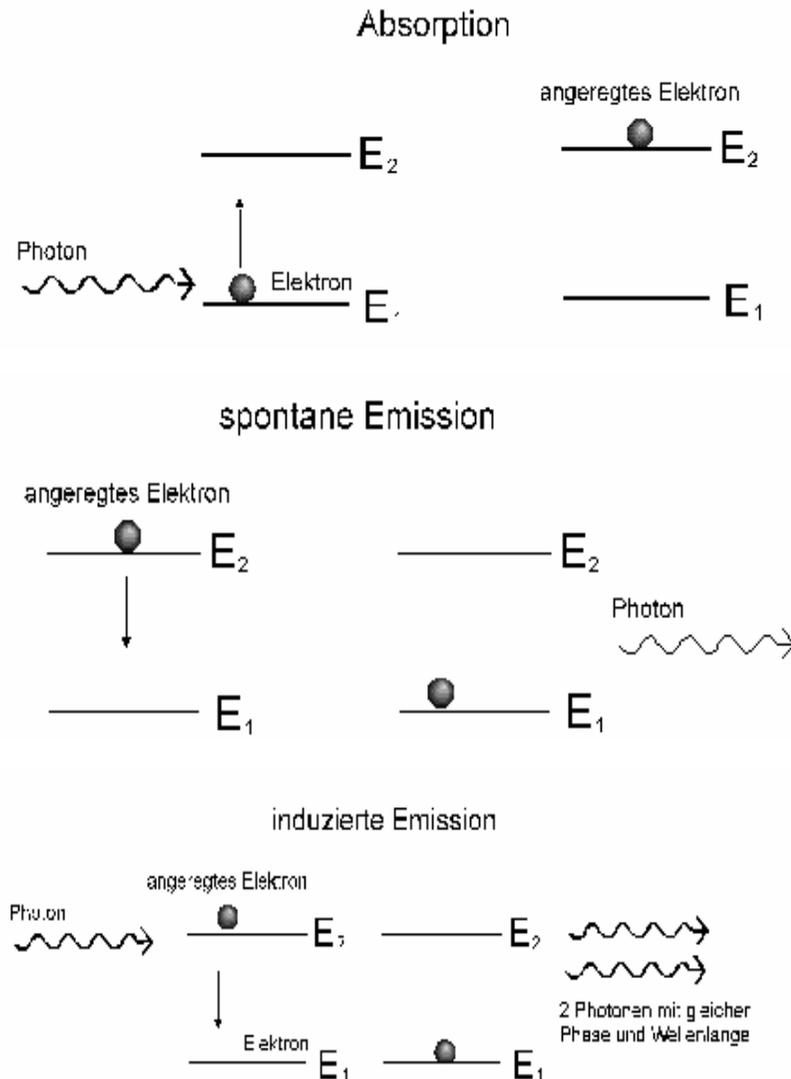


# Zusammenfassung

- Ein- und Mehrelektronenanregungen in Atomen können durch Absorption elektromagnetischer Strahlung oder durch inelastische Stoßprozesse erhalten werden.
- Werden Elektronen aus den inneren Schalen eines Atoms herausgelöst, spricht man von Innerschalenanregungen.
- Röntgenstrahlung entsteht
  1. beim Abbremsen von Elektronen mit Energien im keV-Bereich. Das resultierende Bremsspektrum ist kontinuierlich.
  2. durch Übergänge von Elektronen auf freie Plätze in inneren Schalen. Das daraus resultierende Spektrum ist ein Linienspektrum, das für jedes Atom charakteristisch ist (charakteristische Röntgenstrahlung).
- Die typische Wellenlänge von Röntgenstrahlung liegt zwischen etwa 100 und 0.1 Å, was in etwa Frequenzen  $\nu$  zwischen  $10^{16}$  und  $10^{19}$  Hz und Photonenenergien  $h\nu$  zwischen 0.1 und 100 keV entspricht.
- Die Absorption von Röntgenstrahlung erfolgt über (i) die Photoionisation, (ii) die Compton-Streuung und (iii) die Paarbildung für  $E_\gamma \geq 2m_0c^2 \simeq 1$  MeV.
- Der Absorptionskoeffizient aufgrund der Photoionisation steigt als Funktion der Energie der absorbierten Photonen immer dann sprunghaft an, wenn die Photonenenergie gerade dazu ausreicht, ein Elektron aus einer inneren Schale ins Kontinuum anzuheben. Es entstehen für jedes Atom charakteristische Absorptionskanten.
- Das charakteristische Linienspektrum und die Absorptionskanten zeigen eine Feinstruktur, die durch die Feinstruktur der inneren Schalen L, M, N, ... verursacht wird.
- Röntgenstrahlung kann durch Beugung an einem Kristallgitter oder durch Filterung mit dünnen Metallfolien monochromatisiert werden.



# Prinzip eines Lasers



Das Wort Laser ist eine Abkürzung für Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

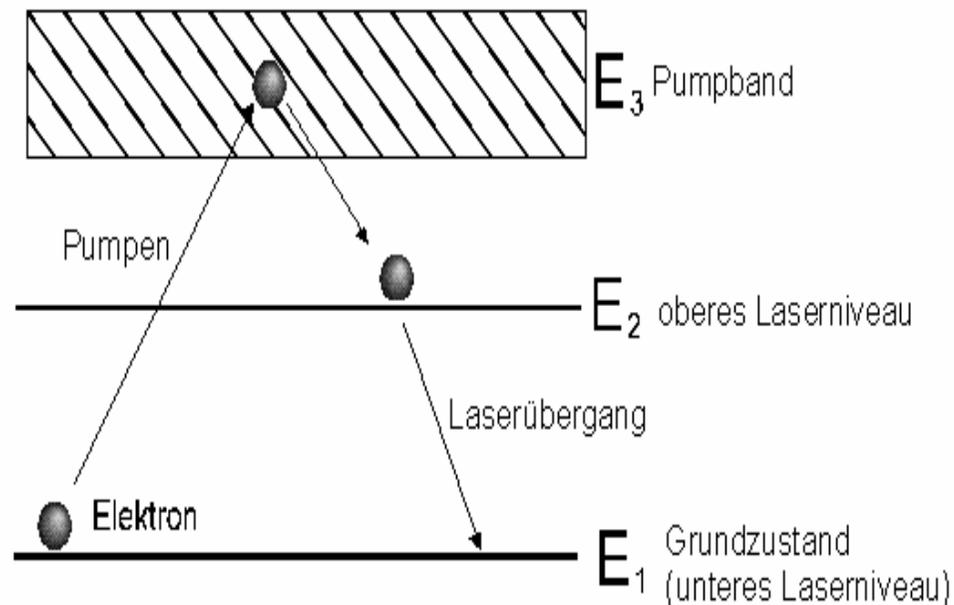
Für den Laser spielen drei Wechselwirkungen zwischen Atomen und Photonen eine Rolle:

Absorption, spontane Emission und induzierte Emission:



# Pumpen eines Lasers

Pumpen eines 3-Niveau-Lasers



Um die Elektronen in einen angeregten Zustand zu bringen, muß der Laser "gepumpt" werden. Dies kann z.B. durch Gasentladung, Licht oder andere Laser geschehen. Bei einem 3-Niveau-Laser wird dabei ein Elektron in ein noch höheres Energieniveau gebracht und fällt dann wieder auf das Energieniveau  $E_2$  zurück (siehe Skizze). Die dabei entstehende Energie wird als Wärme abgegeben.



# Besetzungsinversion

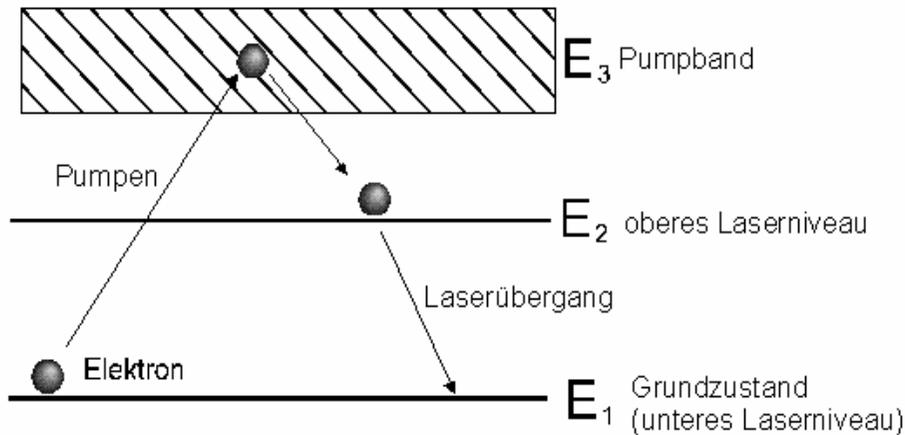
In einem Laser werden zunächst durch das sogenannte "Pumpen" Elektronen in einem Medium auf ein höheres Energieniveau gebracht. Es müssen sich mehr Elektronen im angeregten Zustand befinden als im unangeregten. Diesen Zustand nennt man Besetzungsinversion.

Wird nun durch die spontane Emission ein Photon frei, löst dieses durch die induzierte Emission eine "Kettenreaktion" aus. Die erzeugten Photonen besitzen günstigerweise alle die gleiche Wellenlänge und Phase. Um den Effekt zu verstärken werden normalerweise Spiegel auf beiden Seiten des Mediums plaziert. Einer von ihnen ist nicht vollständig verspiegelt und läßt einen geringen Teil des Lichts passieren. Das Licht wird nun zwischen beiden Spiegeln hin- und herreflektiert und erzeugt weitere induzierte Emissionen. Der erzeugte Laserstrahl tritt durch den Halbspiegel aus.

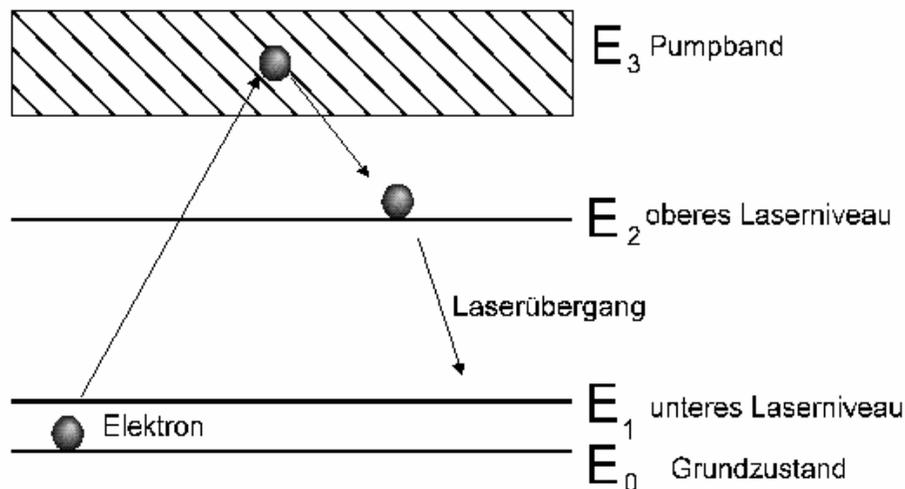


# Pumpen eines Lasers

Pumpen eines 3-Niveau-Lasers



Pumpen eines 4-Niveau-Lasers

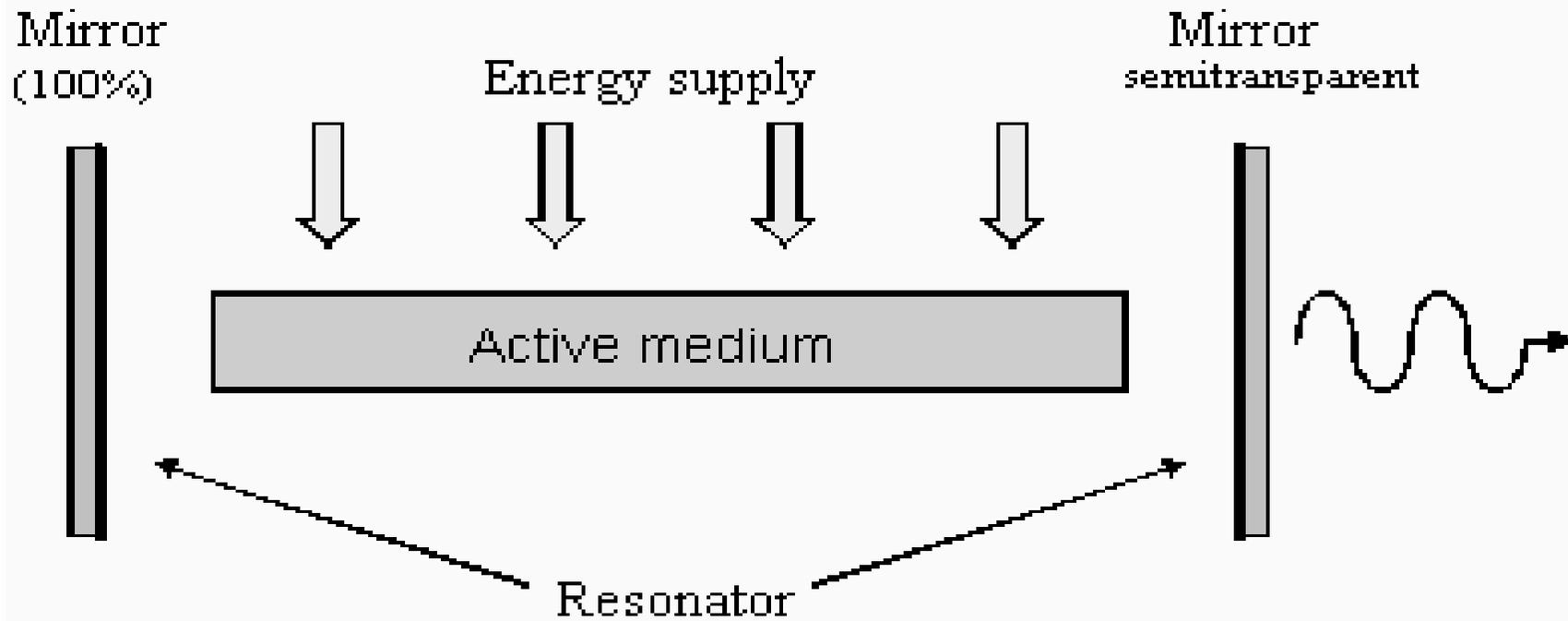


Um die Elektronen in einen angeregten Zustand zu bringen, muß der Laser "gepumpt" werden. Dies kann z.B. durch Gasentladung, Licht oder andere Laser geschehen. Bei einem 3-Niveau-Laser wird dabei ein Elektron in ein noch höheres Energieniveau gebracht und fällt dann wieder auf das Energieniveau  $E_2$  zurück (siehe Skizze). Die dabei entstehende Energie wird als Wärme abgegeben.

Freq. des Lasers: 
$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$



# Aufbau eines Lasers



**3 Komponenten: Medium mit metastabilen Energieniveaus  
Resonator mit Spiegeln  
Energiequelle zum Pumpen**



## Zum Mitnehmen

Röntgenstrahlung (durch Beschuss einer Elektrode mit Elektronen) zeigt Linien aus der diskreten Energieniveaus und ein kontinuierliches Spektrum durch Bremsstrahlung.

Laser benutzt stimulierte Emission um kohärentes monochromatisches Licht zu erzeugen